

دليل
المهندسسين



في خواص ومقاومة واختبار المواد وتحليل الإنشاءات وتصميم العناصر والمنشآت المدنية

الجزء الأول
خواص ومقاومة المواد
واختبارها

مؤسسة المهندس المحترف
www.prof-eng.net



Uploaded By



الأستاذ الدكتور
عبد الرحمن مجاهد أحمد
أستاذ الهندسة الإنشائية
كلية الهندسة - جامعة أسيوط

www.prof-eng.net

الفصل الأول (ماهية علم خواص ومقاومة أو إختبار المواد)

١ مقدمة	١-١
٢ للمواد الهندسية	٢-١
٢ تقسيم المواد الهندسية	٢-٢-١
٣ إختبار المواد الهندسية	٣-٢-١
٦ خواص المادة	٣-١
٦ تقسيم خواص المادة	١-٣-١
٧ الخواص الطبيعية	١-٣-١-أ
١٣ الخواص الكيميائية	١-٣-١-ب
١٤ الخواص الحرارية	١-٣-١-ج
١٦ الخواص الكهربائية والمغناطيسية	١-٣-١-د
١٧ الخواص الضوئية	١-٣-١-هـ
١٧ الخواص الصوتية	١-٣-١-و
١٧ الخواص الميكانيكية	١-٣-١-ز
١٨ سلوك العناصر والمواد الإنشائية تحت الأحمال الخارجية	٤-١
١٩ نوع المادة	١-٤-١
١٩ طبيعة ونوعية الحمل الخارجى المؤثر على المادة أو العنصر	٢-٤-١
٢٠ طبيعة ونوعية الإجهادات الداخلية المتولدة فى المادة نتيجة للحمل الخارجى المؤثر...	٣-٤-١
٢٥ طريقة وكيفية التحميل أو التأثير بالحمل على العنصر	٤-٤-١
٢٦ معدل التحميل	٥-٤-١
٢٦ شكل وأبعاد المقطع وحجم العينة المختبرة أو العنصر المحمل	٦-٤-١
٢٧ مكان وموضع الحمل المؤثر بالنسبة للعنصر أو المادة	٧-٤-١
٢٨ النتائج السابق للعنصر أو المادة مثل التأثير عليها بالحمل	٨-٤-١
٢٨ ظروف نهايات العنصر المحمل أو المادة	٩-٤-١
٢٨ إنتظام المقطع على طول العنصر المحمل	١٠-٤-١
٢٩ درجة حرارة الجو ودرجة الرطوبة المحيطة بالعنصر أو المادة المعرضة إلى حمل ...	١١-٤-١
٢٩ نسبة طول العنصر المعرض للتحميل إلى أقل بعد فى القطاع	١٢-٤-١

٣٠ نسبة طول العنصر المعرض للتحميل إلى عمق القطاع	١٣-٤-١
٣١ الإجهادات والإنفعالات (التشكلات) المرنة البسيطة للمادة	٥-١
٣١ الإجهادات والإنفعالات المرنة نتيجة حمل شد أو ضغط محوري إستاتيكي	١-٥-١
٣٣ الإجهادات والإنفعالات المرنة نتيجة حمل أو قوى قاصة إستاتيكية مباشرة	٢-٥-١
٣٤ قانون هوك لحالات الإجهادات والإنفعالات البسيطة	٣-٥-١
٣٧ بعض تطبيقات الإجهادات والإنفعالات المرنة البسيطة	٦-١
٣٧ الإجهادات والإنفعالات نتيجة للقوى المحورية	١-٦-١
٤٣ الإجهادات والإنفعالات فى بعض المسائل الغير محددة إستاتيكيأ والمعرضة إلى إجهادات بسيطة محورية	٢-٦-١
٤٥ الإجهادات والإنفعالات نتيجة للتأثيرات الحرارية فى العناصر والمواد	٣-٦-١
٤٨ الخواص الميكانيكية للمواد الهندسية	٧-١
٥٣ إختبار المواد وتقسيمها	٨-١
٥٣ بالنسبة للغرض من إجراء الإختبار	١-٨-١
٥٤ بالنسبة لمكان إجراء الإختبار	٢-٨-١
٥٤ بالنسبة لطريقة التعامل مع العينات التى سوف يتم إجراء الإختبار عليها	٣-٨-١
٥٤ بالنسبة إلى مدى الإستفادة من إستخدام المادة أو جزء منها بعد إجراء الإختبار عليها ..	٤-٨-١
٥٥ المواصفات	٩-١
٥٥ المواصفات القياسية	١٠-١
٥٦ هيئات التوحيد القياسى	١١-١
٥٧ (خواص ومقاومة المواد تحت أحمال الشد المحورية الإستاتيكية)	الفصل الثانى
٥٧ مقدمه	١-٢
٥٧ خواص ومقاومة صلب الإنشاء تحت حمل الشد الإستاتيكي	٢-٢
٥٨ مقدمه	١-٢-٢
٥٩ مزايأ إستخدام وإستعمال الصلب فى الإنشاءات	٢-٢-٢
٦٠ عيوب إستخدام وإستعمال الصلب فى الإنشاءات	٣-٢-٢
٦٠ لقطاعات الإنشائية لمنتجات الصلب	٤-٢-٢
٦١ صلب وحديد التسليح	٣-٢
٦١ مقدمه	١-٣-٢
٦٢ أشكال قطاعات حديد التسليح	٢-٣-٢
٦٥ أنواع حديد التسليح	٣-٣-٢
٦٥ الصلب الطرى العادى	١-٣-٣-٢

٦٥ الصلب العالى المقاومة	٢-٣-٣-٢
٦٥ صناعة حديد التسليح	٤-٣-٢
٦٧ الخواص والتركيب الكيمايى لأنواع الصلب	٥-٣-٢
٦٨ السلوك الإستاتيكي لإختبار الشد لعينات الصلب	٦-٣-٢
٦٨ مقدمه	١-٦-٣-٢
٦٨ عينات الإختبار وشكلها وعدد إختبارات الشد	٢-٦-٣-٢
٧٠ منحنى الحمل الإستطالة أو الإجهاد والإنفعال العادى للصلب	٣-٦-٣-٢
٧٠ بالنسبة للصلب للعادى الطرى	١-٣-٦-٣-٢
٧٢ بالنسبة للصلب العالى المقاومة بأنواعه	١-٣-٦-٣-٢
٧٤ شكل الإنهيار للعينات فى إختبار الشد الإستاتيكي للصلب	٤-٦-٣-٢
٧٥ الخواص الميكانيكية المختلفة للصلب	٥-٦-٣-٢
٧٥ بالنسبة للصلب الطرى	١-٥-٦-٣-٢
٨٢ بالنسبة للصلب العالى المقاومة بأنواعه	١-٥-٦-٣-٢
٨٥ إختبار الشد على البارد للصلب	٦-٦-٣-٢
٨٧ العوامل التى تؤثر على الخواص الميكانيكية للشد للصلب	٧-٣-٢
٨٧ نسبة ومحتوى الكربون	١-٧-٣-٢
٨٨ معدل التحميل	٢-٧-٣-٢
٨٨ درجة حرارة الإختبار	٣-٧-٣-٢
٨٩ الإنفعال الزائد	٤-٧-٣-٢
٩٠ التشغيل على البارد	٥-٧-٣-٢
٩١ حجم وشكل عينة الإختبار	٦-٧-٣-٢
٩٢ التحميل الغير محورى	٧-٧-٣-٢
٩٢ إضافات التخشين والعناصر السبائكية	٨-٧-٣-١
٩٣ المعالجة الحرارية	٩-٧-٣-٢
٩٣ لحام حديد التسليح	٨-٣-٢
٩٥ تخزين حديد التسليح	٩-٣-٢
٩٦ إجهاد التشغيل والإجهاد المسموح به للصلب فى الشد	١٠-٣-٢
٩٨ إشتراطات صلاحية إستخدام صلب أسياخ التسليح فى أعمال الخرسانة المسلحة	١١-٣-٢
١٠٤ سلوك المواد القصيفة (حديد الزهر والخرسانة) تحت تأثير الحمل الإستاتيكي	٤-٢
١٠٥ أسباب وحالات نماذج الكسر للمعادن المعرضة لحمل شد محورى إستاتيكي	٥-٢

١٠٧	الخواص الميكانيكية للمواد القصيفة (حديد الزهر) المعرض لحمل شد محوري إستانتيكي	٦-٢
١٠٧	أمثلة محلولة على إختبار الشد الإستانتيكي	٧-٢
١١٦	فصل الثالث (خواص ومقاومة المواد تحت تأثير أحمال الضغط المحورية الإستانتيكية)	
١١٦	مقدمه	١-٣
١١٧	الحدود المقيدة لإجراء إختبار الضغط	٢-٣
١١٨	منحنى العلاقة بين الحمل والتشكل (الإجهاد والإنفعال العادى) للمواد تحت تأثير حمل الضغط المحورى الإستانتيكى (للسوك الإستانتيكى للمواد تحت حمل الضغط المحورى)	٣-٣
١٢٣	عينات إختبار للضغط المحورى الإستانتيكى للمواد المختلفة	٤-٣
١٢٤	الإحتياطات والإشتراطات الواجب مراعاتها عند إجراء إختبار الضغط	٥-٣
١٢٧	ظاهرة عدم الإستقرار الجانبى وتقييد نهايات العينات فى حالة إختبار الضغط	٦-٣
١٣٠	طراز وشكل إنبهار المعادن فى إختبار الضغط المحورى الإستانتيكى	٧-٣
١٣٠	بالنسبة للمعادن المطيلة	أ-٧-٣
١٣٠	بالنسبة للمعادن النصف مطيلة والقصيفة	ب-٧-٣
١٣٣	مثال	٨-٣
١٣٦	فصل الرابع (الإنحناء الإستانتيكى)	
١٣٦	مقدمه	١-٤
١٣٧	التحليل النظرى للكمرات تحت تأثير عزم الإنحناء	٢-٤
١٣٧	التحليل المرن للكمرة المعرضة لعزم الإنحناء	١-٢-٤
١٤٠	قيم الإجهادات المرنة للإنحناء	٢-٢-٤
١٤٤	التشكلات (الترخيم) نتيجة لعزوم الإنحناء	٣-٢-٤
١٥٢	طرق صلب الترخيم المرن الناتج عن عزم الإنحناء	٤-٢-٤
١٥٢	طريقة التكامل المزدوج	١-٤-٢-٤
١٥٩	طريقة الأوزان المرنة	٢-٤-٢-٤
١٦٩	طريقة عزم - المساحة	٣-٤-٢-٤
١٧٤	طريقة المعادلة العامة للمنحنى المرن	٤-٤-٢-٤
١٨١	السلوك والتحليل للندن للمواد المعرضة إلى عزم إنحناء	٥-٢-٤
١٨٧	إختبار الإنحناء الإستانتيكى	٦-٢-٤
١٨٧	الفرض	١-٦-٢-٤
١٨٨	طريقة وإجراء الإختبار	٢-٦-٢-٤
١٩٠	الخواص الميكانيكية للمواد فى الإنحناء	٣-٦-٢-٤

١٩٤	العوامل التي تؤثر على مقاومة المادة في الإنحناء	٤-٦-٢-٤
	بعض الملاحظات والإحتياجات الهامة التي يجب أخذها في الإعتبار عند إجراء إختبار	٥-٦-٢-٤
١٩٦	الإنحناء	
١٩٨	إنهيار المواد في الإنحناء	٦-٦-٢-٤
٢٠٢	إختبار الثنى على البارد	٧-٢-٤
٢٠٥	إجهادات التصميم أو التشغيل في الإنحناء	٨-٢-٤
٢٠٥	أمثلة محلولة	٩-٢-٤
٢٣١	الفصل الخامس (القص الإستاتيكي)	
٢٣١	مقدمة	١-٥
٢٣١	فكرة وماهية القص	٢-٥
٢٣٢	إجهادات القص	٣-٥
٢٣٢	إجهادات القص المتممة أو المكملة	٤-٥
٢٣٤	إنفعال القص	٥-٥
٢٣٥	قانون هول في القص	٦-٥
٢٣٥	طبيعة وأنواع إجهادات القص	٧-٥
٢٣٦	إجهادات القص المباشر	١-٧-٥
٢٤٥	إجهادات قص الإنحناء	٢-٧-٥
٢٤٥	مقدمة	i-٢-٧-٥
٢٤٦	التحليل المرن لإجهادات القص في الكمرات (القطاعات المستطيلة)	ii-٢-٧-٥
٢٥١	أمثلة محلولة	iii-٢-٧-٥
٢٥٨	الفصل السادس (الليّ أو الإلتواء الإستاتيكي)	
٢٥٨	مقدمة	١-٦
٢٥٨	التحليل النظري للعناصر المعرضة إلى ليّ	٢-٦
٢٥٨	التحليل المرن	١-٢-٦
٢٥٨	القطاعات للدائرية المصممة المعرضة إلى ليّ	i-١-٢-٦
٢٦٤	القطاعات للدائرية المجوفة ذات الجدار النحيف والمعرضة إلى ليّ	ii-١-٢-٦
٢٦٦	القطاعات الغير دائرية المعرضة إلى ليّ	iii-١-٢-٦
٢٧٠	التحليل اللدن للقطاعات الدائرية المعرضة لعزم إلتواء	٢-٢-٦
٢٧٣	إختبار الإلتواء	٣-٦
٢٧٣	مقدمة	١-٣-٦
٢٧٤	إجراء الإلتواء	٢-٣-٦

٢٧٥ الخواص الميكانيكية فى اللى	٣-٣-٦
٢٧٩ إختبار اللى على عينة ذات جدار نحيف	٤-٣-٦
٢٨٢ مقارنة الخواص الميكانيكية للمادة فى اللى مع نظيرتها فى الشد	٤-٦
٢٨٢ شكل الإنهيار فى إختبار اللى	٥-٦
٢٨٦ إجهاد القص المسموح به (إجهاد التشغيل) فى اللى	٦-٦
٢٨٦ أمثلة محلولة	٧-٦
٢٩٨ لى الأعضاء ذات القطاعات المفتوحة رقيقة الجدار	٨-٦
٣٠٠ لى الأعضاء ذات المقاطع المغلقة رقيقة الجدار	٩-٦
٣٠٣ أعمدة الدوران الناقلة للقدرة	١٠-٦
٣٠٥ إجهادات للقص الناتجة عن التأثير المشترك لقوى القص وعزم الإنحناء	١١-٦
٣٠٩ (نظرية طاقة الإفعال وطرق حساب الإزاحة والتشكلات)	الفصل السابع
٣٠٩ مقدمة	١-٧
٣٠٩ إقتراحات عامة	٢-٧
٣١٠ الشغل المبذول نتيجة للقوى الخارجية	٣-٧
٣١٣ طاقة الإفعال	٤-٧
٣١٤ طاقة الإفعال نتيجة للقوى العمودية	١-٤-٧
٣١٥ طاقة الإفعال نتيجة لعزم الإنحناء	٢-٤-٧
٣١٦ طاقة الإفعال نتيجة للقوى القاصصة	٣-٤-٧
٣١٩ طاقة الإفعال نتيجة لعزم اللى	٤-٤-٧
٣٢٢ نظرية كاستليانو	٥-٧
٣٢٤ طرق حساب الإزاحة (ترخيم الكمرات والقضبان المنحنية النحيفة) بإستخدام الإفعال...	٦-٧
٣٢٥ فكرة طاقة الإفعال	١-٦-٧
٣٢٩ تطبيق نظرية كاستليانو	٢-٦-٧
٣٣٥ طريقة حمل الدمية (الحمل للتخلى) أو تكامل مور	٧-٧
٣٣٩ قاعدة فيرشكاين لحساب قيمة تكامل مور	٨-٧
٣٤٦ (صلادة المعادن)	الفصل الثامن
٣٤٦ تعريف	١-٨
٣٤٧ أهمية إختبارات الصلادة ومجال تطبيقها	٢-٨
٣٤٩ صلادة العلامة الإستاتيكية	٣-٨
٣٥٠ إختبار برنل للصلادة	١-٣-٨
٣٥٠ فكرة الإختبار الأساسية	١-١-٣-٨

٣٥١ العلاقة بين قطر كمره برنل وحمل الإختبار	ب ١-٣-٨
٣٥٣ قطر كمرات برنل	ج ١-٣-٨
٣٥٤ الأحوال الخاصة والمستعملة فى إختبار برنل للصلادة	د ١-٣-٨
٣٥٥ قطعة وعينة إختبار برنل	هـ ١-٣-٨
٣٥٦ ماكينة الإختبار	و ١-٣-٨
٣٥٧ إجراء الإختبار	ز ١-٣-٨
٣٥٨ بعض الإختبارات العامة والهامة فى إختبار برنل للصلادة	س ١-٣-٨
٣٥٩ حدود إستخدام طريقة برنل للصلادة	ص ١-٣-٨
٣٦٠ إختبار فيكرز للصلادة	٢-٣-٨
٣٦٠ الفكرة الأساسية	أ ٢-٣-٨
٣٦١ جهاز وماكينة الإختبار وإجراء الإختبار	ب ٢-٣-٨
٣٦٢ مزايا إختبار صلادة المعادن بطريقة فيكرز	ج ٢-٣-٨
٣٦٣ إختبار صلادة المعادن بطريقة ركول	٣-٣-٨
٣٦٣ الفكرة الأساسية للإختبار	أ ٣-٣-٨
٣٦٥ قطعة الإختبار	ب ٣-٣-٨
٣٦٥ إجراء الإختبار وخطواته	ج ٣-٣-٨
٣٦٧ الإحتياطات الواجب إتباعها عند إختبار ركول للصلادة	د ٣-٣-٨
٣٦٧ مزايا طريقة ركول للصلادة	و ٣-٣-٨
٣٦٧ صلادة الإرتداد	٤-٨
٣٦٨ صلادة الخدش	٥-٨
٣٧٠ صلادة التآكل	٦-٨
٣٧١ صلادة التشغيلية بالماكينات	٧-٨
٣٧١ العلاقة بين النظم المختلفة لأرقام الصلادة وإختلافاتها	٨-٨
٣٧٤ العلاقة بين أرقام الصلادة المختلفة ومقاومة الشد القصوى الإستاتيكية للمادة	٩-٨
٣٧٦ العوامل التى تؤثر على صلادة المعادن	١٠-٨
٣٨٠ أمثلة محلولة على صلادة المعادن	١١-٨
٣٨٣ الفصل التاسع (تعب أو كلال المعادن)	
٣٨٣ مقامة (ماذا يعنى أو يقصد بالتعب أو ماهية التعب)	١-٩
٣٨٥ تفسير ظاهرة التعب أو إنهييار التعب	٢-٩
٣٨٦ شكل الكسر فى تعب المواد والظواهر المميزة له	٣-٩
٣٨٨ طبيعة الأحوال المؤثرة وشكل دورة التحميل	٤-٩

٣٩٤	اختبار التعب أو الكلال	٥-٩
٣٩٤	الغرض من الاختبار	٥-٩-أ
٣٩٤	ماكينات اختبار الكلال	٥-٩-ب
٣٩٩	طرق تحميل نتائج اختبار الكلال	٦-٩
٣٩٩	منحني الإجهاد وعدد الدورات	٦-٩-١
٤٠١	مقاومة التعب	٦-٩-١-أ
٤٠١	حد الإحتمال	٦-٩-١-ب
		العلاقة بين حد الإحتمال وخواص المواد الإستاتيكية تحت تأثير أفعال الإجهادات المختلفة	٦-٩-١-ج
٤٠٢		
٤٠٥	منحني مقاومة التعب	٦-٩-٢
٤١٥	العلاقة بين الإجهاد المتغير والإجهاد المتوسط	٦-٩-٣
٤١٦	قاعدة جيرير أو علاقة جيرير	٦-٩-٣-أ
٤١٧	قاعدة أو علاقة جودمان المعدلة	٦-٩-٣-ب
٤١٧	قاعدة أو علاقة سودربرج	٦-٩-٣-ج
٤١٩	أمثلة مطولة	٦-٩-٣-د
٤٢٧	المثلث التصميمي للتعب أو الكلال	٦-٩-٤
٤٣٠	العوامل التي تؤثر على حد الإحتمال ومقاومة التعب للمعادن	٩-٧
٤٤٥	معامل الأمان اللازم في العناصر المعرضة للتعب وتقدير قيمته	٩-٨
٤٤٩	الفصل العاشر (الأحمال الديناميكية وأحمال الصدم)	
٤٤٩	مقدمة	١٠-١
٤٥١	تحليل إجهادات وإنفعالات أحمال الصدم والأحمال الديناميكية	١٠-٢
٤٥١	بالنسبة للأحمال الديناميكية أو الأجسام المتحركة بعملية منتظمة	١٠-٢-أ
٤٥٢	بالنسبة لأحمال الصدم	١٠-٢-ب
٤٥٢	حساب الإجهادات والتشكلات الديناميكية نتيجة لحركة عنصر ذات عملية منتظمة	١٠-٣
٤٥٧	حساب الإجهادات والتشكلات تحت تأثير أحمال الصدم	١٠-٤
٤٥٨	العناصر أو الأعضاء المعرضة إلى حمل صدم شد أو ضغط	١٠-٤-أ
٤٦٣	العناصر أو الأعضاء المعرضة لعزم إنحناء صدمي	١٠-٤-ب
٤٦٥	العناصر أو الأعضاء المعرضة إلى إلتواء صدمي	١٠-٤-ج
٤٦٨	أمثلة مطولة	١٠-٤-د
٤٧١	إختبار الصدم	١٠-٥
٤٧١	مقدمة	١٠-٥-١

٤٧١ إختبار الصدم القياسى	٢-٥-١٠
٤٧٢ الفرق بين إختبار تشاربى وأيزود للصدم	٣-٥-١٠
٤٧٥ (ماكينات الإختبار)	الفصل الحادى عشر
٤٧٥ مقدمة	١-١١
٤٧٥ أنواع ماكينات الإختبار	٢-١١
٤٧٥ من وجهة نظر نوع وطبيعة الإختبار الذى يجرى بواسطة الماكينة	١-٢-١١
٤٧٧ من وجهة نظر إتجاه للتأثير بالحمل على العينة	٢-١١ ب
٤٧٨ من وجهة نظر حجم وطبيعة العينة والعنصر المراد إختباره	٢-١١ جـ
٤٧٨ من وجهة نظر درجات الحرارة المعرض لها العينات أثناء الإختبار	٢-١١ د
٤٧٩ ماكينات الإختبار العامة	٣-١١
٤٨٠ تقسيم وأنواع ماكينات الإختبار العامة بالنسبة إلى ميكانيزم وطريقة تحميل قطعة الإختبار	١-٣-١١
٤٨٥ طرق قياس الأحمال بماكينات الإختبار	٢-٣-١١
٤٨٥ النظام الميكانيكى	١-٢-٣-١١
٤٨٦ النظام الهيدرولى	٢-٣-١١ ب
٤٨٧ التحكم فى سرعة التحميل فى ماكينات الإختبار	٤-١١
٤٨٨ طرق تثبيت ووضع العينات فى ماكينات الإختبار	٥-١١
٤٩٠ الإشتراطات والمتطلبات الواجب توافرها فى ماكينات الإختبار	٦-١١
٤٩٠ معايرة ماكينات الإختبار	٧-١١
٤٩٠ مقدمة	١-٧-١١
٤٩٢ الطرق المتبعة فى إجراء معايرة ماكينات الإختبار	٢-٧-١١
٤٩٩ (مقاييس الإنفعال)	الفصل الثانى عشر
٤٩٩ مقدمة	١-١٢
٥٠٠ أنواع مقاييس الإنفعال	٢-١٢
٥٠٠ مقاييس الإنفعال الميكانيكية	١-٢-١٢
٥٠١ المقاييس ذات الأنزع	١-٢-١٢ أ
٥٠٢ المقاييس ذات الترس والقرص المدرج	١-٢-١٢ ب
٥٠٤ المقاييس ذات الذراع والترس	١-٢-١٢ جـ
٥٠٦ مقاييس الإنفعال للصوتية	٢-٢-١٢
٥٠٩ مقاييس الإنفعال الكهربائية	٣-٢-١٢
٥٠٩ مقاييس الإنفعال بالمقاومة الكهربائية	٣-٢-١٢ جـ

١٢-٢-٣- د مكونات مقاييس الإنفعال ذات سلك المقاومة للمقاومة الكهربائية وطرق إستخدامها في

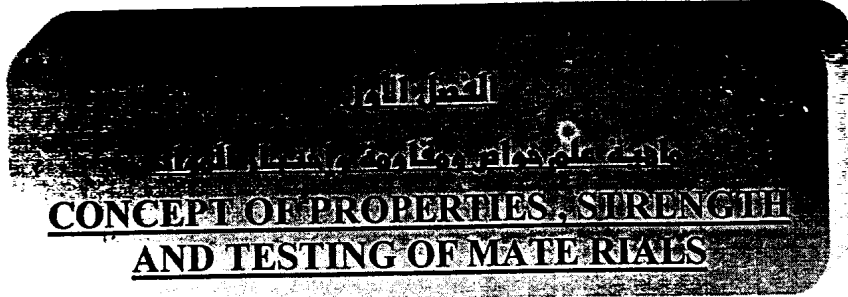
١١٤ قياس الإنفعالات بها

١١٧ طرق قياس الإنفعالات ٣-١٢

١١٧ طرق قياس الإنفعال الإستاتيكي ١-٣-١٢

١١٨ طرق قياس الإنفعال الديناميكي ١٢-٣- ب





1-1 مقدمة: INTRODUCTION

- إن علم خواص ومقاومة واختبار المواد من أهم العلوم الهندسية والموضوعات ذات الصلة بكل فروع التعليم الهندسى .
- تتعلق موضوعات هذا العلم بالدراسات المختلفة للمواد الهندسية المستخدمة فى معظم المجالات الهندسية مثل الإنشاءات وصناعة الماكينات وأعمال الصيانة الهندسية وبصفة خاصة فى الدراسات والمجالات ذات الصلة بالموضوعات التالية :
- إستخراج وتجهيز المواد الخام .
- إنتاج وتجهيز وصناعة المواد الهندسية .
- الخواص الميكانيكية والطبيعية والكيميائية للمواد الهندسية .
- الإجهادات والتشكلات المتولدة فى العناصر الإنشائية للمنشآت نتيجة لتأثير الأنواع المختلفة من الأحمال سواء الإستاتيكية أو الديناميكية أو المتكررة (شد- ضغط- إنحناء- لى ... إلخ) .
- النظريات المختلفة لإنهيار المواد وتحليل الإجهادات والمنشآت .
- الإحتياجات والمتطلبات التى يجب إتباعها وأخذها فى الإعتبار عند إستخدام أى مادة هندسية بغرض الحصول على أقصى كفاءة مستفادة من هذه المادة ككل .
- للوقوف على طبيعة ونوعية الإختبارات اللازم إجراؤها على المواد الهندسية بغرض تحديد وتعيين أهم خواصها تحت تأثير الأنواع المختلفة من الأحمال بالإضافة إلى معرفة سلوك هذه المواد تحت تأثير هذه الأحمال المختلفة وعلاقتها مع عمر المادة والزمن ودرجات الحرارة المعرضة لها .

CONCEPT OF PROPERTIES , STRENGTH AND TESTING OF MATE RIALS

- التعرف على طبيعة ونوعية الماكينات وأجهزة القياس والمعدات اللازمة لإجراء الاختبارات العملية اللازمة لتحديد خواص المواد المختلفة سواء في معامل الاختبار أو في الحقل .

• كما هو معروف لأي مهندس أن أى منشأ هندسى معرض إلى أحمال خارجية ، أياً كان نوعها ، وعلى الأقل وزنه وعليه فإن المهندسين تكون مهمتهم الأولى هو الاختيار الأمثل بعناية ورضا وإقتناع كافى بنوعية وطبيعة أحسن مادة تؤدي الغرض الذى إختيرت من أجله والذى سوف تستخدم فيه بالإضافة وإلى جانب التصميم الآمن لقطاع وعناصر المنشأ الهندسى فمثلاً حوائط خزانات المياه يجب أن تكون ذات مقاومة كافية لمقاومة الضغط الداخلية بجانب عدم نفاذية المياه من خلالها ، أرضيات وكمرات الأسقف يجب أن تكون ذات قطاعات كافية لمقاومة كلاً من الأحمال الواقعة عليها حالياً ومستقبلاً بالإضافة إلى عدم حدوث تشكلات تؤثر على مظهر وتشريح هذه الكمرات والبلاطات ، أيضاً أجنحة الطائرات يجب أن تكون ذات مقاومة وقطاعات كافية لتحمل الأحمال الأيروديناميكية التى تتعرض لها سواء فى الهبوط أو الإقلاع . إن تحقيق هذه المتطلبات يتحكم فيه خواص ومقاومة واختبار المواد المصنوعة منها هذه العناصر والمنشآت .

• لقد كانت البداية فى ظهور علم مقاومة المواد فى القرن السابع عشر الميلادى بأعمال العالم جاليليو ، تطور بعدها هذا العلم بمعرفة مجموعة من العلماء الذين ساهموا فى التعريف بعلم خواص المواد وتطويره إلى ظهور نظرية المرونة المعروفة مثل روبرت هوك ، جاكوب بيرنولى ، سانت فينانت ، جابريل لاميه وآخرين والذين وضعوا أساسيات وإفتراضات التحليل الإنشائى لمعظم العناصر الإنشائية المعرضة لأحمال مختلفة وأخيراً ساهم بدرجة كبيرة جداً فى تطوير علم مقاومة المواد العلامة توموشنكو .

٣-١ المواد الهندسية : ENGINEERING MATERIALS

١-٢-١ تعريف : Definition

- تعنى المواد الهندسية بأنها المواد التى تستخدم أساساً كمواد للإنشاء ويمكن تعريف المواد الهندسية بسهولة من خلال كيفية وطريقة إستخدام هذه المواد كما يلى :
- كمواد للإنشاء : مثل الطوب والخشب والأحجار والصلب ... إلخ .

CONCEPT OF PROPERTIES , STRENGTH AND TESTING OF MATE RIALS

- **كمواد للتصنيع** : مثل الكيماويات التى تستخدم فى تصنيع المواد مثل الحجر الجيرى الذى يستخدم فى صناعة الحديد الزهر والركام الذى يستخدم فى صناعة الخرسانة .
- **كمواد لحماية المنشآت من التدهور والتآكل** : مثل الدهانات والمواد العازلة للرطوبة والحرارة .
- **كمواد لتوليد وانتقال الطاقة** : مثل الفحم والماء والغاز والزيوت .

٢-٢-١ تقسيم المواد الهندسية : **Classification of Materials**

- يمكن تقسيم المواد الهندسية إلى الأنواع الآتية :

١- المواد المعدنية : **Metallic Materials**

وهى تنقسم إلى نوعين رئيسيين هما :

❖ معادن حديدية : **Ferrous Metals**

وهى المعادن التى تتكون أساساً من الحديد والكربون بالإضافة إلى إحتوائها إلى عدد من العناصر إما موجودة فى تركيبها عند إستخراجها من المواد الخام أو إضيفت خصيصاً عناصر سائبة مثل الصلب (Steel) ، الحديد المطاوع (Wrought iron) والحديد الزهر (Cast iron) .

❖ معادن غير حديدية : **Non- Ferrous Metals**

وهى تنقسم إلى ثلاثة أقسام هى :

- **مواد البناء** : **Building Materials** : مثل الأحجار ، الأسمنت ، الجير ، الطوب ، الخشب ، الحديد إلخ ..
- **مواد لتوليد الطاقة** : **Materials For Generation of Energy** : مثل الماء ، الغازات ، المواد القابلة للإشتعال والإنفجار .
- **مواد متنوعة أو متفرقة** : **Miscellaneous Materials** : مثل المطاط والفلين والبلستيك .

٣-٢-١ إختيار المواد الهندسية : **Selection of Eng. Materials**

- إن إستعمال أى مادة هندسية لأى غرض إنشائى ما لتحقيق المتطلبات المرغوبة فى الإنشاء يجب أن يتم إختيارها وإستعمالها بالكيفية التى تتماشى مع كل المميزات والخصائص الطبيعية لهذه المواد .

CONCEPT OF PROPERTIES , STRENGTH AND TESTING OF MATE RIALS

- وبصفة عامة فإنه يمكن التنبؤ بسهولة عن مدى ملائمة أى مادة للاستعمال لأى غرض ما وذلك عن طريق مقارنة نوعيتها بخواصها المطلوبة لهذا الغرض كما هو موضح بالجدول التالى كمثال :

السلاسل والحبال	- مقاومة الكسر
المحاور الدوارة	- المقاومة للأحمال المتكررة
الليابات وإطارات الكاوتش	- إمتصاص الطاقة الميكانيكية
أجزاء الطائرات	- خفة الوزن
مواسير الغلايات	- إنتقال الحرارة
حوائط الرصاص	- مقاومة الإشعاع
الأعمدة الخرسانية	- مقاومة الضغط
مواسير المياه الحديدية	- قابلية اللحام

- هذا وبصفة عامة فإنه عند إختيار أى مادة هندسية فإن هناك عوامل أساسية يجب أخذها فى الإعتبار وهى :-

١- خواص المادة **Properties of the Materials** : (الخواص الميكانيكية ، الطبيعية

، الكيميائية ، الكهربائية ، المغناطيسية ، الحرارية).

- هذا ويلعب هذا العامل دوراً هاماً عند إختيار المواد الهندسية حيث أن كل عنصر أو جزء من منشأ ما يجب أن تكون له خاصية تتمشى وتتلائم مع إستخدام ووظيفة هذا العنصر والغرض الذى سوف يستعمل فيه مستقبلاً ، فمثلاً السلاسل والحبال السلوكية يجب أن تقاوم الكسر بينما أجزاء الطائرات يجب أن تكون ذات وزن خفيف ... إلخ كما هو وارد فى الجدول السابق .

- هذا وتجدر الإشارة إلى أنه فى بعض الأحيان تتطلب بعض المواد تحقيق أكثر من خاصية لإستخدامها فمثلاً فى بعض الحالات الخاصة فإن المواد يجب أن تكون لها مقاومة عالية للصدأ مع مقاومة عالية للتوصيل الكهربائى بالإضافة إلى مقاومتها العالية للأحمال الخارجية .

٢- مظهر المادة Appearance :

هذا العامل من أهم العوامل التي يجب أخذها في الاعتبار عند إنشاء العديد من المنشآت الظاهرة للعيان والتي ذات علاقة بالمظهر الجمالي للمنشأ مثل منشآت ومباني الكبارى والمطارات ... إلخ .

٣- مدى ملائمة وقابلية المادة لطرق التصنيع :

Adaptability to Fabricating Methods :

يعتبر دى ملائمة وقابلية المادة وسهولتها وطرق التصنيع المختلفة التي تتلائم مع خواصها من أهم العوامل التي يجب أن تؤخذ في الاعتبار عن إختيار هذه المادة .

٤- سهولة الحصول على المادة وتوفرها بكميات كبيرة :

Availability of The Material in Quantities :

يلعب هذا العامل دور كبير في إختيار المادة الهندسية للإستخدام فى غرض معين .

٥- خاصية تحمل المادة مع الزمن (الدوامية) Durability :

وهذا العامل يعتبر من أهم العوامل التي يجب معرفتها والتعرف عليها وهى تعنى وتعبّر عن مدى قدرة المادة لمقاومة العوامل الهدامة الداخلية أو الخارجية خلال فترة زمنية طويلة (أى خلال العمر الافتراضى للمادة) .

وهذه العوامل الهدامة يمكن أن تكون فى طبيعتها عوامل كيميائية أو كهربية أو حرارية أو ميكانيكية سواء منفردة أو مجتمعة مع بعضها ، هذا وتشمل هذه الخاصة مدى مقاومة المادة للعوامل الجوية ، مقاومة الصقيع والحرارة ، مقاومة التغير فى خواص المادة الطبيعية مع الزمن بالإضافة إلى مقاومة المادة للتآكل . أيضاً ظاهرة صدأ المعادن عند تعرضها للهواء أو الماء أو المركبات الكيميائية تعتبر من أهم العوامل الهدامة التي تؤثر على مقاومة المواد وتحملها مع الزمن لذلك يجب أخذ هذه الظاهرة والخاصة فى الاعتبار عند إختيار أى مادة هندسية للإستخدام فى غرض معين .

٦- التكلفة Cost :

• إن تكلفة إستخدام أى مادة فى الإنشاء تعتبر من أهم العوامل التي يقررها المهندس عند إختيار أى مادة هندسية . والتكاليف تعنى هنا التكاليف الكلية والتي تشمل تكلفة تصنيع المادة وإعدادها وصيانتها بالإضافة إلى التكاليف الإبتدائية الخاصة بتجهيزها وإستخراج المواد الخام اللازمة لصناعتها .

- هذا ووجب التنويه والإشارة إلى أن العوامل السابقة متداخلة مع بعضها الأمر الذى يمكننا القول بصفة عامة :
- " أن أحسن مادة صالحة للإستخدام لأى غرض معين هى المادة التى ذات مقاومة عالية مع الزمن مع مظهر لائق ومرضى وذلك بأقل تكلفة فى التشغيل "

٣-١ خواص المادة : PROPERTIES OF MATERIALS

- يمكن تعريف خواص المواد بأنها المعايير المحددة ذات الصلة بجودة ونوعية المواد .
- تعتبر معرفة خواص المواد بأنها اللغة التى يعبر بها المصمم لأى منشأ مدى إحتياجاته من المادة لمقاومة الأحمال الواقعة على المنشأ بالإضافة إلى مقاومة التآكل والعوامل الكيميائية وجميع أنواع القوى الخارجية الأخرى المحتمل أن يتعرض لها المنشأ خلال عمره الافتراضى . هذا وتعتبر خواص المواد هى الأساس فى المقارنة بين المواد المختلفة لأداء غرض معين بالإضافة إلى الوقوف على مدى إنتظام وجودة عينات مختلفة من المادة الواحدة .
- هذا وتجدر الإشارة إلى أن خواص أى مادة لقطعتين مأخوذتين من نفس المادة لا يتطابقا تماماً وهذا يعزى إلى العوامل التالية :
- العوامل الداخلة فى عملية تصنيع المادة .
- التغيرات التى تطرأ على المادة عقب تصنيعها .
- التغير فى درجات الحرارة والرطوبة .
- الاختلاف فى طرق إجراء الاختبارات لتحديد خواص المادة وعوامل أخرى .
- هذا ووجب الإشارة والتنبيه إلى أنه حتى للقطعة الواحدة من المادة فإن خواصها تتغير من نقطة وموضع إلى نقطة وموضع آخر فى نفس القطعة وذلك نتيجة للاختلاف فى تركيب وترتيب البلورات المكونة للمادة فى إتجاهاتها المختلفة .

١-٣-١ تقسيم خواص المادة : Classification of Properties of Materials

يمكن تقسيم خواص المادة إلى الأنواع التالية :-

i. الخواص الطبيعية : Physical Properties

وهى الخواص ذات الصلة بالحالة الطبيعية للمادة مثل الأبعاد والمقاسات ، الشكل ، المسامية ، الكثافة ، الوزن النوعى ، محتوى الرطوبة إلخ .

ii. الخواص الكيميائية : Chemical Properties :

وهى الخواص التى تتعلق بالناحية الكيميائية للمادة : مثل هل المادة أوكسيد أو مركبة التركيب - التركيب الكيميائى - قاعدية وحامضية المادة - مقاومة المادة للصدا والعوامل الجوية إلخ .

iii. الخواص الحرارية : Thermal Properties :

وهى الخواص ذات الصلة بتأثير الحرارة على المادة مثل الحرارة النوعية ، التمدد ، التوصيل الحرارى إلخ .

iv. الخواص الكهربائية والمغناطيسية : Electrical and Magnetic Properties :

وهى الخواص التى تتعلق بعلاقة المادة بالكهرباء والمغناطيسية مثل التوصيل الكهربائى - النفاذية المغناطيسية - المقاومة الكهربائية إلخ .

v. الخواص الصوتية : Accoustical Properties :

وهى الخواص ذات الصلة بانتقال الصوت وانعكاس الصوت للمادة .

vi. الخواص الضوئية : Optical Properties :

وهى الخواص ذات الصلة بتعرض المادة للضوء مثل اللون وانعكاس الضوء .

vii. الخواص الميكانيكية : Mechanical Properties :

وهى الخواص التى تتعلق بمقاومة سلوك المادة تحت تأثير الأحمال المختلفة مثل المقاومة (مقاومة المادة للشد والضغط والانحناء والقص والصدم وذلك تحت تأثير الأحمال الإستاتيكية والمتكررة) والتشكل ، الصلابة ، المرونة ، اللدونة ، الممتولية ، القصفة ، المتانة إلخ .

وفيما يلى شرح لبعض هذه الخواص التى تهتم المهندسين :

١-٣-١-أ - الخواص الطبيعية :-

*** الوزن الحجمى Volume Weight :**

- وهو عبارة عن وزن وحدة الحجم من المادة فى حالتها الطبيعية (مع تواجد الفراغات).
- يعين الوزن الحجمى بإستعمال أوعية ذات حجم معين ومعلوم مع ملئ هذه الأوعية بالمادة وإيجاد وزن المادة التى تملأ هذا الحجم وطبقاً للمعادلة التالية :

$$U = \frac{W}{V} = \frac{\text{الوزن}}{\text{الحجم بما فيه الفراغات}}$$

حيث (W) وذلك بوحدة كجم/م³ أو جرام/سم³ أو طن/م³.

*** الكثافة Density :**

- تعرف كثافة المادة بأنها خارج قسمة وزن المادة على وحدة الحجم منها أى بوحدة

الوزن الحجمى وهى طن/م³ أو جرام/سم³ أو رطل/قدم³.

- هذا ويجب التفرقة بين نوعين من الكثافة هما :

✓ الكثافة الظاهرية Apparent Density :

وهى وزن المادة مقسوماً على حجمها الكلى بما فيه الفراغات أى وزن وحدة الحجم من المادة بما فيه الفراغات .

$$i.e \gamma = \frac{W}{V} = \frac{\text{وزن المادة}}{\text{حجم المادة بما فيه الفراغات}}$$

✓ الكثافة المطلقة Absolute Density :

وهو وزن المادة مقسوماً على حجم المواد الصلبة فيها أى وزن وحدة الحجم من المادة بدون الفراغات .

$$i.e \bar{\gamma} = \frac{W}{V - V_0}$$

حيث : (W) وزن المادة ، (V) حجم المادة الكلى بما فيه الفراغات ، (V₀) حجم الفراغات

- فيما يلى بيان بقيم الوزن الحجمى (الكثافة الكلية) لبعض مواد البناء فى حالتها الجافة

بالهواء- جدول (١-١)

جدول (١-١) الوزن الحجمى لبعض مواد البناء فى حالتها الجافة بالهواء

١,٧٠٠ - ١,٤٥٠	الرمل
١,٧٠٠ - ١,٣٠٠	الزلط
١,٨٠٠ - ١,٤٠٠	الطوب
٢,٧٠ - ٢,٥٠	الجرانيت
٢,٢٠ - ٢,١٠	الخرسانة العادية
٢,٥	الخرسانة المسلحة
٧,٨٥٠	الحديد
٠,٨٠ - ٠,٥٠	الخشب
١,٠٠	الماء

*** الوزن النوعى Specific Gravity :**

- وهو يعبر عن النسبة بين وزن حجم معين من المادة إلى وزن نفس الحجم من الماء أى نسبة كثافة المادة إلى كثافة الماء وعليه فإن الوزن النوعى ليس له تمييز أو وحدات .

$$i.e \gamma = \frac{\text{وزن حجم معين من المادة}}{\text{وزن نفس الحجم من الماء}} = \frac{\text{كثافة المادة المطلقة}}{\text{كثافة الماء}}$$

- يبين الجدول (١-٢) بعض قيم الوزن النوعى لبعض مواد البناء

٢,٧ - ٢,٦	رمل
٢,٧٠ - ٢,٥٠	أحجار زلط
٣,١٥ - ٣,٠٠	الأسمنت
٢,٨٠ - ٢,٥	الطوب
٧,٨٥	الحديد

*** المسامية Porosity :**

- وهى عبارة عن نسبة المسام الموجودة فى المادة إلى حجم المادة الكلى .
- هذا وتجدر الإشارة إلى أن طبيعة ونوعية المسام الموجودة فى المادة تتوقف على طبيعة ونوعية هذه المادة حيث أنها يمكن أن تكون مسام مفتوحة بعضها على بعض أى متصلة أو مسام مغلقة غير متصلة ببعضها داخلياً وقد تكون هذه المسام على السطح الخارجى أو الداخلى أو الإثنين معاً للمادة حسب طبيعة ونوعية المادة .

*** النسبة المئوية للفراغات % of Voids :**

- وهى تعبر عن نسبة حجم الفراغات الموجودة بين حبيبات المادة إلى الحجم المطلق للمادة فى حالتها الجافة وهى تساوى :

$$i.e V_v = \text{حجم الفراغات} = V_t - V_s$$

$$= \frac{\text{الحجم الكلى} - \text{الحجم المطلق (حجم المادة الصلبة)}}{\text{الحجم الكلى}}$$

$$= 1 - \frac{V_s}{V_t} = 1 - \frac{W}{V_t} \cdot \frac{V_s}{W}$$

حيث (W) وزن المادة

$$= 1 - \frac{\text{الوزن الحجمي}}{\text{الوزن النوعي}} = 1 - \frac{U}{\gamma}$$

$$= \frac{\gamma - U}{\gamma} = \frac{\text{الوزن النوعي للمادة} - \text{الوزن الحجمي للمادة}}{\text{الوزن النوعي للمادة}}$$

$$100 \times \frac{\gamma - U}{\gamma} = \% V_v = \text{النسبة المئوية للفراغات}$$

- يتضح مما سبق أنه لنفس قيمة الوزن النوعي للمادة وثباته فإنه كلما زاد الوزن الحجمي كلما قلت النسبة المئوية للفراغات وبالتالي تتحسن درجة توزيع الحبيبات في المادة .
- هذا وتجدر الإشارة إلى أن النسبة المئوية للفراغات بالمادة تعتمد أساساً على حجم وشكل والحالة السطحية لحبيبات المادة .

* درجة امتصاص المادة للماء والرطوبة السطحية :

Degree of Water Apsorption and Surface Moisture :

- تعتبر هذه الخاصية مهمة جداً في مواد البناء سواء كانت في عملية الإنشاء أو أثناء عمليات النقل والتخزين وذلك لتأثير الماء سواء كان على هيئة بخار ماء أو بصورته السائلة الطبيعية حيث أنه غالباً ما يكون تأثير الماء ذو أثر ضار على الصفات المميزة لبعض المواد مثل الركام والجبس والأسمنت والتربة .
- هذا وتنقسم حالات المادة تبعاً لدرجة رطوبتها إلى الحالات التالية :

- جافة بالفرن Oven dry :

وهي حالة المادة عندما نتخلص من كل ما فيها من رطوبة خارجية أو داخلية وذلك ما يتم عادة عند درجة حرارة ما بين 100 ، 110 م° .

- جافة بالهواء Air dry :

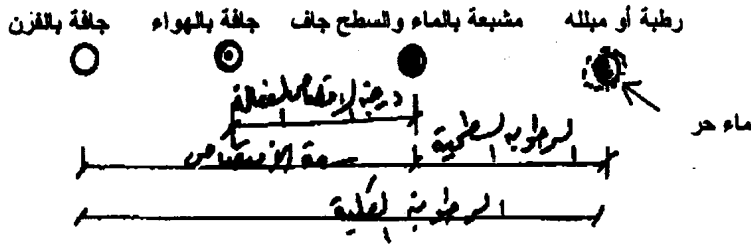
وهي حالة المادة عندما يكون سطحها جاف وخالي من الرطوبة السطحية مع بقاء وإحتفاظ وإحتواء المادة بدرجة من الرطوبة ولكن ليس لدرجة التشبع .

- مشبعة بالماء والسطح جاف Saturated and Surface dry :

وهي الحالة التي تكون فيها المادة خالية من أى رطوبة سطحية على الحبيبات ولكن جميع فراغاتها الموجودة بالحبيبات مشبعة ومملوءة بالماء .

- رطب أو مبلل Damp or Wet :

- وهي حالة المادة التي تكون فيها المادة فراغات مشبعة ومملوءة بالماء مع إحتوائها على ماء حر ورطوبة على السطح الخارجى لحبيباتها .
- ويبين الشكل التالى (١-١) الحالات السابق شرحها للمادة من وجهة نظر درجة إحتوائها على الرطوبة



شكل (١-١)

- مما سبق يجب التنويه إلى أنه يجب التفرقة بين ما يسمى بسعة الإمتصاص للماء والإمتصاص الفعال وذلك كالآتى :

- سعة الإمتصاص Apsoption Capacity :

- وهي تعبر عن كمية الماء اللازمة لجعل وتحويل المادة من حالتها الجافة بالفرن إلى حالتها وهي مشبعة بالماء والسطح جاف ويعبر عنها بكمية الماء التي تمتصها المادة الجافة عند غمرها كلياً بالماء ويمكن التعبير عن ذلك بما يعرف بالنسبة المئوية لإمتصاص الماء بالوزن كالآتى : النسبة المئوية لإمتصاص الماء بالوزن =

$$100 \times \frac{\text{وزن المادة مشبعة بالماء} - \text{وزن المادة فى حالتها الجافة}}{\text{وزن المادة فى حالتها الجافة}}$$

- درجة الإمتصاص الفعالة Effective Apsoption :

- وهي تعبر عن كمية الماء اللازمة لجعل وتحويل المادة من حالتها الجافة بالهواء إلى حالتها وهي مشبعة بالماء والسطح جاف .
- هذا وتجدر الإشارة إلى أن النسبة المئوية لإمتصاص المادة للماء بالوزن تعتبر ذات أهمية عند التعامل فى تصميم الخلطات الخرسانية وتؤثر بدرجة كبيرة على قيمة الوزن الحجمى للمادة وقابليتها لإنتقال الحرارة بداخلها فمثلاً يزداد الحجم لبعض المواد كالخشب والطين بزيادة درجة إمتصاص المادة للماء كما تقل مقاومة بعض المواد بزيادة درجة إمتصاص المادة للماء وذلك نتيجة فقدان الروابط بين جزيئات المادة لوجود الماء بينها .

CONCEPT OF PROPERTIES , STRENGTH AND TESTING OF MATE RIALS

- يبين الجدول التالى قيمة بعض النسبة المئوية لإمتصاص الماء بالوزن لبعض مواد البناء :

صفر - ٢ %	رمل
٠,٥ - ١ %	زلط وكسر حجر جبرى
صفر - ١ %	جرانيت
٢ - ٧ %	حجر رملى

* ثبات المادة بالماء : Water Stability :

- وهذه الخاصية تعبر عن مدى تأثير محتوى الماء على مقاومة المادة مقارنة بمقارنتها وهى جافة ، هذا ويعبر عن هذه الخاصية عن طريق معامل يسمى معامل الليونة (K) وهى النسبة بين مقاومة المادة وهى مشبعة بالماء (R_w) إلى مقاومتها وهى جافة (R_d) .

$$\text{i.e } K = \frac{R_w}{R_d} \leq 1.0$$

- وهى نسبة أقل من الواحد وعليه فإن المادة التى لها خاصية الثبات بالماء مثل الزجاج والصلب فإن $K = 1.0$ وأن قيمة (K) بالنسبة للطين فهى تقريباً صفر ، وعموماً فإن المواد التى لها قيمة ($K > 0.8$) تعتبر وتعد مواداً ثابتة بالماء ، وهذا ولا يسمح بإستعمال المواد التى تتعرض للرطوبة المتغيرة والتى يكون فيها قيمة ($K < 0.8$) لهذه المواد .

* ثبات المادة فى الهواء : Air Stability :

- وهذه الخاصية تعبر عن قدرة تحمل المادة لمدة طويلة للتأثير المتوالى والمتتابع للرطوبة والجفاف دون حدوث تغيير ملموس فى وزنها أو فقد فى مقاومتها .
- هذا ويختلف سلوك المواد تحت تأثير رطوبة الهواء المتغيرة ، فمثلاً عند جفاف الأسمنت فى الخرسانة فإنه يحدث له إنكماش (أى نقص فى حجمه وأبعاده) فى حين لا تتأثر بقية مكونات الخرسانة من زلط ورمل وبذلك الأمر الذى ينجم عنه تغييرات حجمية للخرسانة ينتج عنها إجهادات شد فى الحجر الأسمنتى الضعيف فى مقاومة الشد والتى تسبب انفصال الأسمنت عن الزلط أو حدوث تتميلات وشروخ فى الحجر الأسمنتى أو بين الزلط والحجر الأسمنتى وبالتالي ضعف مقاومة الخرسانة مع الزمن .

* نفاذية المادة للماء : Permeability :

CONCEPT OF PROPERTIES , STRENGTH AND TESTING OF MATERIALS

• وهى الخاصية التى تعبر عن قابلية المادة لسريان الماء فيها تحت ضغط معين ويمكن التعبير عنها عن طريق ما يعرف بمعامل النفاذية للماء وهى عبارة عن كمية الماء التى تنفذ فى زمن قدره ساعة واحدة خلال مساحة متر واحد من سطح المادة المعرضة للماء والمختبرة .

• وتعتبر هذه الخاصية من الخواص الهامة للمادة عند التعامل مع عزل المواد للماء حيث أن الزجاج والصلب والبيتومين وأغلب أنواع البلاستيك تعتبر مواد غير منفذة للماء .

*** مقاومة المادة لفعل الصقيع وتناوب تجمد وذوبان المياه داخلها :**

Resistance to Frost Action and Freezing and Thawing :

• وهذه الخاصية تعبر عن مقاومة المادة وقابلية المادة المشبعة بالماء لتحمل تناوب ودورات تجمد وذوبان المياه داخلها لمرات عديدة دون ظهور دلائل على إنكسارها أو إنهيارها ودون أن تتأثر مقاومتها بدرجة كبيرة وعالية نتيجة ذلك .

• هذا وتجدر الإشارة إلى أن المياه المتجمدة يزيد حجمها عن المياه العادية بمقدار (٩%) فى درجة الصفر ونتيجة لذلك فإن هذه الزيادة فى الحجم داخل الفجوات الموجودة بالمادة يزداد وقد يصل إلى عشرات أو مئات الكيلوجرامات/سم^٢ وبالتالي ينجم عن ذلك تولد إجهادات داخلية كبيرة قد لا تتحملها المادة وبالتالي قد تسبب تفتتها الأمر الذى يجب أخذ ذلك فى الاعتبار عند إختيار المواد الهندسية كما ذكرنا .

١-٣-١ ب- الخواص الكيميائية : Chemical Properties :

• وهى الخواص التى ذات الصلة بالميزات الكيميائية والعوامل التالية :

- التركيب الكيميائى : Chemical Composition :

معظم المعادن المعروفة لها تركيب ومحتوى كيميائى يميزها عن غيرها ويبين الجدول التالى التركيب والمحتوى الكيميائى لبعض أنواع الصلب المعروفة والشائعة الإستخدام

الصلب الإنشائى المعروف	٠,١٨	٠,٣٧	٠,٠٦	-	-
الصلب متوسط الكربون	٠,٤٩	٠,٤٦	٠,١٢	-	-
صلب السوست والآليات	٠,٩٣	٠,٣٣	٠,٠٢	-	-
الصلب المنكل	٠,٤١	٠,٧٥	٠,٢٥	٣,٤١	٠,١٨
الصلب الغير قابل للصدأ	٠,١٢	٠,٤٧	٠,٥٨	٩,٦٧	١٨,٥

- درجة القاعدية أو الحامضية : Degree of Alkalinity or Acidity :

يقال أن المادة قاعدية أو حامضية طبقاً لدرجة الأس الهيدروجيني (درجة الـ P.H) حيث أن المادة المتعادلة قيمة الـ P.H تعادل (٧) فإذا قلت عن هذه القيمة يقال عنها حامضية وإذا زادت عن ذلك يقال عنها قاعدية وللعلم بأن مياه الشرب متعادلة (P.H = 7) .

١-٣-١ ج- الخواص الحرارية : Thermal Properties :

لكل مادة بعض الخواص الحرارية وهى خواص المادة ذات الصلة وعلاقة المادة بالحرارة ومنها :

- التمدد الحرارى Thermal Expansion :

وهذه الخاصية تعبر عن قيمة إستطالة جزء معين من المادة عند رفع درجة حرارتها ويعبر عن هذه الخاصية بمعامل التمدد الحرارى (coefficient of thermal expansion) وهو مقدار الزيادة أو التمدد الذى يحدث فى وحدة الأطوال من المادة عند رفع درجة حرارتها درجة واحدة مئوية ووحداته (cm/cm/°C) وهو يتراوح ما بين (١,٠٠ - ١,٥) × ١٠^{-٥} سم/سم/°م للخشب .

- التوصيل الحرارى Thermal Conductivity :

وهى الخاصية التى تقيس وتعبّر عن قدرة المادة لتوصيل وإنتقال ومرور الحرارة بداخلها ، ويمكن تعريفها أيضاً بأنه نسبة تدفق وسريان الحرارة بداخل كتلة المادة ويمكن التعبير عن هذه الخاصية بما يسمى بالمعامل التوصيل الحرارى (coefficient of thermal conductivity) والذى يعرف ويساوى كمية الحرارة التى تمر خلال عينة من المادة سمكها الوحدة (١,٠٠ م) ومساحة سطحها (1 m²) فى زمن قدره ساعة واحدة عندما يكون فرق درجات الحرارة على سطحها (١°م)

$$i.e K = \frac{Q t}{A. \Delta t. z}$$

حيث :

Q: كمية الحرارة المارة بالمادة

t : سمك المادة (م)

A: مساحة الجدار الذى يمر عبرها التيار الحرارى (م^٢)

Δt : فرق درجات الحرارة على سطحى المادة (°م)

z : الوقت الذى يمر التيار الحرارى أثناء عبر المادة (ساعة)

- هذا وتتوقف خاصية توصيل المادة للحرارة على عوامل كثيرة أهمها طبيعة المادة ، درجة مسامية المادة ، بنيتها وتركيبها - طبيعة ونوعية الفراغات الداخلية ، نسبة الرطوبة ودرجة حرارة الوسط المحيط بالمادة أثناء عملية التوصيل .

كما وأن قيمة التوصيل الحرارى للمواد المتجانسة تعتمد على الوزن الحجمى للمادة بحيث تزيد بزيادة الوزن الحجمى والعكس . هذا وتؤثر الرطوبة تأثيراً بالغاً على التوصيل الحرارى للمادة فدرجة توصيل المادة للحرارة للمواد الرطبة أكبر من المواد الجافة حيث درجة توصيل الماء للحرارة أكبر ٢٥ مرة من الهواء .

* السعة الحرارية Thermal Capacity :

- وهى عبارة عن قابلية المادة لإمتصاص الحرارة عند تسخينها ، ويعبر عن السعة الحرارية بما يعرف بالحرارة النوعية (Specific Heat) وهى عبارة عن كمية الحرارة المطلوبة لتسخين كيلو جرام واحد من المادة درجة واحد مئوية .
- يمكن حساب السعة الحرارية للمادة من العلاقة التالية :

$$C = \frac{Q}{W.(t_2 - t_1)}$$

حيث :

Q : كمية الحرارة المطلوبة لتسخين المادة من درجة حرارة (t₁) وحتى (t₂) °م

W : وزن المادة بالكجم .

(t₂ - t₁) : الفرق بين درجة حرارة المادة قبل وبعد التسخين/ °م

وتتراوح قيمة السعة الحرارية لبعض المواد الشائعة فى الإنشاءات حيث أن السعة الحرارية لها أهمية كبرى فى الحالات التى تستلزم المحافظة على درجة حرارة ثابتة للتدفئة داخل المباني وذلك طبقاً للقيم التالية :

القيمة	المواد
٠,٢٢ - ٠,١٨	المواد الحجرية
٠,١١	الصلاب
٠,٢٢	الخرسانة
٠,٦٥ - ٠,٥٧	المواد الخشبية

*** ثبات المادة للحريق Fire Stability :**

- وهى الخاصية التى تعبر عن قابلية المادة للثبات والإستقرار دون حدوث إنهيار لها تحت تأثير درجات الحرارة العالية ، تقسم هذه المواد حسب درجة ثباتها للحريق إلى :
- مواد غير قابلة للحريق : وهى المواد التى لا تحترق ولا تشتعل تحت تأثير الحرارة العالية مثل المواد المعدنية .
- مواد قابلة للحريق : وهى المواد التى تحترق وتشتعل تحت تأثير النار وتستمر فى الإحتراق والإشتعال حتى بعد إبعاد النار عنها .
- مواد تحترق بصعوبة : وهى المواد التى تحترق دون لهب أو تلتهب ولكن بصعوبة تحت تأثير الحرارة العالية ولكنها تستمر فى الإحتراق فقط فى وجود النار .

*** مقاومة المادة للحريق Fire Resistance :**

وهى قابلية المادة لعدم حدوث تشكل وتغيير فى شكلها أو أبعادها تحت التأثير الدائم لدرجات الحرارة العالية ومن هذه مواد المواد التى تستعمل فى الأفران والمداخن والغلايات وغيرها بحيث تقاوم درجات الحرارة العالية مع وجود أحمال عليها .

١-٣-١-٤ - الخواص الكهربائية والمغناطيسية Electrical and Magnetic Properties :

وهذه خواص المادة التى تتعلق بخاصية المقاومة الكهربائية والتوصيل الكهربى والنفاذية المغناطيسية ، هذا وتجدر الإشارة إلى أن كل من المعادن لها خاصية المقاومة والتوصيل الكهربائى وفيما يلى نموذج لقيم المقاومة الكهربائية لبعض منها :

٢,٦٨	الألومنيوم
٧,٥٤	الكاديوم
٢,٦٠	الكروم
٩,٧٠	الكوبلت
١,٧٢	النحاس
٩,٨٠	الحديد
٢,٤٤	الذهب
٢٢,٠٠	الرصاص
٧,٨٠	النيكل
١,٦٢	الفضة
٥,٧٥	الزنك

١-٣-١ هـ- الخواص الضوئية Optical Properties :

وهي الخواص ذات الصلة بانعكاس الضوء وإمتصاصه والذي يمكن التعبير عنه بمعامل انعكاس المادة للضوء ، ومعامل إمتصاص المادة للضوء وفيما يلي بيان ببعض هذه الثوابت الضوئية لبعض المعادن :

المعدن	معامل الانعكاس	معامل الامتصاص
الألومنيوم	١,٤٤	٥,٣٢
النحاس	٠,٦٤	٤,٠٨
النيكل	١,٧٩	١,٨٦
الذهب	٠,٣٦	٧,٧٠
الفضة	٠,١٨	٢٠,٢٠
الصلب	٢,٧٠	١,٢٨

١-٣-١ و- الخواص الصوتية Accoustical Properties :

وهي الخواص ذات الصلة بدرجة إنتقال وانعكاس الصوت للمادة وذلك من خلال قياس سرعة إنتقال الموجة الصوتية داخل المواد أو الوسط الذي ينتقل الصوت بداخله وفيما يلي بيان بقيم سرعة إنتقال الموجات الطولية والصوت في بعض المعادن :

الهواء	الماء	الصلب	الألومنيوم	النحاس
٣٣٠	١٤٧٠	٥٩٧٠	٦١٠٠	٤٣٥٠

١-٣-١ ز- الخواص الميكانيكية للمادة : Mechanical Properties of Material :

* مقدمة :

- تعتبر هذه الخواص من أهم خواص المواد لما لها من أهمية كبيرة لدى جميع المهندسين حيث أنها تلك الخواص التي تتعامل وذات الصلة بدراسة سلوك ومقاومة المواد عند تعريضها للأحمال الخارجية التي تؤثر عليها من بداية التحميل وحتى حدوث إنهيال لها سواء كانت هذه الأحمال إستاتيكية أو ديناميكية أو متكررة كما سوف يرد فيما بعد .
- هذا وتجدر الإشارة إلى أنه للتعامل مع مثل هذه الخواص يجب الوقوف على بعض التعريفات والإفتراضات الهامة والمبسطة التالية :

CONCEPT OF PROPERTIES , STRENGTH AND TESTING OF MATE RIALS

- جسم أى مادة له تركيب مصمت و(مستمر) Solid (Continuous) بغض النظر عن محتوى وإتجاه هذا التركيب .

- المادة يمكن إعتبارها متجانسة (Homogenuous) وذلك على أساس أنها تمتلك نفس الخواص المتطابقة عند جميع نقاطها أى أن المادة لا تختلف خواصها من نقطة إلى نقطة لنفس المادة .

- المادة يمكن إعتبارها أيزوتروبية (Isotropic) وذلك بمعنى أنها تمتلك ولها نفس الخواص المتطابقة فى جميع إتجاهاتها فمثلاً للمواد ذات الحبيبات الناعمة فإن خواص هذه المواد تكون منتظمة ومتماثلة مثل الحديد ، ولكن يطلق على المواد ذات الخواص المختلفة والتي تعتمد على إتجاه أليافها وحجم حبيباتها وإختلاف مكوناتها فى الإتجاهات المختلفة بأنها مواد غير أيزوتروبية (anisotropic) مثل الخشب والخشب الأبلج والبلاستيك والورق إلخ .

• هذا ويجب التنويه إلى أن معظم نظريات مقاومة المواد تفترض أن المواد هى مواد متجانسة وأيزوتروبية .

• إن دراسة مقاومة وخواص المواد الميكانيكية تعنى الوقوف على معرفة سلوك هذه المادة أو العنصر الإنشائى المكون منه هذه المادة تحت تأثير الأحمال الخارجية المؤثرة عليها .

2-1 سلوك العناصر والمواد الإنشائية تحت الأحمال الخارجية :

Behavior of Structural Elements of Materials Under External Loads:

• إن سلوك أى عنصر إنشائى أو مادة بصفة عامة يعنى مقاومة هذا العنصر أو المادة للأحمال الخارجية ومعرفة طريقة وكيفية مقاومته لهذه الأحمال بالإضافة إلى معرفة طبيعة ونوعية الإجهادات والإنفعالات والتشكلات الداخلية المتولدة فيه نتيجة لهذه الأحمال وذلك خلال زيادة مدة تأثير الحمل من الصفر وحتى حدوث الإنهيار ، ناهيك عن التعرف على طبيعة ونوعية الشروخ المتولدة فيه وإتجاهاتها وشكل وطرز الكسر عند حدوث الإنهيار عند أقصى حمل وبالتالي تقدير قيمة كل من حمل التشريح وإجهاد التشريح وكذلك حمل الإنهيار وإجهادات الإنهيار القصوى عند حدوث هذا الإنهيار ، وبناء على ذلك يمكن القول بأن سلوك وخواص المواد الميكانيكية يتوقف على عدة عوامل من أهمها :

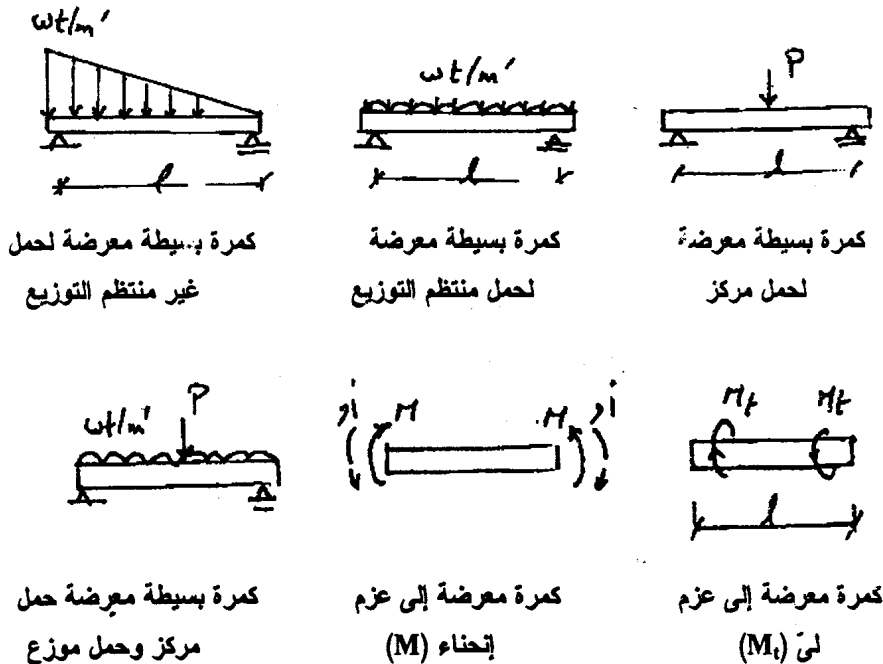
١-٤-١- نوع المادة Type of Material :

- ليس هناك شك في أن نوع المادة يؤثر بدرجة كبيرة جداً على خواصها وسلوكها تحت تأثير الأحمال المختلفة .
- إن نوع المادة يتمثل في طبيعة تركيبها الإنشائي والميكروسكوبى من حيث ترتيب جزيئاتها وهل هذه المادة متجانسة أو غير متجانسة أو أيزوتروبية وغير أيزوتروبية بمعنى أن سلوك ومقاومة الحديد غير الخرسانة العادية غير الخرسانة المسلحة غير الخشب إلخ .

١-٤-٢- طبيعة ونوعية الحمل الخارجى المؤثر على المادة أو العنصر :

Type of External Load :

- يقصد بطبيعة ونوعية الحمل الخارجى المؤثر هل هو حمل مركز (Concentrated load) أو حمل موزع بانتظام (Uniformly distributed load) أو بغير انتظام (Non-uniform) أو عزم إنحناء (Bending moment) أو لى (Torsion) سواء هذه الأحمال تؤثر بطريقة منفردة (Single) أو مجتمعة مع بعضها (Combined) فمثلاً سلوك ومقاومة كمره بسيطة الإرتكاز (Simply Supported) من الحديد أو الخرسانة ذات أبعاد و مقطع ثابت يختلف عما إذا كانت معرضة إلى حمل مركز أو منتظم التوزيع إلخ كما هو موضح بالشكل التالى (٢-١) :



شكل (٢-١)

CONCEPT OF PROPERTIES , STRENGTH AND TESTING OF MATERIALS

• في الحقيقة لا توجد في الطبيعة أحمال مركزة حقيقية حيث أن أي حمل لابد وأن يؤثر من خلال مساحة محددة .

• تقاس الأحمال المركزة بوحدات الطن أو الكيلوجرام أو نيوتن أما الأحمال الموزعة فتكون في صورة قوى ضغط الرياح أو ضغط السوائل على العناصر وذلك على مساحة معينة وبكيفية منتظمة (Uniform) أو غير منتظمة أو في صورة وزن وحدة الأطوال من العنصر أو المادة كما ذكرنا سابقاً ، هذا وأن وحدات هذه النوعية من الأحمال الموزعة هي (طن/م ، أو طن/م²) ، أما وحدات عزوم الإنحناء والتي فهي (طن.م) .

١-٤-٣ - طبيعة ونوعية الإجهادات الداخلية المتولدة في المادة أو العنصر نتيجة للحمل الخارجي

المؤثر Type of Induced Internal Forces in Structural element or

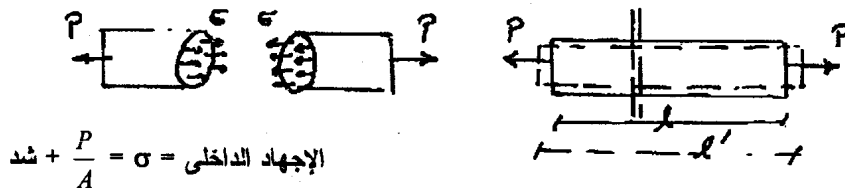
: Material Due to Acting External Load

• إن الأحمال الخارجية المؤثرة على أي مادة أو عنصر إنشائي سوف يتولد نتيجة عنها قوى داخلية وهذه القوى الداخلية لا تظهر إلا إذا أخذنا مقطع داخلي لبيان طبيعة واتجاه هذه القوى بحيث يكون الجزئان المقطوعان في حالة إتزان وهذه القوى الداخلية إما أن تكون عمودية على مساحة المقطع أو قوى مماسة للمقطع :-

- في حالة القوى العمودية على المقطع :

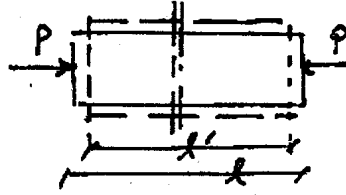
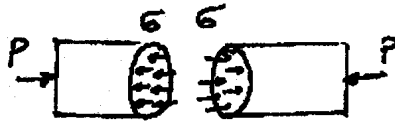
وهذه بدورها إما أن تكون قوى شد أو ضغط والتي ينشأ عنها إما زيادة في الطول ونقص في المقطع إذا كانت شد أو نقص في الطول مع الزيادة في المقطع إذا كانت ضغط كما هو موضح بالشكل حيث تتولد قوى داخلية موزعة بنظام على مساحة المقطع المقطوع إذا كانت القوى الخارجية شد أو ضغط أو غير موزعة بانتظام على مساحة المقطع إذا كانت القوى الخارجية عزم إنحناء أي أن الإجهادات العمودية (Normal Stresses) تنشأ إما عن قوى عمودية على المقطع (شد أو ضغط) أو عزوم إنحناء كما هو مبين بالشكل التالي (١-٣) :

- في حالة قوى الشد والضغط Case of Tension or Compression Forces :



القوى الداخلية المتولدة وهي موزعة بانتظام على المقطع وهي إجهادات عمودية على المقطع شد

قوى شد خارجية (زيادة في الطول)



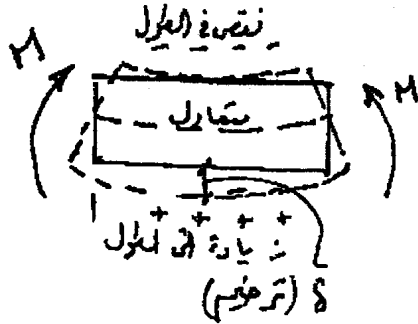
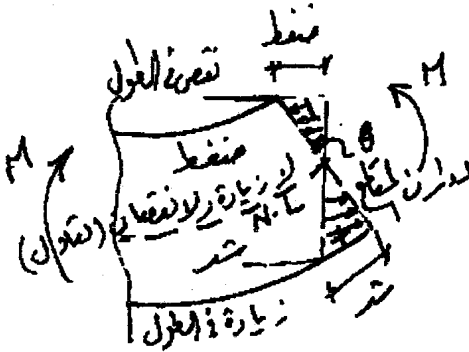
$$\text{الإجهاد الداخلي} = \sigma = \frac{P}{A} - \text{ضغط}$$

القوى الداخلية المتولدة وهي موزعة بانتظام على المقطع وهي إجهادات عمودية على المقطع ضغط

قوى ضغط خارجي (نقص في الطول)

(b)

- في حالة عزوم الإنحناء :

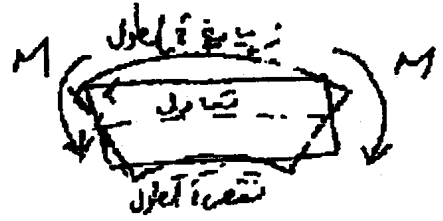
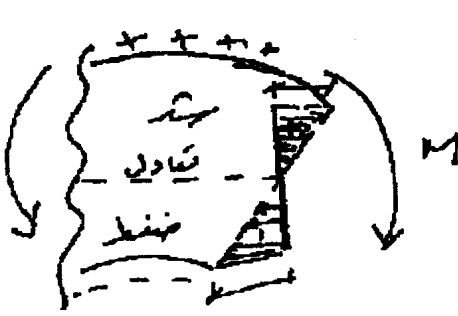


القوى الداخلية المتولدة والموزعة خطياً على المقطع وهي إجهادات شد عمودية على المقطع في الجزء السفلي وضغط عمودية على المقطع في الجزء العلوي وهذا يكون مصحوباً بدوران للمقطع بزاوية (θ) مع وجود محور ومستوى تعادل ليس به شد أو ضغط أي ثابت الطول مع ترخيم وتنفوس إلى أسفل

تنفوس إلى أعلى وإنحناء إلى أسفل مصحوب بترخيم (δ) عزوم إنحناء موجبة

(C)

CONCEPT OF PROPERTIES , STRENGTH AND TESTING OF MATE RIALS



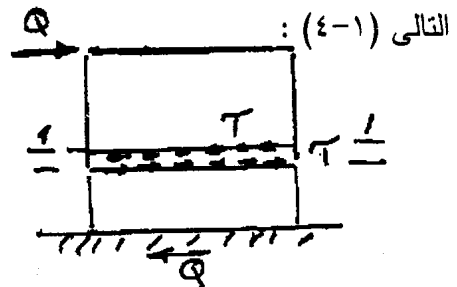
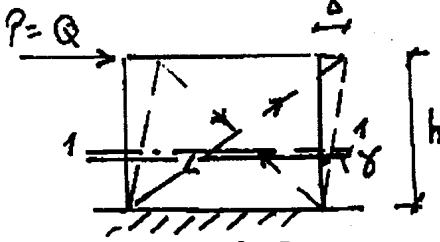
القوى الداخلية المتولدة والموزعة خطياً على المقطع وهي
إجهادات شد عمودية على المقطع في الجزء العلوي وضغط
عمودية على المقطع في الجزء السفلي وهذا يكون مصحوباً
بدوران للمقطع بزواوية (θ) مع وجود محور ومستوى متعاقل
ليس به شد أو ضغط أى ثابت الطول مع ترخيم
وتقوس إلى أعلى

تقوس إلى أسفل وإحناء إلى أعلى
(عزوم إحناء سالبة)

(d)

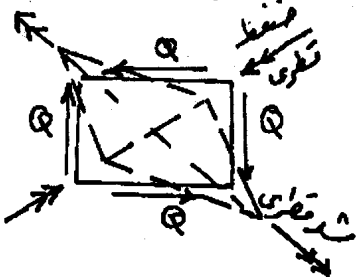
- في حالة القوى المماسية للمقطع (Shearing Force) وهي ما تعرف بالقوى القاصة:

- إذا ما أثرت القوة على العنصر أو المادة موازية لمقطعها سميت بالقوى القاصة (Shearing Force) وعليه فإنه لإتزان العنصر يجب أن يكون العنصر متزاناً أى مجموع القوى الرئيسية تساوى صفراً ومجموع القوى الأفقية تساوى صفراً وكما هو مبين بالشكل



القوى الخارجية الموازية للمقطع

الإجهادات والقوى الداخلية المتولدة
والموازية للمقطع (τ)



التشوة والقوى المصاحبة لإجهادات القص

شكل (٤-١)

CONCEPT OF PROPERTIES , STRENGTH AND TESTING OF MATE RIALS

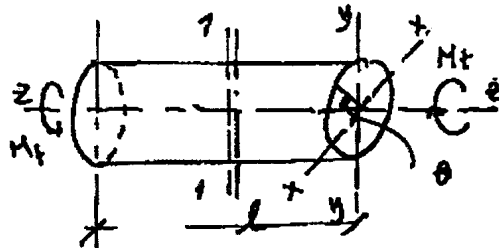
• فإذا ما أخذنا قطاع أفقى (1-1) فإنه سوف تظهر القوى الداخلية ممثلة فى قوة مماسة فى المقطع والتي ينتج عنها قوى موزعة على كامل المقطع وموازية له بالنسبة لمسطح المقطع والتي تعرف بإجهادات القص (Shear stress) ووحداته كجم/سم² أو طن/م² أو نيوتن/سم².

• هذا وأن التشكل المصاحب للقوى القاصة (Q) هو الإزاحة الأفقية (Δ) فى إتجاه القوة وذلك على إرتفاع (h) من نقطة تثبيت البلوك والذي ينجم عن ذلك تشوه فى الشكل (Distorsion) وذلك عن طريق تغيير فى قيمة الزاوية القائمة بين المستويين الرأسى والأفقى وتزيد من ناحية ونقل من ناحية أخرى بمقدار (γ) والتي تعرف بزاوية القص وهى دالة فى قيمة القوة (Q) ونوع المادة حيث: $\gamma \cong \tan \gamma = \frac{\Delta}{h}$ وهى بدون تمييز وليس لها وحدات وتسمى بإنفعال القص (Shear strain)، ونتيجة لحدوث هذا التشوه (Distorsion) فإن أحد الأقطار سوف يزداد طوله وبالتالي يتولد فيه قوة شد هى السبب فى زيادة هذا الطول والقطر الآخر يقل طوله وبالتالي يتولد فيه قوة ضغط هى السبب فى نقص هذا الطول والتي ينجم عنهما بالتبعية إجهادات شد وضغط قطرية على زاوية ٤٥° مع الأفقى.

• هذا وتجدر الإشارة إلى أنه لجعل أى عنصر معرض لقوة قاصة على مستوى ما فإنه ليصبح متزاناً فإن يجب أن يتولد على المستوى العمودى عليها قوى قاصة مساوية لها فى المقدار وتعرف بقوى القص المصاحب (Complementary shear).

- فى حالة قوى عزوم اللي (Torsion (Twisting Moment):

• يبين الشكل التالى عنصر ما معرض إلى عزم لى وهى عبارة عن قوة عزم تعمل حول المحور الطولى للعنصر العمودى على مقطعه . شكل (٥-١)



عنصر معرض إلى عزم لى

شكل (٥-١)

CONCEPT OF PROPERTIES , STRENGTH AND TESTING OF MATERIALS

- وهذه القوى الخارجية إذا ما أخذنا مقطعاً (١-١) لبيان القوى الداخلية المتولدة في الجزئين المقطوعين فإنه سوف ينجم عنها قوى مماسة للمقطع أى قوى قاصة وبالتالى إجهادات قاصة تكون أكبر ما يمكن عند المحيط الخارجى وتقل كلما إتجهنا ناحية المركز كما هو مبين .

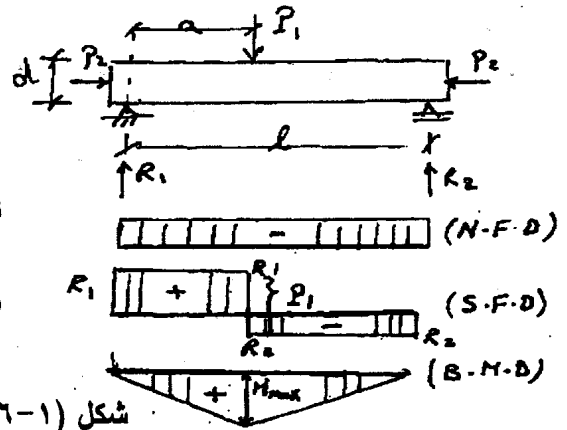


إجهادات القص الموازية للمقطع المتولدة نتيجة لعزم الليّ

- وبصفة عامة إن عزوم الليّ ينجم عنها إجهادات قاصة موازية للمقطع يكون توزيعها وقيمها يتوقف على شكل المقطع كما سوف يرد فيما بعد والتشكل (Deformation) المصاحب لذلك هو دوران المقطع بزاوية (θ) تسمى زاوية الليّ (Angle of Twist) قيمتها تتوقف على نوع المادة وقيمة عزم الليّ (M_t) وطول العنصر (λ) .

- في حالة قوى مركزة Combined Forces :

- يبين الشكل التالى كمرّة بسيطة الإرتكاز معرضة إلى حمل مستعرض على بعد مسافة (a) من الركيزة اليسرى وحمل أفقى وبذلك فإن القوى الداخلية المتولدة فى هذه الكمرّة تكون عبارة عن قوى قاصة (S.F) وعزوم إنحناء (B.M) وقوى عمودية (N.F) وهذه بالتبعية ينجم عنها إجهادات عمودية (Normal Stresses) نتيجة لكل من عزوم الإنحناء وقوى العمودين وإجهادات قاصة (Shear Stresses) نتيجة للقوى القاصة كما هو مبين بالشكل التالى وعليه فإن الحاكم فى سلوك هذه الكمرّة ومقاومتها هو علاقة قيم عزوم الإنحناء إلى القوى القاصة أو ما يعرف بمسافة القص (a) وعلاقتها مع عمق الكمرّة أو ما يسمى بنسبة بحر القص إلى عمق الكمرّة $\left(\frac{a}{d}\right)$.



ردود الأفعال عند الرّكائز
توزيع القوى العمودية على المقطع (ضغط) (N)
توزيع القوى القاصة على المقطع (Q) وإتجاهاتها
توزيع قوى عزوم الإنحناء على المقاطع (M)
ورسمها وإتجاهها فى منطقة الشد أسفل محور الكمرّة

شكل (٦-١)

١-٤-٤ طريقة وكيفية التحميل أو التأثير بالحمل على العنصر :Method of Loading

- فى التطبيق العملى لكيفية تأثير الأحمال إلى أى عنصر أو منشأ ما يوجد طرق عديدة لذلك نذكر منها ما هو مألوف التطبيق فى الأغراض الهندسية :-

* تحميل إستاتيكي (Static Loading) :

- وفى هذه الحالة فإن الحمل يزداد ويؤثر تدريجياً حتى حدوث الإنهيار خلال فترة زمنية محددة الأمر الذى يمكن تقسيم هذا النوع من التحميل إلى النوعين التاليين :

- تحميل إستاتيكي قصير المدى Short-Time Static Loading :

- وفى هذه الحالة فإن الحمل يؤثر على العنصر ببطئ ويزداد تدريجياً حتى الوصول إلى أقصى قيمة يتحملها العنصر ويحدث عندها الإنهيار من الصفر خلال فترة زمنية صغيرة لا تتعدى دقائق قليلة بدون حدوث صدم أو إهتزازات للعنصر مثل إختبار الشد للمواد .

- تحميل إستاتيكي طويل المدى Long-Time Static Loading :

- وفى هذه النوعية من التحميل فإن الحمل يؤثر على العنصر ببطئ ويزداد تدريجياً حتى الوصول إلى قيمة محددة يظل الحمل بعدها ثابتاً لمدة طويلة حتى الوصول إلى الإنهيار .

* تحميل ديناميكي Dynamic Loading :

- وفى هذه الحالة من التحميل فإن الحمل يؤثر على العنصر بالكيفية التى ينجم عنها صدم أو حدوث إهتزازات فى العنصر وهذا النوع من التحميل ينتج غالباً من تأثير الأحمال دفعة واحدة أو مرة واحدة على العنصر أو ما يسمى تحميل صدم (Impact Loading) وهذا النوع من الأحمال غالباً ما يؤثر خلال فترة زمنية صغيرة نسبياً إذا ما قورنت بالأحمال الإستاتيكية .

- هذا وبصفة عامة فإن الأحمال الديناميكية غالباً ما ينجم عنها إجهادات أكبر من مثيلتها الناجمة عن الأحمال الإستاتيكية المساوية لها فى القيمة .

- هذا ويجب التنويه إلى أنه يطلق على الحمل الإستاتيكي الذى ينجم عنه إجهادات مساوية لذلك الحمل الديناميكي بالحمل الإستاتيكي المكافئ (Equivalent Static Load) وأن النسبة بين قيمة هذا الحمل الإستاتيكي المكافئ والحمل الديناميكي هذا عادة ما يسمى بعامل الحمل (Load Factor) وهو قيمة أكبر من الواحد الصحيح .

* تحميل متكرر Repeated Loading :

- هذه الحالة من التحميل تطلق على الحالة إذا ما أثر الحمل على العنصر أو المنشأ لعدة مرات عديدة مثل الأحمال المؤثرة على محاور عجلات العربات ، ضغط الهواء ، موجات المياه بالبحار وهكذا .
- هذا وتجدر الإشارة إلى التحميل المتكرر ذو أهمية كبيرة عند التعامل بسلوك ومقاومة المواد حيث أن المادة أو العنصر يمكن أن تتحمل إجهاد أو حمل معين عندما يكون الحمل إحصائياً بينما تفشل نفس المادة أو العنصر في المقاومة تحت حمل متكرر أقل قيمة من الحمل الإحصائياً ، وهذا يفسر أن مقاومة وسلوك المواد تحت تأثير التحميل المتكرر تختلف اختلافاً جذرياً عن مثيلتها تحت تأثير التحميل الإحصائياً .

١-٤-٥ معدل التحميل Rate of Loading :

- كما ذكرنا سابقاً فإن طريقة التحميل الإحصائية تعنى زيادة الحمل تدريجياً حتى الوصول إلى الإنهيار أو الكسر خلال فترة زمنية محددة ، هذا ويمكن التعبير عن ذلك بما يسمى معدل التحميل وهو يناظر معدل زيادة الحمل أو الإجهاد الواقع على العنصر بالنسبة للزمن أى بوحدات (كجم/سم^٢/ثانية) وعليه فإن هذا المعدل غالباً ما يؤثر بدرجة كبيرة على خواص ومقاومة المواد المختلفة وبدلالته يمكن تحديد ما يسمى بمدة بقاء أو مدة تأثير الحمل (Duration of Loading) حيث إذا ما كان معدل التحميل سريع فتكون مدة بقاء الحمل صغيرة أو قصيرة وإذا ما كان معدل التحميل بطيء فتكون مدة بقاء الحمل كبيرة والتي بدورها تؤثر بكل تأكيد على كل من مقاومة المادة أو العنصر وعلى سلوكه وشكل إنهيائه كما سوف يرد في الاختبارات الخاصة بالمواد الهندسية المختلفة .

١-٤-٦ شكل وأبعاد المقطع وحجم العينة المختبرة أو العنصر المحمل :

Shape, Dimeusion and Size of Test Specimen or Loaded Element :

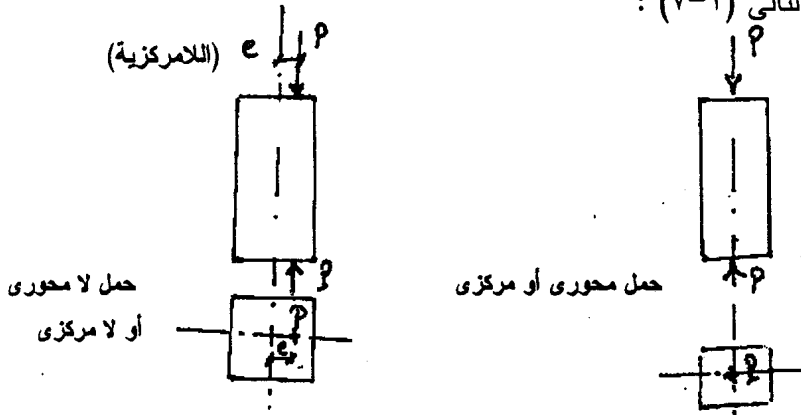
- إن شكل وأبعاد المقطع وحجم العينة المختبرة أو العنصر المحمل يؤثر بدرجة كبيرة على سلوك ومقاومة وشكل الإنهيار عند تعريضه لأي حمل خارجي بمعنى أنه إذا كان المقطع مستدير أو مربع أو مستطيل أو I أو T₁ وأي شكل فإن ذلك يؤثر على مقاومة المادة وشكل إنهيائها الأمر الذي يجب تحديد شكل وأبعاد المقطع وطول العينة عند اختبارها تحت تأثير أي نوع من الأحمال وذلك حسب طبيعة ونوعية المادة المختبرة كما سوف يرد في الاختبارات الخاصة بالمواد الهندسية المختلفة .

٧-٤-١ مكان وموضع الحمل المؤثر بالنسبة للعنصر أو المادة :

Location and Position of Acting Applied Load with Respect to Element or Material :

- إن مقاومة وخواص المواد وسلوكها تحت تأثير أى نوع من الحمل يتوقف بدرجة كبيرة على مكان وموضع الحمل المؤثر بالنسبة للعنصر أو المادة فمثلاً عند التأثير بحمل ضغط على عمود ما من أى مادة فإن هذا الحمل يمكن أن يكون محورياً (مركزياً) (Centric or Axial) بالنسبة للمقطع أو مرهل عن مركز المقطع (Eccentric) كما هو

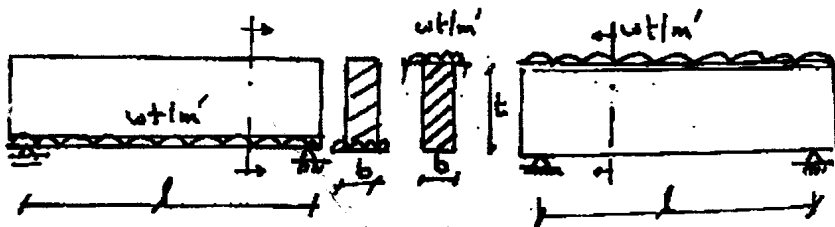
موضح بالشكل التالى (٧-١) :



شكل (٧-١)

وفى هذه الحالة الأخيرة يكون المقطع معرض إلى حمل ضغط محورى وعزم إنحناء قيمته تعادل $p.e$ حيث p قيمة حمل الضغط ، e مقدار اللامركزية (eccentricity) وهو بعد حمل الضغط عن مركز المقطع وعليه فإن سلوك ومقاومة المادة أو العنصر تختلف فى كل حالة بالرغم من أن الحمل فى كل منهما حمل ضغط ولكن موضع الحمل مختلف فى كل منهما.

- هذا وأيضاً فى حالة الأحمال المستعرضة الواقعة على الكمرات يمكن أن تؤثر على سطحها العلوى (فوق ظهرها) أو سطحها السفلى (عند بطنيها) كما هو موضح بالشكل التالى وعليه فإن مقاومة المادة وسلوكها يختلف فى كل حالة - شكل (٨-١) .



شكل (٨-١)

CONCEPT OF PROPERTIES , STRENGTH AND TESTING OF MATERIALS

٨-٤-١ التاريخ السابق للعنصر أو المادة قبل التأثير عليها بالحمل :

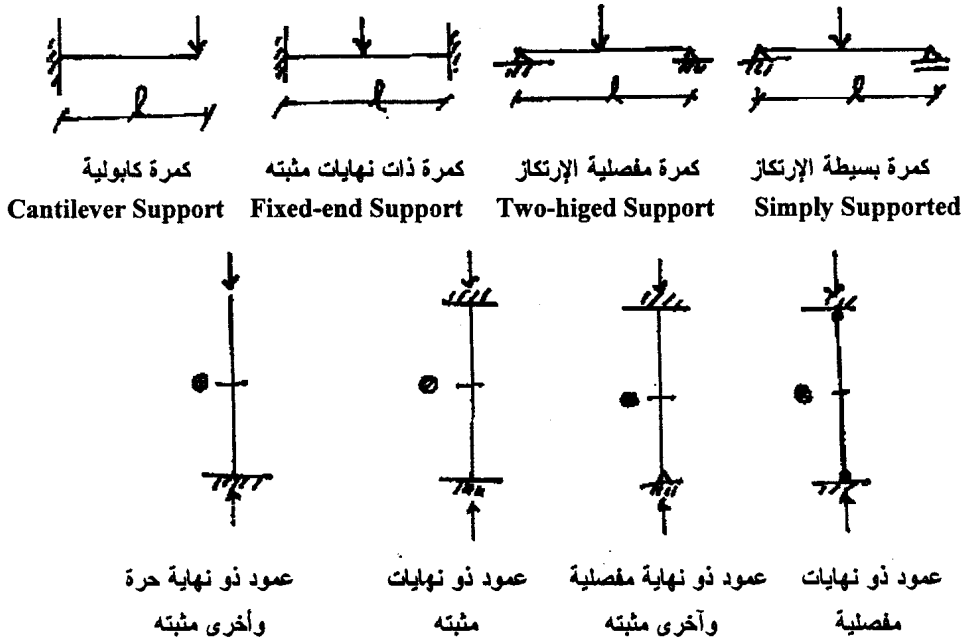
Previous History of Material or Element Before Subjected to Loading:

- إن سلوك ومقاومة أى مادة أو عنصر ما تتوقف على التاريخ السابق والظروف السابقة التى تعرض لها هذا العنصر قبل التأثير عليها بالحمل فمثلاً الحديد بعد تسخينه خواصه تختلف لو لم يتم تسخينه وهكذا .

٩-٤-١ ظروف نهايات العنصر المحمل أو المادة :

End Conditions of Loaded Element :

- إن ظروف نهايات أى عنصر محمل بحمل معين تؤثر بدرجة كبيرة على مقاومته وخواصه وسلوكه وشكل إنهيائه وذلك بمعنى أن سلوك ومقاومة كمره بسيطة الإرتكاز تختلف عن كمره مفصلية أو ذات نهايات مثبتة أو كمره كابولية ، أيضاً عمود حر سلوكه يختلف إختلافاً جذرياً عن عمود ذو نهايات مفصلية أو نهايات مثبتة أو مقيدة وهكذا كما هو مبين بالشكل التالى وكما سوف يرد فى الأبواب التالية - شكل (٩-١) .



شكل (٩-١)

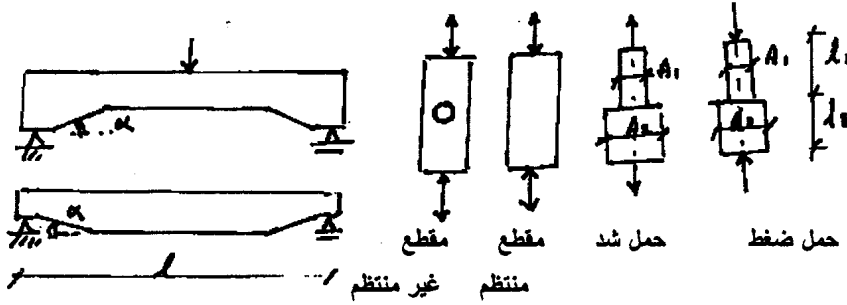
١٠-٤-١ إنتظام المقطع على طول العنصر المحمل :

Uniformity of Cross-Section Along Length of Loaded Element :

- بدون شك فإن سلوك ومقاومة وشكل الإنهيار أى عنصر محمل بأى نوع من الحمل يتأثر بمدى إنتظام وثبات مساحة المقطع على كامل طول العنصر المختبر فمثلاً عند تعريض

CONCEPT OF PROPERTIES , STRENGTH AND TESTING OF MATE RIALS

عنصر محمل إلى حمل محوري غير منتظم المقطع سواء شد أو ضغط سوف يختلف تماماً عما لو كان المقطع ثابتاً على كامل الطول ، أيضاً بالنسبة للكمرات المعرضة لأحمال مستعرضة والغير ثابتة ومنتظمة المقطع (ذات هونشات) يختلف سلوكها ومقاومتها وشكل إنهيارها عن تلك ذات المقطع الثابت وهذا يتأثر بنسبة تغيير المقطع على كامل الطول المتغير [أى ميل الهوتش (α) وإتجاهه] كما هو مبين بالكروكي التالى - شكل (١٠-١) :



كمرات ذات هونشات (المقطع غير منتظم)

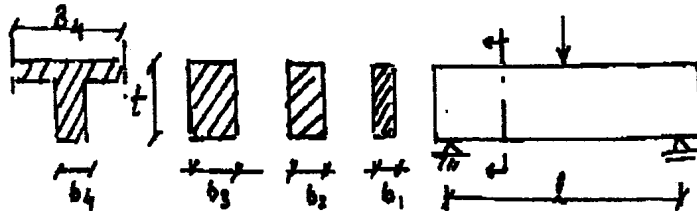
شكل (١-٩)

- ١١-٤-١ درجة حرارة الجو ونسبة الرطوبة المحيطة بالعنصر أو المادة المعرضة إلى حمل :
- إن درجة حرارة الجو وأيضاً نسبة الرطوبة المحيطة بالعنصر أو المادة المعرضة إلى أى نوع من التحميل تؤثر بدرجة كبيرة على مقاومتها للأحمال وذلك يختلف من مادة إلى أخرى كما سوف يرد عند دراسة خواص المواد المختلفة والعوامل التى تؤثر عليها .

١٢-٤-١ نسبة طول العنصر المعرض للتحميل إلى أقل بعد فى القطاع :

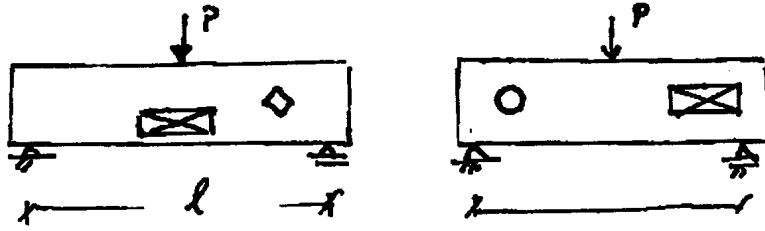
Ratio of Length to Min. Cross Section Dimension of Element :

- إن نسبة طول العنصر (λ) إلى طول أقل بعد فى القطاع المعرض للتحميل (b) تؤثر بدرجة كبيرة على سلوكه ومقاومته للأحمال وخاصة بالنسبة للكمرات المعرضة لأحمال مستعرضة حيث نقل المقاومة كلما زادت نسبة (λ/b) متوقفة على حسب نوع المادة المعرضة للتحميل أو الأعمدة المعرضة إلى أحمال محورية - شكل (١٠-١) .



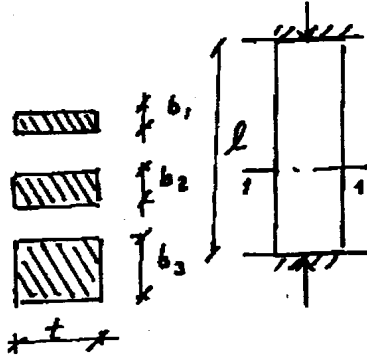
كمرة بسيطة معرضة لحمل مستعرض ونو (λ/b) متغير

CONCEPT OF PROPERTIES , STRENGTH AND TESTING OF MATE RIALS



كمرات ذات فتحة بأبعاد وشكل معين وبمواضع مختلفة على كل

من بحر وعمق الكمرة



عمود ذو نهايات مثبتة وذو (λ/b) متغير

شكل (١٠-١)

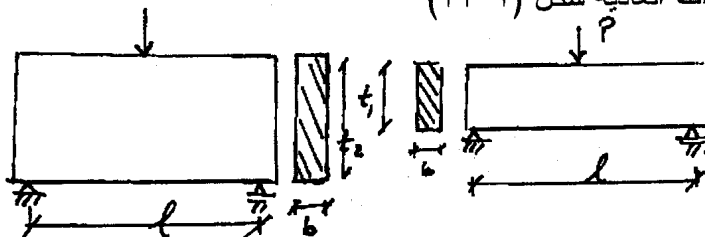
١٣-٤-١ نسبة طول العنصر المعرض للتحميل إلى عمق القطاع :

Ratio of Length to depth of Cross-Section dimation of loaded

Element :

- أثبتت الأبحاث أن سلوك ومقاومة المواد تحت تأثير أى نوع من الأحمال يتوقف على نسبة طول العنصر المحمل (λ) إلى عمق القطاع الخاص بهذا العنصر (t) أى بنسبة (λ/t) وخاصة فى الكمرات المعرضة إلى حمل مستعرض أو لى حيث فى حالة زيادة هذه النسبة يقال عن الكمرات بأنها كمرات عميقة (Deep Beams) وهذه مقاومتها وسلوكها

تختلف عن الكمرات العادية شكل (١١-١)



كمرة عميقة

(Deep Beam)

كمرة عادية

(Normal Beam)

شكل (١١-١)

ملحوظة هامة :

- هذا وسوف يتم دراسة تأثير معظم هذه العوامل كل على حدة عند دراسة سلوك كل من المواد المعدنية كالصلب والخرسانة العادية والخرسانة المسلحة إلخ عند تعريفها إلى حمل شد أو ضغط أو إنحناء أو أحمال مركبة وذلك تحت تأثير كل من الأحمال الإستاتيكية والديناميكية والمتكررة وذلك في الأبواب والأجزاء التالية من هذا الدليل .

١-٥-١ الإجهادات والإنفعالات (التشكلات) المرنة البسيطة للمادة :

Simple Elastic Stresses And Strains (Deformation) of A Material:

- يقصد بالإجهادات والإنفعالات (التشكلات) المرنة البسيطة للمادة بالقوى والإنفعالات الداخلية التي تتولد في المادة وهي في حالة مرنة عند تعريضها لفعل أحمال خارجية إستاتيكية في صورة بسيطة مثل الشد والضغط والقص كل على حدة .

١-٥-١ الإجهادات والإنفعالات المرنة نتيجة لحمل شد أو ضغط محوري إستاتيكي :

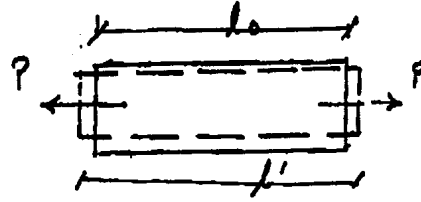
Normal Stresses and Normal Strains Due to Axial Tension or Compression Static Load:

- كما ذكرنا عند تعريض جسم إلى حمل شد أو ضغط خارجي محوري فإنه لابد وأن يكون في حالة إتران خارجياً وداخلياً . القوى الداخلية لا تظهر إلا عندما نفصل ونقطع الجسم إلى جزئين بمستوى عمودي على إتجاه قوة الشد أو الضغط ، وهذه القوى الداخلية تؤثر على كامل مساحة المقطع المقطوعة وبقيمة موزعة بانتظام على هذه المساحة تعادل قيمة الحمل المؤثر/المساحة بوحدات (كجم/سم^٢) وهو ما يطلق عليه الإجهاد العمودي

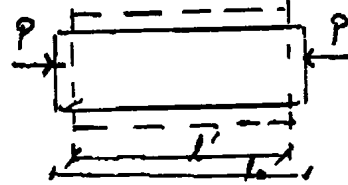
$$\sigma = \pm \frac{P}{A} \text{ Normal Stresses ويرمز له بالرمز } \sigma$$

- نتيجة لتأثير الحمل الخارجى يحدث تشكلات مرنة على كامل الطول في صورة زيادة في الطول $(\lambda' - \lambda_0) = \Delta \lambda$ بوحدات (سم) بإشارة موجبة في حالة الحمل حمل شد مصحوبة بنقص في المقطع حيث أن الحجم ثابت ، بينما يحدث نقص في الطول بإشارة سالبة قدره $(\lambda_0 - \lambda') = \Delta \lambda$ في حالة الحمل حمل ضغط مصحوبة بزيادة في المقطع حيث (λ_0) الطول الأصلي قبل التأثير بالحمل ، (λ') هو الطول الأصلي النهائي بعد التأثير بالحمل كما هو مبين بالشكل التالى (١٢-١) .

حمل شد عمودى



حمل ضغط عمودى



شكل (١-١٢)

- هذا وحيث أن الزيادة أو النقص فى الطول وهى التشكلات (Deformation) نتيجة لتأثير الحمل المحورى تتوقف على قيمة الطول الأصيلى (λ_0) لذلك لسهولة المقارنة فى حالة الأطوال المختلفة فقد تم أخذ ما يسمى بالإنفعال العمودى أو المحورى (Normal Strain) ليعبر عن مقدار الزيادة أو النقص فى الطول بالنسبة لوحدة الأطوال الأصيلية ويرمز له بالرمز (ϵ)

$$i.e \epsilon = \pm \frac{\Delta \lambda}{\lambda_0} = \frac{\text{النقص أو الزيادة فى الطول (التشكل فى الإتجاه الطول)}}{\text{الطول الأصيلى}}$$

بوحداث (سم/سم) بدون تمييز .

- هذا وتجدر الإشارة إلى أن التشكلات الطولية فى إتجاه تأثير الحمل يتبعها تشكلات عرضية فى إتجاه عمودى على إتجاه تأثير الحمل وبالتالي فإنه الإنفعال الطولى (Longitudinal Strain) يقابله إنفعال عرضى (Lateral Strain) بإشارة مخالفة ، هذا وقد وجد أن نسبة الإنفعال العرضى إلى الإنفعال الطولى هى قيمة ثابتة للمادة الواحدة فى مرحلة المرونة وتسمى نسبة بواسان (Poisson's ratio) ويرمز لها بالرمز (μ) وذلك بمعنى أنه إذا كان الإنفعال المحورى أو الطولى يساوى (ϵ) فإن الإنفعال العرضى يساوى ($-\mu\epsilon$)

$$i.e \mu = \frac{\epsilon'}{\epsilon} = \frac{\text{الإنفعال العرضى}}{\text{الإنفعال الطولى}} = \text{مقدار ثابت}$$

CONCEPT OF PROPERTIES , STRENGTH AND TESTING OF MATE RIALS

- هذا ويجب التنويه إلى أن قيمة (μ) العددية لجميع المواد لا تتعدى (0,5) وأنها تنحصر ما بين ($0 \leq \mu \leq 0.5$) كما هو وارد في الجدول التالي .

قيمة نسبة بواسان للمواد المتخلقة (μ)

القيمة	المادة
0,33 - 0,25	الصلب
0,34 - 0,31	النحاس
0,27 - 0,23	حديد الزهر
0,25	الزجاج
0,2 - 0,15	الخرسانة
0,45	الرصاص
0,36 - 0,32	الألومنيوم
0,34 - 0,16	الأحجار
0,47	المطاط

١-٥-٢ الإجهادات والإنفعالات المرنة نتيجة لحمل أو قوى قاصة إستاتيكية مباشرة :

Shear Stresses and Shear Strain Due to Direct Shear Static Load:

- كما بينا سابقاً بأن القوى القاصة هي القوة المماسية للمقطع ولا تظهر القوى الداخلية في المادة أو العنصر إلا عند أخذ قطاع فيها يوازي إتجاه هذه القوة والتي أيضاً تكون قوى موازية ومماسية للمقطع والتي تكون موزعة بانتظام على كامل المساحة والتي تسمى في هذه الحالة بإجهاد القص (τ) والذي يساوي حمل القص (Q) مقسوماً على المساحة المعرضة للقوة القاصة (A) بوحدات كجم/سم² أو طن/م² أو نيوتن/سم² .

$$i.e \tau = \frac{Q}{A}$$

- هذا وكما ذكرنا سابقاً أن أي إجهاد قص على مستوى ما يقابله وينتج عنه ويكون مصاحب له قص يسمى القص المصاحب وذلك على مستوى عمودي عليه مسبباً إزدواجاً في إتجاه معاكس للقوى القاصة المؤثرة خارجياً وبالتالي ينجم عن هذا القص إجهاد قص مصاحب

$$i.e \tau = \tau' \text{ (Complementary Shaer) مساوي في القيمة للإجهاد الأصلي}$$

- هذا وأن حالة التشكل الناجمة عن القوة القاصة والمبينة بالخطوط المنقطة فى الشكل والتى يعبر عنها بقيمة التشكل الحادث فى إتجاه القوة القاصة (Q) وهو بمقدار (Δ) والذى يصاحبه تغيير أو تشوه فى الشكل عن طريق تغيير الزوايا القائمة الأصلية للشكل بزيادة فى ركن ونقص فى الركن الآخر بزاوية قدرها (γ) وهذه الزاوية يطلق عليها إنفعال القص (Shear Strain) وهى تساوى قيمة التشكل (Δ) مقسوماً على زراع العزم بدون تمييز أو وحدات . $i.e \bar{\gamma} \cong \tan \gamma = \frac{x}{\lambda} (cm / cm)$ وهى تساوى مقدار الإزاحة الزاوية بالتقدير الدائرى حيث (γ) قيمة صغيرة جداً - شكل ()

١-٣ قانون هوك لحالات الإجهادات والإنفعالات البسيطة :

Hooke's Law for Cases of Simple Stresses and Strains :

- يطلق على المادة أنها مرنة (Elastic material) كلية وبالتمام إذا ما إستردت وإسترجعت أبعادها وشكلها بعد إزاحة الحمل المؤثر الخارجى عليها ، هذا وإذا لم تسترجع أبعادها وشكلها واحتفظت ببعض التشكلات الحادثة فيها بعد زوال الحمل الخارجى المؤثر من عليها فيقال أنها مادة لدنة (Plastic material) .
- هذا وتجدر الإشارة إلى أن معظم المواد يمكن إعتبارها مواد مونة حتى حد معين من الإجهادات المؤثرة أو الواقعة عليها نتيجة للأحمال الخارجية (يطلق على هذا الحد حد المرونة للمادة) حيث بعد هذا الحد يمكن إعتبار المادة جزئياً مرنة لدنة .
- هذا وقد اكتشف العالم هوك عام ١٦٧٨ أنه إذا ما أثر حمل ما على مادة مرنة فإنه يتواد فى المادة تشكلات وهذه التشكلات قيمتها تتناسب طردياً ومباشرة مع قيمة هذا الحمل المؤثر ، وحيث أن الإجهاد المتولد فى المادة يتناسب مع الحمل وكذلك الإنفعال المتولد فيها يتناسب مع التشكل فإن معنى ذلك أن الإجهاد المتولد فى المادة يتناسب مع الإنفعال المتولد ، وذلك يعنى أن نسبة

$$\text{مقدار ثابت} = \frac{\text{Stress}}{\text{Strain}} = \frac{\text{الإجهاد}}{\text{الإنفعال}}$$

تساوى مقدار ثابت لأى مادة وهى فى مرحلة المرونة .

CONCEPT OF PROPERTIES , STRENGTH AND TESTING OF MATE RIALS

- هذا الثابت يطلق عليه معايير المرونة (Modulus of elasticity) أو معايير ينج (Young's Modulus) ويرمز له بالرمز (E) وذلك فى حالة الإجهادات العمودية سواء الشد أو الضغط بوحدات الإجهاد كجم/سم² أو طن/م² أو نيوتن/سم².

$$i.e E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{P/A}{\Delta\lambda/\lambda} = \frac{P \cdot \lambda}{A \cdot \Delta\lambda} = \text{مقدار ثابت}$$

- وهذا يعنى أنه لعنصر ما معرض إلى حمل محورى شد أو ضغط فى مرحلة المرونة فإن مقدار الإستطالة أو النقص فى الطول (التشكل) المرن المصاحب لهذا الحمل يمكن تقديره من المعادلة التالية :

$$\Delta\lambda = \frac{P \cdot \lambda}{E \cdot A}$$

- حيث : ($\Delta\lambda$) : قيمة التشكل الحادث أو المتولد المرن (سم) .
- (P) : قيمة الحمل المؤثر (كجم) .
- (λ) : طول العنصر (سم) .
- (A) : مساحة مقطع العنصر (سم²) .
- (E) : معايير المرونة لمادة العنصر وهو قيمة ثابتة تتوقف على نوعية المادة (كجم/سم²) كما هو وارد لقيم هذا المعايير (E) فى الجدول التالى :

القيمة	المادة
$10 \times 2,2 - 2,00$	الصلب
10×1	النحاس
10×1	الخشب
$10 \times 0,675$	الألومنيوم
$10 \times 1,60 - 0,75$	حديد الزهر
$10 \times 2,2 - 2,00$	الخرسانة
ملحوظة : الإختلاف فى القيمة ناجم عن الإختلاف فى نوعية ورتبة المادة المصنعة	

- هذا ومما هو جدير بالذكر فإنه فى حالة تعرض العنصر أو المادة لقوى أو إجهادات قاصة فى مرحلة المرونة فإنه أيضاً يتناسب الإجهاد مع الإنفعال المتولد المرن أى أن خارج

CONCEPT OF PROPERTIES, STRENGTH AND TESTING OF MATE RIALS

قسمة قيمة الإجهاد على الإنفعال المرن المتولد تساوى قيمة ثابتة تعرف بمعيار المرونة للقص (Shear Modulus of Elasticity) أو معيار الجساءة (Modulus of Rigidity) ويرمز له بالرمز (G) بوحدات الإجهاد كجم/سم² أو طن/سم² أو نيوتن/سم².

$$i.e \ G = \frac{\tau}{\gamma} = \frac{\text{Shear Stress}}{\text{Shear Strain}} = \text{مقدار ثابت}$$

يتوقف قيمته أيضاً على نوع المادة .

- هذا وتجدر الإشارة إلى أن لكل مادة ثوابت ذات قيمة ثابتة فى مرحلة المرونة للمادة وهذه الثوابت هى :

(أ) معيار المرونة (E) :

كما ذكرنا يساوى $\left[E = \frac{\sigma}{\epsilon} \right]$ وذلك فى حالة الإجهادات العمودية سواء شد أو ضغط بسيط .

(ب) معيار الجساءة (G) :

وهو يساوى $\left[G = \frac{\tau}{\gamma} \right]$ وذلك فى حالة إجهادات القص البسيطة .

(جـ) نسبة بواسان (μ) :

وهى تساوى $\left[\mu = \frac{\epsilon'}{\epsilon} \right]$

(د) الإنفعال الحجمى (Volumetric Strain) e_v :

وهو يعرف بأنه نسبة التغير فى الحجم على الحجم الأصى للمادة أو العنصر وهى فى مرحلة المرونة وبدون تمييز

$$i.e \ e_v = \frac{\Delta v}{V_o} = \text{مقدار ثابت constnsnt}$$

- ونظراً لأنه من الصعب قياس التغير فى الحجم مع وخلال مراحل التحميل المختلفة وخاصة فى مرحلة المرونة فإنه أمكن التعبير عن هذا الثابت بدلالة الإنفعالات فى ثلاثة إتجاهات متعامدة للمادة فمثلاً لعنصر ما أبعاده (dx.dy.dz) أثر عليه قوى خارجية قايته سوف يحدث له إنفعالات فى هذه الإتجاهات الثلاث (x ، y ، z) مقدارها (ϵ_x) ، (ϵ_y) ، (ϵ_z) بغض النظر عن إشارات هذه الإنفعالات ، حيث أمكن التعبير عن

هذا الثابت عن طريق مجموع الإنفعالات الثلاثة المتولدة فى ثلاثة إتجاهات متعامدة عند نقطة واحدة .

$$i.e \ e_v = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \text{مقدار ثابت}$$

- أى أنه لأى مادة محملة بأحمال خارجية حتى مرحلة المرونة فإن مجموع الإنفعالات فى ثلاثة إتجاهات متعامدة عند نقطة واحدة تساوى مقدار ثابت يسمى الإنفعال الحجمى .

٦-١ بعض تطبيقات الإجهادات والإنفعالات المرنة البسيطة :

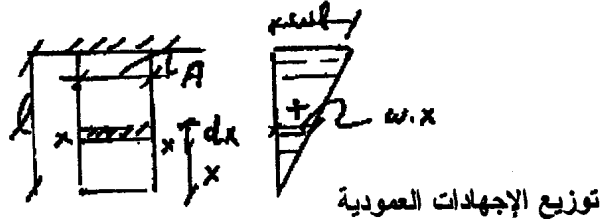
Some Applications on Simple Elastic Stresses and Strains :

١-٦-١ الإجهادات والإنفعالات نتيجة للقوى المحورية :

Stresses and Strain Due to Axial Forces :

(a) الإجهادات والإنفعالات نتيجة لوزن العنصر نفسه أو حمل محورى مؤثر عليه (حالة جسم معلق) :

- بفرض قضيب معلق رأسياً ومثبت فى نهايته العليا كما هو موضح بالشكل طوله كما هو موضح بالشكل طوله (λ) وذو مقطع منتظم (A) ومن مادة لها معايير مرونة (E) .



- حيث أن الجسم متزن تحت تأثير وزنه فإنه لقطاع أفقى (x-x) فإنه سوف تتولد عن هذا القطاع قوة شد إلى أسفل تعادل وزن الجسم أسفل هذا القطاع (x-x) وعليه فإن الإجهادات المتولدة عند هذا القطاع هى إجهادات شد عمودية تعادل

$$\sigma_{x-x} = \frac{\text{وزن الجسم أسفل القطاع (x-x)}}{\text{مساحة المقطع (A)}}$$

$$i.e = \frac{w.A.x}{A} \quad i.e = w.x \quad (kg/cm^2)$$

حيث : (w) هو وزن وحدة الحجم من مادة الجسم .

CONCEPT OF PROPERTIES , STRENGTH AND TESTING OF MATE RIALS

- وبناء على ذلك فإن الإجهادات الواقعة على الجسم المعلق تتغير من قطاع إلى آخر خطياً متوقفة على البعد (x) وهو بعد القطاع من أسفل الجسم حيث أن أقصى إجهادات عمودية تكون عند نهاية الجسم المعلق عند نقطة تثبيته العليا وهى تساوى

$$\sigma_{\max} = +w.\lambda \quad (kg/cm^2)$$

ولإيجاد قيمة الإستطالة الكلية لهذا الجسم المعلق المصاحبة لوزنه فإنه بتطبيق قانون هوك

∴ الإنفعال المتولد فى عنصر طوله (dx) على بعد (x) من أسفل (ε)

$$\varepsilon = \frac{\text{الإجهاد (stress)}}{\text{معايير المرونة (E)}} = \frac{\sigma_{x-x}}{E} = \frac{w.x}{E}$$

وبالتالى فإن قيمة الإستطالة لهذا العنصر (dx) تساوى (Δ_{dx})

$$\ominus \quad \varepsilon = \frac{\Delta_{dx}}{dx} = \frac{\text{التشكل}}{\text{الطول}} \rightarrow \Delta_{dx} = \varepsilon.dx$$

وبالتعويض عن قيمة (ε)

$$\therefore \Delta_{dx} = \frac{wx}{E}.dx$$

وعليه فإن الإستطالة الكلية للعنصر (Δλ)

$$\begin{aligned} \Delta \lambda &= \int_0^{\lambda} \Delta_{dx} = \int_0^{\lambda} \frac{w.x}{E}.dx = \frac{w}{E} \int_0^{\lambda} x.dx \\ &= \frac{W\lambda^2}{2E} \quad * \\ &= \frac{W\lambda}{2EA} \quad * \end{aligned}$$

حيث (W) الوزن الكلى للعنصر أو القضيب ، (E) معايير المرونة لمادة القضيب ، (λ) طوله ، (A) مساحة مقطعه .

- هذا وتجدر الإشارة إلى أنه فى حالة ما أثر حمل رأسى محورى إلى أسفل ذو قيمة (P) عند نهاية القضيب من أسفل فإن قيمة الإجهاد العمودى المرن المتولد عند القطاع (x-x) يساوى (σ_{x-x}) .

$$\sigma_{x-x} = \frac{\text{مجموع الأوزان الكلية أسفل القطاع (x-x)}}{\text{مساحة المقطع (A)}}$$

$(\sigma_{x-x}) =$ مجموع الإجهادات العمودية المتولدة نتيجة لتأثير كل حمل على حدة

$$(w.x) \text{ (نتيجة الأوزان)} + \frac{P}{A} \text{ (نتيجة الحمل الرأسى)}$$

وبالتالى فإن (σ_{\max}) تعادل $\left(\frac{P}{A} + w\lambda\right)$ كجم/سم^٢

وعليه فإن الإستطالة الحادثة فى العنصر (dx) تساوى Δ_{dx}

$$\Delta_{dx} = \frac{(w.x.A + P)}{EA} . dx$$

والإستطالة الكلية المتولدة فى القضيب تعادل

$$\Delta\lambda_t = \frac{1}{EA} \int_0^\lambda (w.x.A + P) dx$$

$$= \frac{w\lambda^2}{2E} + \frac{P\lambda}{EA}$$

$$\Delta\lambda_t = \frac{W\lambda}{2EA} + \frac{P\lambda}{EA} = \text{مجموع التشكلات نتيجة لتأثير كل حمل على حدة}$$

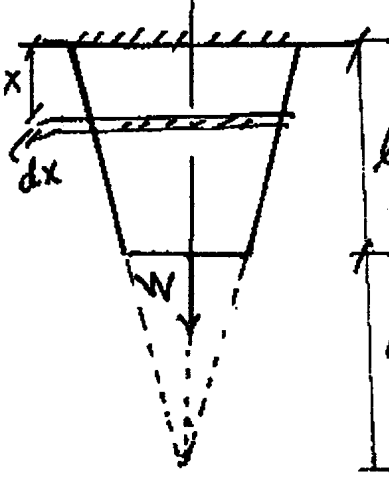
= نتيجة لوزن العنصر $(\Delta\lambda)$ + نتيجة الحمل الرأسى $(\Delta\lambda)$

لذلك فإنه يمكن القول بأن الإستطالة أو التشكل الكلى الحادث المرن فى هذه الحالة يساوى مجموع الإستطالات منفصلة لكل حالة على حدة نتيجة للحمل الرأسى مضافاً إليها نتيجة لوزن العنصر .

(b) الإستطالة والتشكل المرن لقضيب أو جسم مسلوب معلق معرض لحمل محورى شد :

Extension of Hanging Uniformly Tapered Rod Subjected to Axial Tension Load:

- يبين الكروكى التالى قضيب مسلوب بإنتظام معلق مثبت من أعلاه ويحمل فى نهايته الحرة حمل محورى قدره (w) ومساحة مقاطعه الصغرى السفلى هى (A_1) ذات قطر (d_1) والكبرى العليا هى (A_2) ذات قطر (d_2) وطوله (λ) - شكل (١-١٣) .



شكل (١٣-١)

- ولإيجاد التشكل الحادث نتيجة لهذا الحمل يمكن اعتبار أن هناك عنصر على بعد (x) من أعلى طوله (dx) ومساحة مقطعه (A) متغيرة معرض إلى إجهاد متغير قدره (σ) فإن الإستطالة قيمتها (du) تساوى

$$\ominus \frac{du}{dx} = \frac{\sigma}{E} \rightarrow du = \frac{\sigma}{E} \cdot dx$$

ومن الإتزان عند أى مقطع $\therefore \sigma \cdot A = \sigma_1 \cdot A_1 = \sigma_2 \cdot A_2 = W$

$$\therefore \sigma = \frac{\sigma_1 \cdot A_1}{A}$$

وعليه فإن قيمة (du) تساوى

$$du = \frac{\sigma_1 \cdot A_1}{A \cdot E} \cdot dx$$

$$\frac{\lambda'^2}{(\lambda' + \lambda - x)^2} = \frac{d_1^2}{d^2} = \frac{A_1}{A} \quad \text{وحيث أن}$$

وبالتعويض عن قيمة $\frac{A_1}{A}$ نحصل على قيمة الإستطالة (du) للطول (dx)

$$i.e \quad du = \frac{\sigma_1}{E} \cdot \frac{\lambda'^2}{(\lambda' + \lambda - x)^2} \cdot dx$$

وعليه فإن قيمة الإستطالة أو التشكل الكلى (U) يساوى

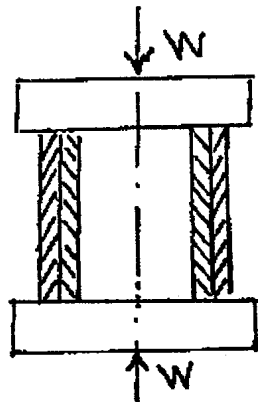
$$\begin{aligned}
 U &= \int_0^{\lambda} \frac{\sigma_1 \cdot \lambda'^2}{E} \cdot \frac{dx}{(\lambda' + \lambda - x)^2} \\
 &= \frac{\sigma_1 \cdot \lambda'^2}{E} \left[\frac{1}{\lambda' + \lambda - x} \right]_0^{\lambda} = \frac{\sigma_1 \cdot \lambda'}{E} \cdot \frac{\lambda}{\lambda' + \lambda} \\
 &= \frac{W\lambda}{A_1 \cdot E} \cdot \frac{\lambda'}{\lambda' + \lambda} = \frac{W\lambda}{A_1 \cdot E} \cdot \frac{d_1}{d_2} \dots\dots\dots *
 \end{aligned}$$

- هذا وتجدر الإشارة إلى أنه في حالة ما إذا كانت نسبة $\frac{d_1}{d_2}$ واحد فإن المعادلة السابقة تؤول إلى نفس القيمة التي توصلنا إليها في الحالة السابقة عند تعريض الجسم المنتظم المقطع لحمل محوري قدره (W) .

(c) الإجهادات والإنفعالات المرنة في القضبان أو الأعمدة القصيرة والمركبة من مادتين مختلفتين والمعرضة إلى حمل إستاتيكي محوري :

Elastic Stresses and Strain in Compound or Composite Bars and Columns Subjected to Static Axial Load :

- بفرض عمود قصير مركب من مادتين مختلفتين إحداهما من الصلب داخلها أنبوبة من النحاس متساويين في الطول ويعملان معاً كمادة واحدة كما هو مبين بالشكل (١٤-١) ومعرض إلى حمل محوري قدره (W) ضغط .
- لكي يعمل العمود كمادة واحدة في مقاومة الحمل الخارجى (W) فإن التشكل والإنفعال الحادث في المادتين لابد وأن يكون متساوياً بالرغم من اختلاف قيم القوى الداخلية في كل منهما وبالتالي الإجهادات الواقعة على كل منها .



شكل (١٤-١)

CONCEPT OF PROPERTIES , STRENGTH AND TESTING OF MATERIALS

- من إتران القوى الخارجية (w) مع القوى الداخلية المتولدة فى كل من المادتين .

$$W = P_{\text{steel}} + P_{\text{copper}}$$

وبالتالى الإجهاد المتولد فى المادتين

$$\sigma_s = \frac{P_s}{A_s} \quad \text{الإجهاد الواقع على الحديد}$$

$$\sigma_c = \frac{P_c}{A_c} \quad \text{الإجهاد الواقع على النحاس}$$

وحيث أن الإنفعالين متساويين $\epsilon_s = \epsilon_c$

$$\Delta \lambda_s = \Delta \lambda_c$$

$$\Delta \lambda_c = \frac{P_c \cdot \lambda}{E_c \cdot A_c}, \quad \frac{P_s \cdot \lambda}{E_s \cdot A_s} = \Delta \lambda_s \quad \text{وحيث أن قيمة}$$

$$\therefore \frac{P_c \cdot \lambda}{E_c \cdot A_c} = \frac{P_s \cdot \lambda}{E_s \cdot A_s}$$

$$\text{or} \quad \frac{\sigma_s}{E_s} = \frac{\sigma_c}{E_c} \rightarrow \sigma_c = \frac{\sigma_s \cdot E_c}{E_s}$$

حيث (λ) الطول ، (E_s) ، (E_c) هما معاير المرونة لكل من مادة الحديد والنحاس وبالتعويض

عن قيم (P_s) ، (P_c) فى معادلة الإتران الخاصة بالقوى

$$\therefore W = A_s \cdot \sigma_s + A_c \cdot \sigma_c$$

وبالتعويض عن قيمة (σ_c)

$$\therefore W = \sigma_s \cdot A_s + \sigma_s \cdot \frac{E_c}{E_s} \cdot A_c$$

ومنها فإن الإجهاد الواقع على الحديد (σ_s) يساوى

$$\sigma_s = \frac{W E_s}{A_s E_s + A_c E_c}$$

والواقع على النحاس (σ_c) يساوى

$$\sigma_c = \frac{WE_c}{A_s E_s + A_s E_c}$$

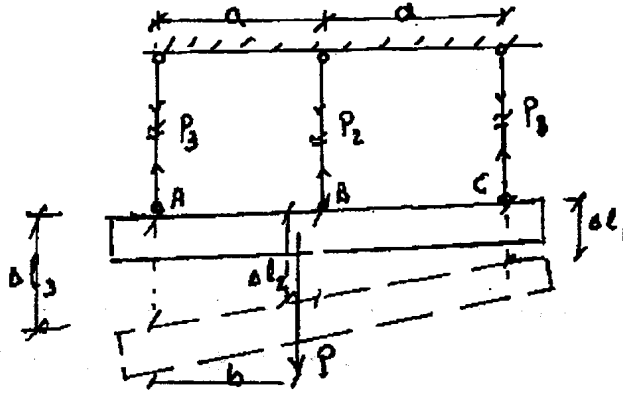
١-٦-٢ الإجهادات والإفعالات المتولدة في بعض المسائل الغير محددة إستاتيكيًا والمعرضة إلى إجهادات بسيطة محورية :

Stresses and Strains Induced in Statically Indeterminate Problems Subjected to Axial Simple Stresses :

• إن معظم الأنظمة الإنشائية للمنشآت لا يمكن تحديد وتقدير وتعيين قيمة القوى الداخلية المتولدة في عناصر هذه المنشآت بدلالة معادلات الإلتزان الثلاثة المعروفة بمفردها والتي غالباً ما يطلق على هذا النوع من المنشآت الغير محددة إستاتيكيًا (Statically indeterminate) ولكن يمكن تقدير وإستنتاج قيمة هذه المجاهيل عن طريق توافق التشكلات المتولدة في هذه العناصر نتيجة للقوى الداخلية المتولدة فيها وذلك بالكيفية الموضحة في الأمثلة التالية :

مثال (١) :

لجسم معلق عن طريق ثلاثة شدادات متساوية في الطول وذات مقاطع مختلفة ومن مواد مختلفة وعلى أبعاد متساوية من بعضها ويؤثر عليها وزنه وليكن (P) كما هو مبين ، المطلوب حساب قيم أقصى إجهادات وأقصى تشكلات مرنة سوف تتولد في هذه الشدادات - شكل (١٥-١) .



شكل (١٥-١)

الحل :

بفرض أن القوى الداخلية المجهولة في هذه الشدادات هي P_1 ، P_2 ، P_3 على التوالي إذن من

$$\Sigma X = 0 , \quad \Sigma Y = 0 , \quad \Sigma M = 0 \quad \text{معادلة الإلتزان}$$

$$\therefore P_1 + P_2 + P_3 = P \rightarrow (1)$$

وبأخذ العزوم حول النقطة (A) $i.e M_{(a)A} = 0$

$$\therefore P_2 \cdot a + P_3 \cdot 2a = P \cdot b \rightarrow (2)$$

حيث (b) بعد الحمل (P) من النقطة (A)

وحيث أن المجاهيل عددها ثلاثة الأمر الذى يستلزم وجود معادلة ثالثة تربط هذه القيم مع

بعضها وهذه المعادلة يمكن إستنتاجها من معادلة توافق وإستمرار التشكلات Compatibility

(Continuity) حيث العلاقة بين التشكلات الحادثة فى الثلاثة شدادات هى $(\Delta \lambda_1)$ ،

$(\Delta \lambda_2)$ ، $(\Delta \lambda_3)$ والتي تربطها العلاقة التالية :

$$\Delta \lambda_2 = \frac{\Delta \lambda_1 + \Delta \lambda_3}{2}$$

وبالتعويض عن قيم هذه التشكلات بدلالة القوى ومساحة المقطع والأطوال ونوع المواد من

المعادلة المعروفة للتشكل حيث :

$$\Delta \lambda_1 = \frac{P_1 \cdot \lambda_1}{E_1 \cdot A_1} , \Delta \lambda_2 = \frac{P_2 \cdot \lambda_2}{E_2 \cdot A_2} , \Delta \lambda_3 = \frac{P_3 \cdot \lambda_3}{E_3 \cdot A_3}$$

$$\therefore \frac{P_2 \cdot \lambda_2}{E_2 \cdot A_2} = \frac{1}{2} \left[\frac{P_1 \cdot \lambda_1}{E_1 \cdot A_1} + \frac{P_3 \cdot \lambda_3}{E_3 \cdot A_3} \right] \rightarrow (3)$$

وهى المعادلة رقم (٣)

ويحل المعادلات الثلاثة (١)، (٢)، (٣) يمكن إيجاد قيم (P_1) ، (P_2) ، (P_3) وبالتالى الإجهادات

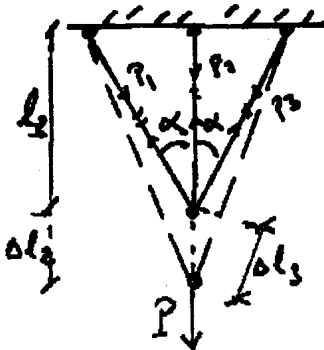
والإنفعالات والتشكلات فى كل شداد من الشدادات الثلاثة حيث (L, A, E) هى معايير المرونة

ومساحة المقطع وطول الشداد كل على حدة .

مثال (٢) :

المطلوب حساب القوى المتولدة فى الشدادات الثلاثة المعلقة والمائلة والتي تحمل فى نهايتها حمل

محورى رأسى قدره (P) كما هو مبين بالشكل (١-١٦) .



شكل (١-١٦)

الحل :

• بفرض أن الشدادات الثلاثة هي من نفس المادة وبنفس مساحة المقطع اللهم الإختلاف فى أطوالها .

• وبفرض أن القوى الداخلية المتولدة فى هذه الشدادات الثلاثة هي $(P_1), (P_2), (P_3)$

$$\ominus \Sigma Y = 0 \text{ مجموع المركبات الرأسية}$$

$$\therefore P_1 \cos \alpha + P_3 \cos \alpha + P_2 = P \rightarrow (1)$$

$$\ominus \Sigma \chi = 0 \text{ مجموع المركبات الأفقية}$$

$$\therefore P_1 \sin \alpha = P_3 \sin \alpha$$

$$\text{i.e } P_1 = P_3$$

$$\ominus 2 P_3 \cos \alpha + P_2 = P \rightarrow (1)$$

وبأخذ مواعمة وتوافق الإنفعالات والتشكلات الشدادات الثلاثة فى الإعتبار

$$\therefore \Delta \lambda_3 = \Delta \lambda_2 \cos \alpha \rightarrow (2)$$

$$\text{i.e } \frac{P_3 \lambda_3}{EA} = \frac{P_2 \lambda_2}{EA} \cos \alpha$$

$$\text{Then } P_3 = P_2 \cos^2 \alpha$$

$$\text{حيث : } \lambda_2 = \lambda_3 \cos \alpha$$

$$\therefore P_2 = \frac{P}{2 \cos^3 \alpha + 1} *$$

$$P_1 = P_3 = \frac{P \cos^2 \alpha}{2 \cos^3 \alpha + 1} *$$

وبالتالى يمكن إيجاد قيم الإجهادات والإنفعالات والتشكلات المرنة المتولدة فى هذه الشدادات

$$\Delta \lambda_2 = \Delta \lambda_1, (\sigma_2), (\sigma_3) = (\sigma_1) \text{ كل على حدة .}$$

١-٦-٣ الإجهادات والإنفعالات المتولدة نتيجة للتأثيرات الحرارية فى العناصر والمواد :

Induced Stresses and Strain due to Thermal Effect in Members and Materials :

• كما هو معلوم ومعروف فإن أى تغييرات فى درجة حرارة أى مادة أو معدن تعمل على تغيير أبعاده بالتبعية ، هذا وكما هو معلوم أيضاً فإن مقدار التمدد الطولى لأى معدن أو مادة يتناسب طردياً مع مقدار التغيير فى درجة الحرارة ويعرف مقدار التغيير فى وحدة الأطوال

CONCEPT OF PROPERTIES, STRENGTH AND TESTING OF MATE RIALS

الناجم عن التغير في درجة الحرارة الواحدة بمعامل التمدد الحرارى للمادة (Coefficient of Thermal Expansion) ويرمز له بالرمز (α) ووحداته (سم/سم/م°) بمعنى أنه لعنصر طوله (λ) إرتفعت درجة حرارته بمقدار ($T^\circ\text{C}$) فإن مقدار التغير في الأبعاد أو الطول المصاحب لذلك قدره = معامل التمدد الاحرارى \times مقدار الإرتفاع فى درجة الحرارة \times الطول $(\alpha.T.\lambda) = \Delta\lambda_T$ (cm)، فإذا ما كان العنصر غير مقيد (حر) (unconstrained) للحركة أى غير ممنوع من التشكل حسب ظروفه فإنه لا خوف من ذلك حيث لا تتولد قوى داخلية فى هذه الحالة فى العنصر ، أما إذا ما كان مقيداً (Constrained) وممنوعاً من الحركة فى الإتجاه الطولى له فإن مقدار هذه الإستطالة الممنوعة سوف يقابلها توليد إجهادات داخلية نتيجة لفروق درجات الحرارة تعادل التشكلات الناجمة عن هذه الإجهادات حيث (σ_t) هى الإجهادات نتيجة للحرارة $i.e \frac{\sigma_t}{\epsilon} = E$ ،

$$\alpha.T = \frac{\Delta\lambda_T}{\lambda} = \text{الإفعال} (\xi)$$

$$\therefore \frac{\sigma_T}{\alpha.T} = E \rightarrow \sigma_T = \alpha.T.E \quad *$$

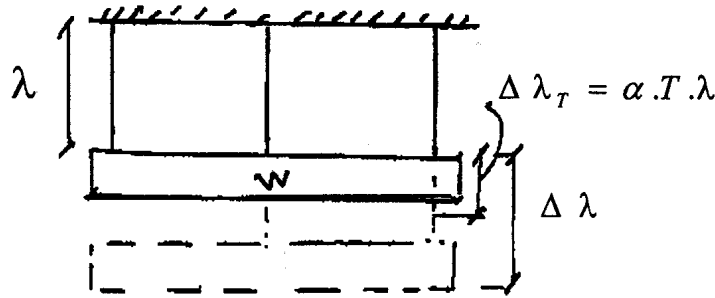
أى أن الإجهادات المتولدة فى المادة نتيجة لدرجة الحرارة إجهادات ضغط تساوى (معامل التمدد الحرارى \times مقدار الإرتفاع فى درجة الحرارة \times معايير المرونة للمادة) بوحدة كجم/سم^٢ .

مثال :

ثلاثة قضبان بطول ١٥٠ سم ومساحة مقطع ٤ سم^٢ لكل منها متصلين مع بعضهما إتصلاً جاسئاً (Rigid) وذلك فى نهايتهما وذلك بالكيفية الموضحة بالشكل (١-١٧) . إثنان منهما من النحاس وهما الخارجيان والثالث الأوسط من الصلب . فإذا ما إرتفعت درجة حرارة المجموعة بمقدار ١٠٠ م° .

المطلوب : تعيين وتقدير أقصى إجهادات متولدة فى هذه القضبان نتيجة لرفع درجة الحرارة مع العلم بأن :-

معايير مرونة الصلب $E_s = 2100 \text{ t/cm}^2$ ، ومعايير مرونة النحاس $E_c = 1200 \text{ t/cm}^2$ ، ومعامل التمدد الحرارى لكل من الصلب والنحاس يعادل $\alpha_s = 13 \times 10^{-6} \text{ cm/cm/}^\circ\text{C}$ ، $\alpha_c = 18.5 \times 10^{-6} \text{ cm/cm/}^\circ\text{C}$ على التوالى .



شكل (١٧-١)

الحل :

- بفرض أن هذه القضبان حرة بأن تتمدد أى غير مقيدة فإن مقدار التمدد والإستطالة نتيجة لرفع درجة الحرارة $T=100^{\circ}\text{C}$ يعادل $\Delta\lambda_T = \alpha \cdot T \cdot \lambda$ وحيث أن هذه المجموعة تستطيل نهائياً بمقدار قدره $\Delta\lambda$

∴ هذه القضبان سوف تكون فى النهاية مقيدة بمقدار يعادل الفرق بين هذه الإستطالات أى بين $\Delta\lambda - \Delta\lambda_T$ أو بإنفعال قدره $\left(\varepsilon = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} - \alpha \cdot T\right)$ وهذا الإنفعال المقيد يكون مصحوب بإجهاد متولد فى كل قضيب قدره (ع . E)

$$\text{i.e } \sigma_{\text{induced}} = \text{الإجهاد المتولد} = \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda} - \alpha \cdot T\right) E$$

وعليه فإن قيمة الحمل المتولد فى كل قضيب (P) يعادل قيمة الإجهاد المتولد × مساحة المقطع (A)

$$\text{i.e } P = \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda} - \alpha \cdot T\right) E \cdot A$$

- وحيث أن المجموعة تعمل مع بعضها أى أن القوى الداخلية فى القضبان يجب أن تكون فى حالة إتزان ومجموعها يساوى (صفر) .

$$\therefore \sum P = 0 \quad \text{i.e } \sum \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda} - \alpha \cdot T\right) E \cdot A = 0$$

وبالتعويض عن هذه القيم للقضبان الثلاثة

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda} - 12 \times 10^{-6} \times 100\right) \times 2100 \times 4 \\ & + \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda} - 18.5 \times 10^{-6} \times 100\right) \times 1200 \times 4 \times 2 \end{aligned}$$

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 0.001546 \quad \text{ومنها}$$

وعليه فإن قيمة الإجهاد المتولد فى كل قصيب كما يلى :

$$\sigma_s = \frac{P_s}{A} = \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda} - \alpha_s \cdot T \right) E_s \quad \text{بالنسبة لقصيب الصلب :}$$

$$= (0.001546 - 12 \times 10^{-6} \times 100) 2100 = 0.727 \text{ t/cm}^2$$

وهو إجهاد شد

$$\sigma_c = \frac{P_c}{A} = \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda} - \alpha_c \cdot T \right) E_c \quad \text{بالنسبة لقضبان النحاس}$$

$$= (0.001546 - 18.5 \times 10^{-6} \times 100) 1200 = -0.365 \text{ t/cm}^2$$

وهو إجهاد ضغط

٧-١ الخواص الميكانيكية للمواد الهندسية :

Mechanical Properties of Engineering Materials :

- كما ذكرنا فإنه يقصد بالخواص الميكانيكية للمواد بأنها الخواص التى تتعلق بسلوك ومقاومة عند تعريضها لأحمال خارجية سواء كانت أحمال إستاتيكية أو ديناميكية أو متكررة .
- عن طريق معرفة هذه الخواص يمكن التفرقة بين المواد المختلفة وبالتالي إختيارها وتحديد مدى مطابقتها لتحقيق الغرض الذى أختيرت من أجله خلال عمر المادة الإفتراضى .
- ومن أهم هذه الخواص ما يلى :

* المرونة : Elasticity :

- وهى الخاصية التى تعبر مدى قابلية المادة لإسترجاع أبعادها الأصلية بعد زوال الحمل الخارجى المؤثر عليها ، هذا وبصفة عامة لا تعبر هذه الخاصية عن كمية ومقدار التشكل الحادث فى المادة نتيجة لتأثير الحمل ولكن تعبر عن قدرتها لإسترجاع أبعادها وشكلها الأصلى بعد زوال الحمل المؤثر .

* اللدونة : Plasticity :

- وهذه الخاصية تعبر عن عدم قدرة المادة إلى إسترجاع أبعادها وشكلها الأصلى بعد زوال الحمل الخارجى الذى أثر عليها أى أنها الخاصية التى تسمح للمادة بالإحتفاظ بتشكلات دائمة فى شكلها عند إزالة الحمل المؤثر أو حدوث الكسر .

*** الممتولية Ductility :**

- وهى الخاصية التى تعبر عن قدرة المادة لمقاومة تشكيلات لدنة كبيرة عند تعريضها إلى حمل شد ، بمعنى هى الخاصية التى تسمح للمادة بقابليتها للسحب إلى حد ما قبل حدوث الإنهيار .
- غالباً ما يتم قياس هذه الخاصية فى حالة تعريض المادة إلى حمل شد إستاتيكي بالعوامل والقيم التالية كلما زادت هذه القيم كلما كانت المادة ذات قابلية للإستطالة بدرجة كبيرة :

$$- \% elongation = \left(\frac{\lambda' - \lambda_0}{\lambda_0} \right) 100$$

$$= \frac{\text{الزيادة فى الطول}}{\text{الطول الأصيل}} \times 100$$

- % reduction of area

$$= \left(\frac{A_0 - A'}{A_0} \right) \times 100$$

$$= \frac{\text{النقص فى مساحة المقطع}}{\text{مساحة المقطع الأصيل}} \times 100$$

- عامل الإستطالة

- Elongation Factor

$$= \left(\frac{A_0 - A'}{A'} \right) \times 100$$

$$= \frac{\text{النقص فى مساحة المقطع}}{\text{مساحة المقطع النهائية}} \times 100$$

حيث : (λ_0) الطول الأصيل للعينة

: (λ') الطول النهائى للعينة بعد التأثير بالحمل والكسر .

: (A_0) مساحة المقطع الأصيل للعينة .

: (A') مساحة المقطع النهائى للعينة بعد الكسر .

*** المطروقية (قابلية المادة للطرق) : Malleability :**

- وهذه الخاصية غالباً ما تعبر عن قدرة المادة لمقاومة تشكلات لدنة عند تعريضها لحمل ضغط بدون حدوث كسر ، بمعنى أنها الخاصية التي تسمح للمادة بأن تتفلطح بدون كسر وذلك عن طريق الدرفلة أو الطرق عليها (Rolling or Hammering) .
- هذا وتجدر الإشارة إلى أن كلاً من خاصية الممتولية والمطروقية للمادة يمكن إعتبارها كمعيار لقياس خاصية اللدونة للمادة .

*** القصفية : Brittleness :**

- وهى الخاصية التى تجعل وتميز المادة بأنها تتكسر قبل حدوث وملاحظة أى نوع من التشكل فيها مثل الحديد الزهر والخرسانة والزجاج والى يقال عنها مواد قصيفة حيث أنها تتكسر تحت تأثير الحمل دون أن يحدث لها تغير ملحوظ فى شكلها ، هذا ويمكن إعتبار هذه الخاصية بأنها عكس خاصية الممتولية .

*** المقاومة : Strength :**

- ويقصد بهذه الخاصية بأنها مقاومة المادة لأى حمل خارجى مؤثر عليها وتقاس بوحدات الإجهاد ، هذا ويطلق على هذه المقاومة عادة بمقاومة الشد (Tensile Strength) إذا كان الحمل المؤثر حمل شد محورى أو مقاومة الضغط (Compressive Strength) إذا كان الحمل المؤثر حمل ضغط محورى .
- هذا ويطلق على المقاومة القصوى (Ultimate Strength) بأنها أقصى إجهاد تتحمله المادة حتى حدوث الكسر عند تعريضها إلى حمل محورى إستاتيكي وتسمى أقصى مقاومة للشد إذا كان الحمل المؤثر حمل شد وأقصى مقاومة للضغط إذا كان الحمل المؤثر حمل ضغط وأقصى مقاومة للقص إذا كان الحمل المؤثر حمل قص .

*** الصلابة : Stiffness :**

- وهى الخاصية التى تعبر عن مدى مقاومة المادة لأى نوع من التشكل ، هذا ويطلق على المادة الصلابة بأنها المادة التى يمكنها تحمل وحدة إجهاد عالية مصحوبة بوحدة إنفعال صغيرة نسبياً .
- هذا ويمكن قياس هذه الخاصية والتعبير عنها وذلك عن طريق معايير المرونة (Modulus of Elasticity) وذلك خلال منطقة المرونة للمادة وحتى حد المرونة (Elastic limit of Material) بوحدات الإجهاد (كجم/سم²) .

CONCEPT OF PROPERTIES , STRENGTH AND TESTING OF MATE RIALS

- هذا وتجدر الإشارة إلى أن هذه الخاصية لها من الأهمية فى أعمال التصميمات الإنشائية للعناصر والمنشآت والتي تتطلب الاحتفاظ بتشكلات ذات قيم صغيرة أثناء وخلال إستخدامها وهذا بمعنى أنه يجب أن تكون المواد المصنوعة منها هذه العناصر والمنشآت ذات صلابة عالية أى ذات معايير مرونة ذو قيمة عالية وكبيرة نسبياً .

* الرجوعية Resilience :

- وهى الخاصية التى تعبر قدرة المادة على إختزان الطاقة الميكانيكية المرنة عند التأثير عليها بحمل ما مع فقد هذه الطاقة المختزنة عند إزالة الحمل المؤثر عليها ، وهذه الخاصية تقاس بوحدات الطاقة (كجم.سم) أو (رطل . بوصة) ويمكن التعبير عن ذلك لمقارنة المواد من وجهة النظر هذه بما يعرف بمعايير الرجوعية للمادة (Modulus of Resilience) وهو عبارة عن أقصى طاقة مرنة تختزنها المادة لوحدة الحجم منها مع فقد هذه الطاقة عند إزالة الحمل المؤثر على المادة وتقاس بوحدات الإجهاد وهى $\frac{\text{الرجوعية}}{\text{الحجم}}$ (كجم/سم²) أو رطل/بوصة² .

* المتانة Toughness :

- وهى الخاصية التى تعبر عن مقاومة المادة لإمتصاص الطاقة الميكانيكية المكتسبة فيها عند تعريضها لحمل معين ، هذا ويطلق على المادة المتينة (Tough Material) بأنها المادة التى تقاوم تشكلات كبيرة مع إجهاد كبير فى نفس الوقت .
- هذا وأن وحدة المتانة هى وحدات الطاقة وهى (كجم.سم) أو (رطل.بوصة) ويمكن التعبير عنها لمقاومة المواد المختلفة من وجهة النظر هذه عن طريق ما يسمى بمعايير المتانة (Modulus of Toughness) وهو عبارة عن أقصى كمية من الطاقة الميكانيكية ممتصة من مادة لوحدة الحجم منها واللازمة لإجهادها حتى حدوث الكسر وهى تساوى

$$\frac{\text{المتانة (كجم.سم)}}{\text{بوحدات الإجهاد كجم/سم}^2} = \frac{\text{المتانة (كجم.سم)}}{\text{الحجم (سم}^3\text{)}}$$

- هذا وتعتبر هذه الخاصية عن مقاومة المواد والعناصر عند تعريضها لأحمال ديناميكية صدم (Shock) أو (Impact) أى أنه كلما زاد هذه المعامل كلما زادت متانتها وبالتالي زادت مقاومتها لمثل هذا النوع من أحمال الصدم أى زادت مقاومتها للصدمات وإمتصاص الطاقة الميكانيكية .

* الصلادة Hardness :

- إن كلمة صلادة تعبر عن خواص مختلفة للمواد فمثلاً يمكن تعريفها بأنها مقاومة المادة لمقاومة الخدش (Scratching) أو البرى والإحتكاك (Abrasion) أو القطع (Cutting) أو حدوث علامة بها (Indentation) .
- عادة ما تقاس صلادة المواد الغير معدنية (Non-metallic Materials) مثل الأحجار والزلط والصخور عن طريق مقاومتها للبرى والإحتكاك بينما معظم المواد المعدنية (Metallic Materials) تقاس صلاتها عن طريق صلادة العلامة (Indentation Hardness) .
- هذا وسوف يتم شرح هذه الخواص بالتفصيل عند دراسة صلادة المواد .

* الإحتمال Endurance :

- وهذه الخاصية تعبر عن مدى وقابلية المادة لمقاومة تأثير الأحمال المتكررة (Repeated Load) هذا وللتعبير عن هذه الخاصية لأى مادة يمكن ذلك عن طريق ما يسمى بحد الإحتمال للمادة (Endurance Limit of Material) وهو عبارة عن أقصى إجهاد متكرر تتحمله المادة أو يؤثر عليها بسبب إنهاؤها تحت وعند عدد لا نهائى من المرات لتأثير هذا الحمل .

* الزحف Creep :

- ويقصد بهذه الخاصية بقابلية المادة للتشكل تحت تأثير إجهادات ثابتة مع الزمن ودرجات الحرارة .
- وتعتبر هذه الخاصية مهمة لبعض المواد الإنشائية والمعدنية والتي ينبغى معرفتها والوقوف عليها عند تعريض هذه المواد إلى درجات حرارة عالية ، ولو أن بعض المواد تزحف فى درجات الحرارة العادية مثل القصدير والرصاص .

* مقاومة المادة مع الزمن (الدوامية) Durability :

- وتعنى هذه الخاصية قدرة المادة لمقاومة العوامل الهدامة خلال فترة طويلة من الزمن أو خلال عمرها الافتراضى ، وهذه العوامل الهدامة (Destructive Conditions) يمكن أن تكون عوامل داخلية أو خارجية تتعرض لها المادة مع الزمن ومن أمثلة هذه العوامل الهدامة تعرض المواد إلى مواد ومهاجمة كيميائية أو نتيجة لعوامل كهربائية أو ميكانيكية أوصدأ أو عوامل التعرية المختلفة أو عوامل متجمعة مع بعضها والتي بدورها تعمل على

تفتت وتآكل وضعف مقاومة المادة مع الزمن والتي يجب أن تأخذ في الاعتبار عند تصميم العناصر والمنشآت المحتمل تعرضها لمثل هذه العوامل خلال عمرها الافتراضي .

١-٨ اختبار المواد وتقسيمها : Materials Testing and Its Classification

- يقصد باختبار المواد تحديد المعايير المميزة التي عن طريقها يمكن قياس خواص هذه المواد وخاصة خواصها الميكانيكية وذلك عن طريق إجراء اختبارات قياسية على عينات قياسية من هذه المواد .
- يمكن تقسيم اختبار المواد من عدة جهات نظر كما يلي :-

١-٨-١ بالنسبة للغرض من إجراء الاختبار : W.R.T Object of Carrying out Test

- اختبار تجاري Commertial Testing :

- الغرض من إجراء هذا النوع من الاختبار هو الوقوف والتحقق من خواص المادة المختبرة من أجل قبولها أو رفضها لمواصفات شرائها ، حيث في هذا النوع من الاختبارات يتم إجراؤه طبقاً لطرق اختبار قياسية ومحددة ، الغرض منها في النهاية لبيان ما إذا كانت خواص المادة المختبرة تحقق جزء أو كل من الحدود المطلوبة والمعطاه والمسجلة في المواصفات القياسية لهذه المادة .
- هذه النوعية من الاختبارات تتضمن تعيين الخواص الطبيعية والميكانيكية والكيميائية وذلك بدرجة عالية من الدقة .

- اختبار بحثي Research Testing :

- إن الغرض من هذا الاختبار ما يلي :
- ✓ الحصول على معلومات جديدة وخواص جديدة لمواد معروفة أصلاً .
- ✓ إكتشاف خواص محددة لمواد جديدة .
- ✓ تطوير طرق إجراء الاختبارات بغرض إدخال مواصفات جديدة وتجديد نوعية هذه الاختبارات .

- اختبار علمي Scientific Testing :

- يجرى هذا النوع من الاختبارات بغرض الحصول على معلومات حقيقية وذات ثقة كبيرة على أساسيات الخواص المفيدة للمواد وذات الصلة بالمعلومات الدقيقة في تحليل الإنشاءات والوقوف على سلوكها تحت تأثير الأحمال المختلفة حيث يتم التصميم المستخدم

فيه هذه المواد بطريقة آمنة وكافية وإقتصادية ، الأمر الذى يستلزم إجراء هذا الاختبار الدقة والصبر والعناية عند التعامل معه .

١-٨-٢ بالنسبة لمكان إجراء الاختبار W.R.T Place of Testing :

وهذا ينقسم إلى نوعين :-

♦ Laboratory Tests : اختبارات معملية

وهى التى تجرى فى المعامل المعتمدة والقياسية وهى تمتاز بالدقة فى إجراء الاختبار وخاصة من حيث خطوات إجراء الاختبار بدرجة حرارة الجو الذى يجرى فيه الاختبار .

♦ Field Tests : اختبارات حقلية

وهى الاختبارات التى تجرى على المواد فى الحقل فى موقع العمل وذلك حسب نوعية المادة والاختبار المطلوب إجراؤه ، وهذه النوعية من الاختبارات تفقد الدقة الموجودة فى الاختبارات المعملية وذلك نتيجة صعوبة التشغيل وظروف الاختبار من حيث درجة الحرارة والظروف الجوية والفنيين المنوط إليهم إجراء الاختبار .

١-٨-٣ بالنسبة لطريقة التعامل مع العينات التى سوف يتم إجراء الاختبار عليها :

W.R.T General Method of Attack Of Tested Material :

• ويقصد بذلك طبيعة ونوعية الاختبارات من حيث العناصر والعينات التى سوف يتم إجراء الاختبارات عليها مثل :-

- اختبارات على جزء كامل من المنشأ أو العنصر بحجمه وأبعاده الطبيعية .
- اختبارات على نماذج من المنشآت أو العنصر أو جزء منه .
- اختبارات على عينات قياسية يتم تشكيلها وإستقطاعها من أجزاء العناصر أو المنشآت .
- اختبارات على عينات من مواد الخام أو مواد مصنعة جديدة .

١-٨-٤ بالنسبة إلى مدى الإستفادة من إستخدام المادة أو جزء منها بعد إجراء الاختبار عليها

W.R.T Useability of a Material or a Part After Testing :

هذا وينقسم إلى نوعين معروفين من الاختبارات وهى :-

- Destructive Tests : اختبارات متلفة

وفى هذا النوع من الاختبارات تنهار العينات المختبرة بعد إجراء الاختبارات عليها وتصبح تالفة ولا يمكن الإستفادة منها أو إستخدامها مرة ثانية بعد إجراء الاختبارات عليها مثل اختبارات تحديد المقاومة القصوى للمادة .

- إختبارات غير متلفة Non- Destructive Tests :

وفى هذا النوع من الإختبارات لا تتأثر العينات المختبرة بعد إجراء الإختبارات عليها حيث أنه لا يحدث لها إنهيار أو كسر أو إتلاف وبالتالي يمكن الإستفادة منها وإستخدامها مرة ثانية بعد إجراء الإختبارات عليها مثل إختبارات الصلادة (مقاومة البرى والإحتكاك والخدش أو حدوث علامة فى المادة) أو الإختبارات بإستخدام أشعة (X) .

٩-١ المواصفات Specifications :

- تعنى كلمة المواصفات بأنها المتطلبات التى يود المشتري أو المستهلك أن يخبرها أو يطلبها من المنتج لسلعة أو مادة ما وتشمل هذه المتطلبات وصفاً للجهاز ونوع المادة وطريقة الإنتاج والتصنيع .
- إن أى مواصفات ما لأى مادة يجب أن تشمل وتحتوى على ما يلى :
 - المواصفات الخاصة لطريقة الصناعات .
 - المواصفات الخاصة بشكل وأبعاد وتشطيب المادة بالإضافة إلى مقدار التفاوت والحدود المسموح بها فى أبعادها .
 - المواصفات الخاصة بالخواص الميكانيكية والكيميائية والطبيعية للمادة وخاصة نسب المكونات وقيم الإجهادات المسموح بها للتشغيل وأقصى مقاومة للمادة .
 - المواصفات الخاصة لطريقة إجراء الإختبار والفحص للمادة (مثلاً المواصفات الخاصة بإجراء إختبار الشد للمعادن) .

١٠-١ المواصفات القياسية Standard Specifications :

- تعتبر المواصفات القياسية لأى مادة ما هى إلا نتيجة لما تم الإتفاق عليه بين المهتمين فى مجال معين من المجالات العلمية أو الهندسية .
- تشمل المواصفات القياسية طريقة وخطوات إجراء الإختبارات على المواد وكذلك التعريفات الخاصة بخواص المواد والتى تعتبر الأساس فى مدى قبول أو رفض المادة للإستخدام لغرض معين .
- إن مميزات المواصفات القياسية ما يلى :-
 - التقليل بين سوء الفهم المحتمل وقوعه إلى الحد الأدنى بين كل من المنتج والمستهلك حيث أنها الحد الفاصل بين كل منهم .

- الحصول على منتج ثابت الخواص لمعرفة الجهة المصنعة .
- تعمل على تخفيض تكاليف الإنتاج كذلك عن طريق التحكم فى نوعية وخواص المنتج .
- تسمح للمهندس المصمم كيفية وأسس إختيار المواد الهندسية .
- إمكانية مقارنة نتائج الإختبارات المتحصل عليها من معامل الإختبارات المختلفة .
- هذا وتجدر الإشارة إلى أنه يجب الإستمرار فى تجديد أية مواصفات لأى مادة من حين إلى آخر نتيجة للتقدم السريع فى تطوير المواد وماكينات الإختبار ... إلخ .

1-11 هيئات التوحيد القياس Standardizing Agencies :

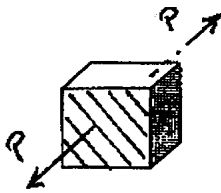
- يعنى بهيئات التوحيد القياسى بالهيئات والجهات التى من صلاحيتها صياغة ونشر كل ما يتعلق بمواصفات المواد المختلفة وطريقة الإختبار والفحص وخواص هذه المواد . وهذه الهيئات عبارة عن مجموعة كبيرة من العلماء والمهندسين ذو الصلة والمهتمين والمتخصصين بالتعامل فى أحد الفروع المعنية الخاصة بإعداد المواصفات وصياغتها .
- هذا ويوجد فى جمهورية مصر العربية مراكز بحوث عدة فى مجالات مختلفة مثل مراكز بحوث الإسكان والبناء ومركز بحوث الرى والصناعة والتى لها الصفة القانونية فى إصدار المواصفات الخاصة بجميع المواد كل فى تخصصه . (E.S.S) وأيضاً هناك مواصفات قياسية على المستوى العربى (A.S.S) .
- هذا ويوجد على مستوى العالم هيئات مماثلة مثل الهيئة الأمريكية لإختبار المواد (A.S.T.M) والمواصفات القياسية الإنجليزية (B.S.S) والمواصفات الألمانية (D.I.N) والمواصفات العالمية (I.S.O) .

الفصل الثانى

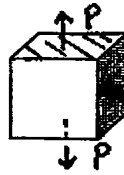
خواص ومقاومة المواد تحت تأثير أحمال الشد المحورية الإستاتيكية STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERTALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

١-٢ مقدمة:

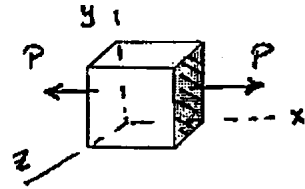
- يختص هذا الفصل بدراسة خواص ومقاومة وسلوك المواد وذلك عند تعرضها وتحت تأثير أحمال شد محورية تؤثر فى مركز ثقل المقطع فى إتجاه واحد فقط وهى ما يطلق عليها أحمال أحادية المحور (uniaxial load) حيث ينطبق تأثير الحمل الخارجى المؤثر مع المحور الطولى للعينة أو المادة أو العنصر المعرض للحمل وبشرط أن يكون التحميل تدريجياً ويبطئ يبدأ من الصفر ويزداد بمعدل ثابت مع الزمن حتى حدوث الكسر للعينة أو المادة أو العنصر كما هو مبين بالشكل (١-٢) .



حمل شد أحادى المحور
فى إتجاه (z)



حمل شد أحادى المحور
فى إتجاه (y)



حمل شد أحادى المحور
فى إتجاه (x)

شكل (١-٢)

- يعتبر إختبار الشد الإستاتيكي من أكثر الإختبارات شيوعاً فى الإستخدام خاصة فى المواد المعدنية حيث أن معظم المواصفات القياسية تستند إلى إختبار الشد كأساس لبيان معظم الخواص الميكانيكية لهذه المواد لذلك فإن الغرض من هذا الإختبار هو :

- دراسة سلوك المواد تحت حمل الشد المحورى .
- تعيين الخواص الميكانيكية للمادة المختبرة وخاصة المواد المعدنية المطيلة لا سيما وأن هذه المواد لها قدرة عالية على تحمل أحمال الشد مما يستلزم إختبارها فى الشد وذلك لبيان مدى قدرة تحملها للحمل التى سوف تقاومه أثناء التشغيل الأمر الذى يتبين منه أن

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

إختبار الشد الإستاتيكي يعتبر من أهم الإختبارات الشائعة التي تجرى على المواد الحديدية وغير الحديدية المصبوبة (Cast) والمدلّفة (Rolled) والمشكلة على البارد (Cold Worked) والمشكلة بالحرارة (Forged) كما يُجرى أيضاً على سبائك هذه المواد (Alloys).

- يعتبر إختبار الشد الإستاتيكي من أهم الإختبارات التي يستخدمها المهندس للتحكم في ضبط جودة المواد لوجود علاقة بين خواص الشد وبين الخواص الميكانيكية الأخرى للمواد ، لذلك فإن نتائج إختبار الشد تعطى صورة واضحة عن مستوى الإنتاج المعدنى ومدى صلاحيته خاصة وأن إختبار الشد غالباً ما يجرى على قطعة إختبار مشكلة من الإنتاج كما يجرى على المنتج كما هو بأبعاده الأصلية أو الأجزاء المصنعة المكونة للمنتج أو على الأعضاء والعناصر الإنشائية (Structural Members) المختلفة .
- هذا وتجدر الإشارة إلى أن إختبار الشد الإستاتيكي غالباً ما يجرى في معامل إختبار معتمدة باستخدام ماكينات إختبار جامعة (Universal Testing Machines) وذلك على عينات ذات شكل وأبعاد معينة تعتمد على حسب نوع المادة والمعدن المراد إختباره ، هذا ويلاحظ أنه نادراً ما يجرى إختبار الشد على المواد الغير معدنية نظراً لضعفها في تحمل قوى الشد حيث أن هذه المواد الغير معدنية دورها في المنشآت هو تحمل أحمال الضغط غالباً .
- هذا ويعتبر إختبار الشد إختبار قبول للمواد المعدنية حيث أن معظم المواصفات القياسية تعتمد عليه لتحديد وتقنين خواص هذه المواد بالإضافة إلى سهولة إجراء هذا الإختبار في المعامل .

٢-٢ خواص ومقاومة صلب الإنشاء تحت تأثير حمل الشد الإستاتيكي :

Properties and Strength of Structural Steel Under Axial Static Tension :

٢-٢-١ مقدمة :

من أهم المواد المعدنية في الإنشاءات هو صلب الإنشاء فهو يستخدم في مجالات عديدة في مجال الهندسة المدنية كما هو الحال في أعمال الكبارى الحديدية والمباني العالية وتغطية المسطحات الكبيرة والتي تلزم لأغراض معينة مثل المسارح ودور السينما وقاعات الموسيقى

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

والإجتماعات ومواقف الأتوبيسات ومحطات السكة الحديدية وصالات المعارض والجراجات وغيرها وكذلك فى منشآت المصانع والمعامل والموانى البحرية وأيضاً فى أعمال الأنفاق وأبراج الكهرباء وخطوط أنابيب البترول والخزانات وبوابات القناطر والأهوسة والخوازيق والأوناش وقضبان السكك الحديدية ... إلخ .

٢-٢-٢ مزايا إستخدام وإستعمال الصلب فى الإنشاءات :

Advantages of Using Steel in Constructions :

- ١- يتحمل إجهادات عالية وذو مقاومة عالية ومتساوية تقريباً فى الشد والضغط (بدون إعتبار الإنبعاج) مما يؤدى إلى إستخدام قطاعات أقل مما يوفر فى المواد وبالتالي فى الأوزان والتكلفة .
- ٢- يمكن تطبيق نظريات المرونة عليه بدون تجاوزات حيث أنه مادة مرنة إلى حد كبير نسبياً (أى أن حد المرونة له عالى نسبياً) وبالتالي يتبع قانون هوك حتى هذا الحد عند إستخدامه.
- ٣- الصلب بصفة عامة مادة متجانسة بالإضافة إلى سهولة التحكم فى خصائصها أثناء التصنيع.
- ٤- المادة قابلة للإستطالة (مادة مطيلة) الأمر الذى يمكن ملاحظة التشوه أو التشكل قبل حدوث الإنهيار أى أنه هناك تحذير قبل الكسر والإنهيار للمنشأ وبالتالي يمكن علاجه مسبقاً .
- ٥- يمكن إجراء وإتمام بعض التعديلات أثناء التركيب والإنشاء إذا لزم الأمر .
- ٦- إمكانية تقوية المنشأ أثناء التركيب والإنشاء أو بعد الإستعمال حيث قد يطرأ بعض التغييرات على الأحمال المؤثرة على المنشأ .
- ٧- إمكانية تجميع أغلب أجزاء المنشأ فى الورشة ثم نقلها وتركيبها بعد ذلك فى موقع العمل وهذا ينعكس على توفير نفقات الإنشاء علاوة على أنه يعطى فرصة أكبر فى التحكم فى جودة الإنتاج فى الورشة عنها فى موقع العمل .
- ٨- سهولة وإمكانية فك المنشأ ونقله وإعادة تركيبه فى موقع آخر مثل أسقف المعارض ومحطات الأتوبيس المؤقتة .
- ٩- عدم الحاجة إلى أى أنواع من الشدات أثناء الإنشاء .

٢-٢-٣ عيوب إستخدام وإستعمال الصلب فى الإنشاءات :

Disadvantages of Using Steel in Constructions :

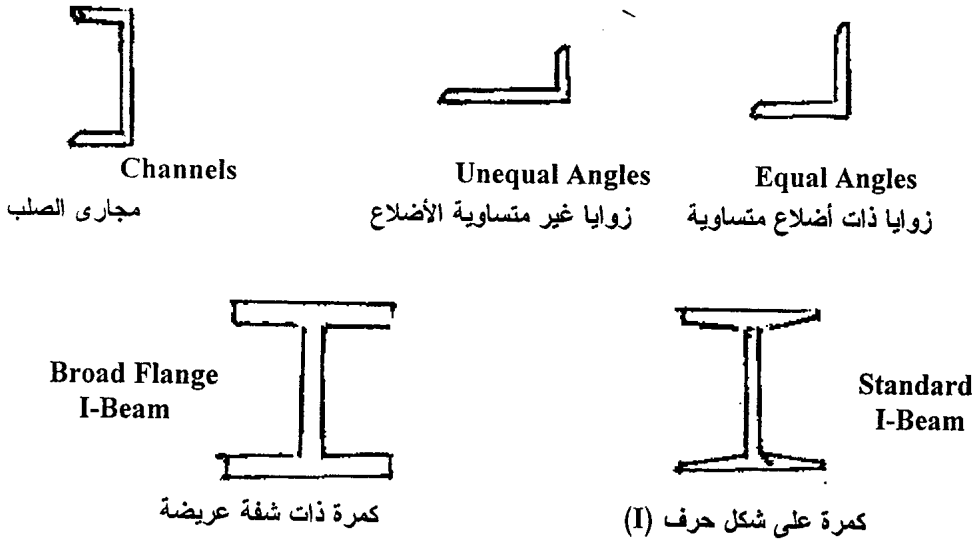
- إن عيوب إستعمال الصلب فى الإنشاءات ينحصر فى نقطتين أساسيتين وإن كانت قابلتين للعلاج وهما :
 - ١- قابلية الصلب للصدأ فى الجو الرطب أو المشبع بالأحماض ويستلزم ذلك دهانه وطلائه من أن إلى آخر بمادة غير قابلة للصدأ مثل المواد الأيوكسية أو الزنك .
 - ٢- عدم القدرة على مقاومة الحرائق حيث أنه يلين عند درجة حرارة حوالى ٥٠٠ °م ويستلزم ذلك حمايته وذلك بدفنه فى الخرسانة أو تغطيته بمادة عازلة مقاومة للحرارة.
- بجانب العاملين السابقين فإن للصلب عيب متعلق بتكلفة الإنشاء العالية أكثر بالمقارنة من الإنشاء بالخرسانة المسلحة وهذا يتوقف بدرجة كبير على أسعار المواد الخام والأيدى العاملة .

٢-٢-٤ القطاعات الإنشائية لمنتجات الصلب :

Structral Sections for Steel Products :

- ينتج الصلب عالمياً بصفة عامة فى عدة صور من القطاعات المدرفلة (Rolled Steel Sections) وهو يتم إنتاجها فى المصانع حسب مقاييس ومعايير محددة عالمياً .
- تنتج القطع المدرفلة فى صورتين من أهمها شكل (٢-٢) :-
 - الزوايا (Angles) : وهذه تكون إما متساوية الأضلاع أو غير متساوية .
 - المجارى (Channels) : وهى على شكل مجرى حرف U كالمبين بالشكل .
 - كمرات قياسية على شكل حرف (I) Standard I- Beam
 - كمرات ذات شفة عريضة Broad Flange I- Beam : وهى تتميز عن الكمرات القياسية بأنها ذات شفة وسمك كبير .
 - الألواح Steel Plates : وهى تنتج بأشكال مختلفة .
 - القضبان المستديرة Round Bars : وهى تنتج بقطاعات دائرية وبأقطار مختلفة مثل صلب حديد التسليح الذى يستخدم فى الخرسانة المسلحة .

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS



شكل (٢-٢) أشكال مقاطع صلب الإنشاءات

- هذا وتوجد لكل قطاع من القطاعات السابقة جداول تبين أبعاد القطاع وخصائصه من ناحية مساحته ومركز ثقله ووزن المتر الطولى منه .
- هذا وسوف نقتصر هنا على خواص صلب حديد التسليح المستخدم فى الخرسانة المسلحة فقط أما بالنسبة للقطاعات السابقة فسوف يتم الرجوع إليها عند دراسة المنشآت المعدنية أو الحديدية بالتفصيل .

٣-٢ صلب وحديد التسليح Reinforcing Steel Bars :

١-٣-٢ مقدمة :

★ كما هو معروف فإن الخرسانة ذات مقاومة عالية لتحمل إجهادات الضغط ومقاومة ضعيفة لتحمل إجهادات الشد وذلك لكونها مادة قصفة (Brittle) وغير متجانسة (Non Homogenous) الأمر الذى إستلزم إستخدام مادة الصلب حيث تم وضعها ودفنها فى الخرسانة وذلك فى الأماكن التى يتولد فيها إجهادات الشد (Tension Zones) ليتولى عنها تحمل هذه الإجهادات بالإضافة إلى وضعه أيضاً فى مناطق الضغط (Compression Zones) وذلك بغرض زيادة قدرة تحمل هذه العناصر (مثل الأعمدة) للأحمال الخارجية ولتقليل إنكماش الخرسانة وبالتالي الشروخ الشعرية المصاحبة لهذه الظاهرة. ويسمى ذلك الصلب

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

بحديد التسليح وتسمى الخرسانة المدفون فيها الحديد بالخرسانة المسلحة (Reinforced Concr.)

★ قد بدأ استخدام حديد التسليح في العالم سنة ١٨٥٤ وكانت مصر قبل الحرب العالمية الثانية تستورد جميع إحتياجاتها من حديد التسليح من الخارج من دول أوروبا وبالأخص من إنجلترا، وقد بدأ انتاج حديد التسليح محلياً بعد الحرب من الحديد الخردة المتوفر من مخلفات الجيوش حيث أنشئت بعض المصانع الصغيرة لإنتاج حديد التسليح العادى من الحديد الخردة. ★ ولما كان الحديد الخردة فى سبيله إلى النفاذ فقد تم البدء فى استخلاص الحديد من خاماته المتوفرة محلياً فى البلاد حيث تم إنشاء مصنع الحديد والصلب بحلول بعد الثورة ١٩٥٢ ثم توالت قيام مصانع أخرى مثل مصنع شركة الدلتا ومصنع شركة النحاس المصرية ومصنع الدخيلة ومصانع قطاع خاص حالياً مثل حديد العز إلخ.

٢-٣-٢ أشكال مقاطعات حديد التسليح :

(Types of Steel Bars Cross-Section) :-

ينتج حديد التسليح بالمقاطع والأشكال التالية شكل (٢-٣) والتي يمكن تقسيمها إلى :-

١-٢-٣-٢ أسياخ ملساء مستديرة المقطع (Plain bars) :

وهى أسياخ بأقطار تتراوح من ٥ مم إلى حوالى ٥٠ مم وهى تنتج فى صورة لفائف حتى قطر ١٣ مم أو أسياخ ذات طول لا يتعدى ١٢,٠٠ متر أو بأطوال خاصة حسب الطلب من المصنع وهذه الأسياخ هى الأكثر شيوعاً فى الاستعمال لتسليح جميع العناصر الخرسانية المسلحة من بلاطات وأعمدة وكمرات وقواعد إلخ.

٢-٢-٣-٢ أسياخ ملساء مربعة المقطع :

وهى أسياخ محدودة الاستعمال.

٣-٢-٣-٢ أسلاك ملساء من الصلب ذو مقطع مستدير أو بيضاوى بقطر من ١ إلى ١٠ مم:

تستخدم فى الخرسانة سابقة الاجهاد .

٤-٢-٣-٢ أسياخ ذات نتؤات (Deformed Bars) :

وهى أسياخ مستديرة المقطع وبها نتؤات عرضية أو عرضية وطولية معاً وعلى كامل طولها وهذه النتؤات ذات أبعاد وأشكال مختلفة وذلك بغرض زيادة التماسك مع الخرسانة. وتنتج هذه الأسياخ بأقطار من ٨ مم إلى حوالى ٥٠ مم وذلك فى صورة لفائف حتى قطر ١٣ مم أو أسياخ ذات أطوال ١٢,٠٠ متر بظليبات بأطوال خاصة من المصنع وتستخدم هذه

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

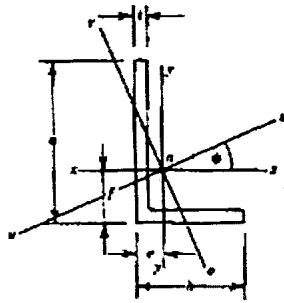
الأسياخ فى تسليح جميع العناصر الخرسانية المختلفة من بلاطات وأعمدة وكمرات وقواعد.. إلخ

٥-٢-٣-٢ شبكة (Mesh) :

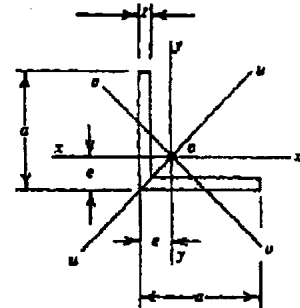
وهى عبارة عن أسياخ أو أسلاك من الصلب ملحومة معاً وتكون الشبكة إما مربعة أو معينة الفتحات ويتم انتاجها فى صورة حصيرة أو لفة حيث تستخدم لتسليح بلاطات الأسقف والطرق وبلاطات الأرضيات.

٦-٢-٣-٢ مقاطعات الصلب المدلفنة (Rolled Steel Sec.) :

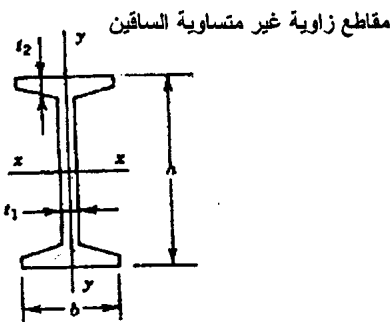
وهى مقاطعات من الصلب مثل الكمرات الحديدية التى على شكل I أو الكمرات التى على شكل مجرى [وكذلك قضبان السكك الحديدية، وهذا النوع يستخدم فى التسليح الثقيل طبقاً لمتطلبات التصميم للكمات والأعمدة فى بعض الحالات مثل الكبارى أو المقاطعات المركبة



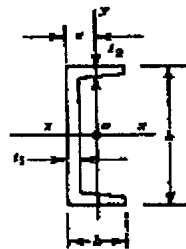
(Composite sections)



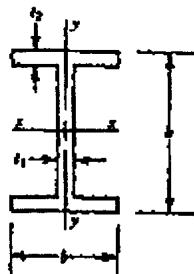
مقاطع زاوية متساوية الساقين



مقاطع I قياسية



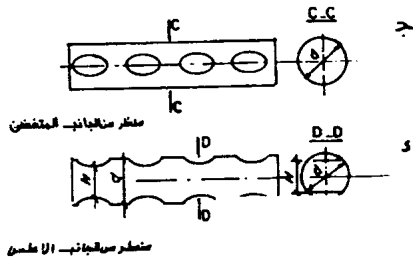
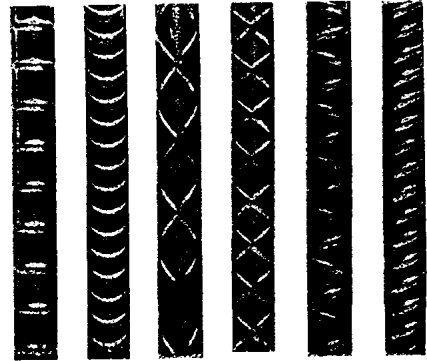
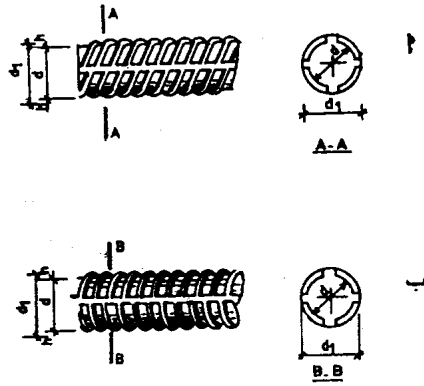
مقاطع مجرى



مقاطع I عريضة الشفة

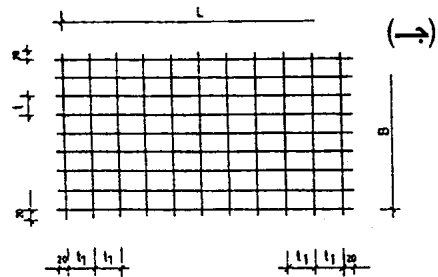
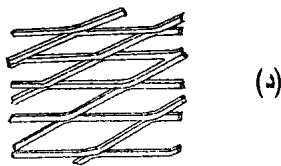
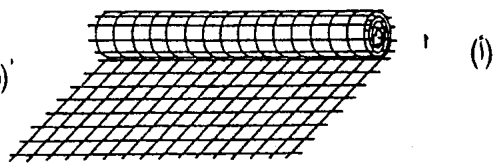
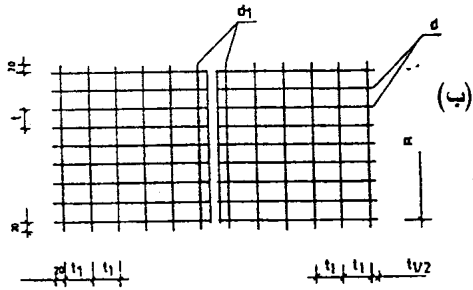
شكل (٢-٣-٢) مقاطع الصلب القياسية

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS



كروكيات أسياخ حديد التسليح ذات النتوءات

{ القصبات والاسلاك الفولاذية المجدولة }



شبيكات للصلب الملحومة

أ- شبيكة ملفوفة ب- شبيكة ملفوفة بعد نشرها ج- شبيكة مستوية د- الشبيكة الممددة

أ- شبيكة ملفوفة

شكل (٢-٣) أشكال مقاطعات حديد التسليح

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

٢-٣-٣ أنواع حديد التسليح (Types of Steel Bars) :

يمكن تقسيم حديد التسليح من حيث المقاومة إلى الأنواع الرئيسية التالية :-

٢-٣-٣-١ الصلب الطرى العادى (Ordinary Mild Steel) :

وهو يصنع من الصلب الكربونى حيث يجب ألا تزيد نسبة الكربون فيه عن ٠,٢% وتكون مقاومته للشد لا تقل عن ٣٥ كجم/مم^٢ وهو ينتج بجميع أشكال القطاعات السابق ذكرها فى البند (٢)، هذا ويجب التنويه إلى أن هذا الصلب الطرى العادى عادة ما يستخدم فى تسليح الخرسانات التى تزيد مقاومتها فى الضغط بعد ٢٨ يوماً عن ١٧٥ كجم/سم^٢.

٢-٣-٣-٢ الصلب العالى المقاومة (High Tensile Steel) :

★ ويصنع هذا النوع وينتج على هيئة أسياخ ملساء أو ذات نتؤات وإن كانت الأسياخ ذات النتؤات هى الغالبة فى الإنتاج والاستعمال لتحسين خاصية التماسك.

★ وينتج هذا النوع فى الصور الآتية :-

- صلب عالى المقاومة رتبة (٥٢) وهو صلب كربونى لا تزيد نسبة كربون فيه عن ٠,٣% ومقاومته للشد لا تقل عن ٥٢ كجم / مم^٢.

- صلب معالج على البارد (Cold worked Steel) وهو صلب كربونى عبارة عن صلب طرى تعرض لعمليات التشغيل على البارد أو اللى أو كليهما كى يكتسب هذا الحديد بتلك العمليات مقاومة عالية فى الشد لا تقل عن ٥٠ كجم/مم^٢.

★ يجب مراعاة استخدام الصلب العالى المقاومة فى تسليح الخرسانات التى لا تقل مقاومتها فى الضغط بعد ٢٨ يوماً عن ٢٠٠ كجم/سم^٢ حتى تتناسب الاجهادات المرتفعة فى الصلب مع اجهادات الضغط فى الخرسانة وزيادة مقاومة التماسك .

★ أسلاك ذات مقاومة عالية للاستخدام فى الخرسانة سابقة الاجهاد وهى أسلاك من الصلب المسحوب على البارد .

٢-٣-٤ صناعة حديد التسليح (Manufacturing of Steel Bars) :

٢-٣-٤-١ بالنسبة للصلب الطرى :

★ إن صناعة حديد التسليح "الصلب الطرى العادى تمر بمراحل عدة هى :-

- استخلاص الحديد من الركاز بالفرن العالى.

- انتاج الصلب من الحديد الخام بواسطة محولات بسمر أو بأفران سيمنز (الأفران المفتوحة) أو الأفران الكهربائية .

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

- دلفنة الصلب على الساخن على هيئة أسياخ ثم تقطيعها بأطوال حتى ١٢,٠٠ متر أو على هيئة لفائف.

* تقوم مصانع شركة الحديد والصلب بحلول إنتاج أسياخ الصلب الطرى العادى للتسليح من الحديد الخام بطريقة توماس حيث تتم تنقية الحديد الخام بنفخ الهواء الساخن خلاله ويستمر ذلك حوالى ١٦ دقيقة لتحترق الشوائب وما يحويه الخام من الكربون الذى يجرى تعويضه بالنسبة المطلوبة بإضافة مواد حاوية له بعد انتهاء العملية ثم يجرى صب الحديد المنصهر فى القوالب لتتجمد ثم يصير تسخينها ودلفنتها بقطاعات الأسياخ المطلوبة. وتستخدم بعض شركات الانتاج لحديد التسليح طرقات أخرى كالأفران المفتوحة مثل (شركة النحاس المصرية) وطريقة الأفران الكهربائية مثل شركة مصانع الدلتا للصلب.

٢-٣-٤-٢ بالنسبة للصلب العالى المقاومة (٥٢) (High Tensile Steel):

إن طريقة صناعة هذا النوع من الصلب تستلزم تعديل عمل الصلب من الحديد الخام وغالباً ما يصنع هذا الصلب بطريقة سيمنز "الأفران المفتوحة" أو الأفران الكهربائية وبإضافة المحسنات المعروفة مثل (الكروم والمنجنيز والسيليكا) وذلك بنسب معينة بغرض رفع مقاومة المعدن بحيث ألا يزيد نسبة الكربون عن ٠,٣% ويجب أيضاً تقليل نسبة الفسفور والكبريت بما لا يزيد عن ٠,٠٥% مع مراعاة إنتاج أسياخ هذا الصلب عند دلفنتها لتكون ذات نتؤات لزيادة تماسكها مع الخرسانة .

٢-٣-٤-٣ بالنسبة للصلب المعالج على البارد (Coldworked Steel) :

* يجهز هذا الصلب باجهاد الصلب العادى على البارد إلى ما بعد حد المرونة لتحسين المقاومة المرنة والمقاومة الكلية للصلب وتعمل المعالجة على البارد إما بالشد الطولى وذلك إذا أمكن ضمان انتظام توزيع الاستطالة على طول أجزاء السبخ أو اللى على البارد للأسياخ وهى أفضل من الطريقة بالشد الطولى حيث أن عملية اللى على البارد تعتبر اختبار للأسياخ نفسها وتنظيم لرفع المقاومة على طول السبخ.

* هذا ويجب مراعاة تخشين سطح أسياخ الصلب المعالج على البارد لزيادة تماسكه مع الخرسانة.

* يجب التنبه إلى أنه كلما زادت درجة المعالجة على البارد "أى كلما صغرت خطوة اللية" وارتفع حد اللدونة واقترب من مقاومة الشد كلما إقترب الصلب من حد الكسر وهذا له

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

خطورته من الناحية الانشائية الأمر الذى حددت خطوة اللية بما لا يقل عن ٨ مرات قطر السليخ .

٢-٣-٤-٤ الأسلاك ذات المقاومة العالية للخرسانة سابقة الاجهاد :-

وتنتج هذه الأسلاك برفع مقاومة الصلب بكل الطرق من إضافة محسنات أو معالجة على البارد وتنتج هذه الأسلاك بقطاعات مستديرة أو بيضاوية وتعرف برقمين الأول يدل على حد المرونة والثاني على مقاومة الشد بالكيلو جرام / مم² مثلاً صلب ١٣٥ - ١٥٠ تعنى حد المرونة يعادل ١٣٥ كجم / مم² والمقاومة القصوى للشد تعادل ١٥٠ كجم / مم².

٢-٣-٥ الخواص والتركيب الكيميائى لأنواع الصلب المختلفة :-

Prop. and Chemical Composition of Various Types of Steel :-

تختص هذه المواصفات بتحديد الحد الأقصى لمحتوى المواد ذات التأثير على خواص الصلب وفيما يلى بيان بالنسب المسموح بها للأسياخ الشائعة الاستخدام والانتاج طبقاً للمواصفات القياسية المصرية :-

٢-٣-٥-١ الصلب الطرى العادى :-

لا تزيد نسبة الكربون عن ٠,٢% ونسبة (الفسفور+الكبريت) عن ٠,١٣%.

٢-٣-٥-٢ الصلب العالى المقاومة :-

لا تزيد نسبة الكربون عن ٠,٣% ونسبة الفسفور عن ٠,٠٥% والكبريت عن ٠,٠٥%.

٢-٣-٥-٣ الصلب المعالج على البارد :-

لا تزيد النسبة المئوية للكربون والفسفور والكبريت قبل المعالجة على الحدود المنصوص عليها للصلب الطرى العادى.

٢-٣-٥-٤ الأسلاك ذات المقاومة العالية المستخدمة فى الخرسانة سابقة الاجهاد :-

لا تزيد نسبة الكبريت عن ٠,٠٥% ونسبة الفسفور عن ٠,٠٥% وألا تزيد مجموع نسبتي الكبريت والفسفور عن ٠,٠٩%.

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

٢-٣-٦ السلوك الاستاتيكي لاختبار الشد لعينات الصلب :-

Statical Behaviour of Tension Test for Steel Specimens :

٢-٣-٦-١ مقدمة :-

★ يجرى اختبار الشد الاستاتيكي على عينات قياسية من الصلب وذلك بتعريضها إلى حمل شد استاتيكي محوري طبقاً للمواصفات القياسية وذلك باستخدام ماكينات اختبار عامة أو خاصة وذلك بزيادة الحمل حتى حدوث الانهيار لهذه العينات مع رصد المراحل التي تمر بها هذه العينات حتى الانهيار من حيث زيادة الطول ونقص المقطع وشكل الانهيار ومنحنى العلاقة بين الحمل والاستطالة المصاحبة عند أى مرحلة من مراحل التحميل.

★ إن الغرض من هذا الاختبار هو دراسة سلوك الصلب بأنواعه المختلفة تحت تأثير قوى الشد الاستاتيكية مع تحديد الخواص الميكانيكية المختلفة لهذه النوعية من المادة وبالتالي تحديد قيمة الاجهادات المسموح بها لهذه الأنواع المختلفة من الصلب بغرض تصميم العناصر المختلفة المصنوعة منها سواء حديد التسليح أو خلافة.

٢-٣-٦-٢ عينات الاختبار وشكلها وعدد اختبارات الشد :-

Test Specimens, it Shape and Number :

٢-٣-٦-٢-أ عينة الاختبار (Test Specimen) :-

تؤخذ عينة اختبار من الأسياخ المعدة للاستعمال بدون أن تتعرض لأيّة معالجة حرارية ويجوز إستبدال العينة على البارد فى حالة الاعوجاج البسيط.

٢-٣-٦-٢-ب عدد اختبارات الشد (Number of Tests) :-

يجرى اختبار شد واحد على الأقل لكل مجموعة من الأسياخ تزن ١٠ طن أو أقل وفى حالة تعدد مقاسات مقطع الأسياخ فى المجموعة يجرى اختبار شد واحد على الأقل لكل مقاس منها (ثلاث عينات من كل مقاس مع أخذ متوسط نتائج هذه العينات الثلاثة).

٢-٣-٦-٢-ج شكل عينات الاختبار (Shape of T. Specimens) :-

✻ بالنسبة للصلب الطرى العادى :-

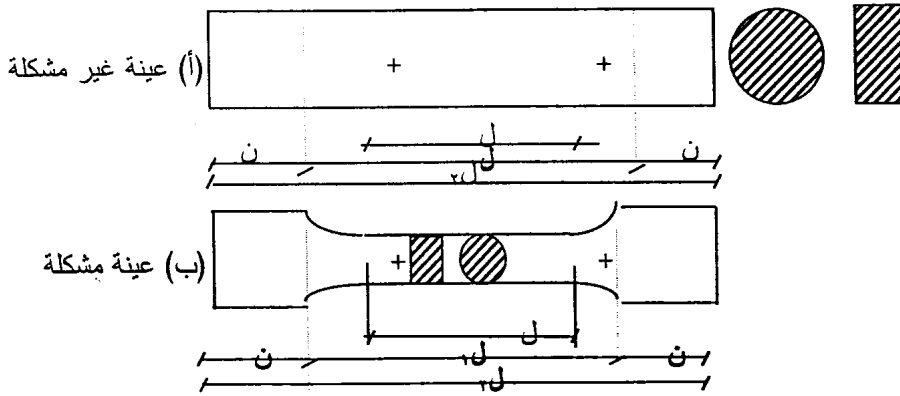
★ إن شكل وأبعاد عينات الاختبار يتوقف على العينة هل هى مشكلة أو غير مشكلة أو هل هى طويلة أم قصيرة.

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

★ العينات المشكلة هي العينات التي تقطع من الألواح أو القضبان أو المجارى وتشكل كالشكل التالى (٤-٢) أما العينات الغير مشكلة هي العينات التى بحالتها وللأسياخ ذات المقطع المستدير.

★ العينات الطويلة تستعمل فى حالة تحديد السلوك الميكانيكى وتحديد جميع الخواص الميكانيكية للصلب أما العينات القصيرة فهى التى يحدد منها رتبة الأسياخ أى المقاومة القصوى للصلب فقط.

★ ويبين الشكل (٤-٢) العينات المشكلة والغير مشكلة للصلب حيث



شكل (٤-٢) أشكال عينات الاختبار فى الشد للصلب

- L = طول القياس = $5,65 \sqrt{M}$ أو 5 ق (عينة قصيرة)
 أو L = طول القياس = $11,30 \sqrt{M}$ أو 10 ق (عينة طويلة)
 ، M = مساحة المقطع الغير مستدير ، Q قطر العينة المستديرة
 ، L_1 = الطول المتوازي المحصور بين كلايتى ماكينة الاختبار = $6,88 \sqrt{M}$ أو 6 ق (عينة قصيرة)
 أو L_1 = $13,76 \sqrt{M}$ أو 12 ق (عينة طويلة)
 ، Q_1 = قطر النهاية = $1,2$ ق
 ، N = طول النهاية ويحدد تبعاً لطول كلايتى ماكينة الاختبار
 ، L_2 = الطول الكلى للعينة ويحدد تبعاً لطول كلايتى ماكينة الاختبار.

✻ بالنسبة للصلب العالى المقاومة (صلب ٥٢) :-

تجهز عينة الاختبار لهذا النوع من الصلب بنفس أبعاد مقطع وعينات الاختبار

للصلب الطرى العادى.

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

✻ بالنسبة للصلب العالى المقاومة المعالج على البارد :-

يكون شكل قطعة الاختبار للشد مطابقاً للرسم الموضح سابقاً وبالأبعاد الآتية :-

ل = ١٠ ق ، ل = ١٢ ق

حيث ق = القطر أو القطر المكافئ للشيخ

والقطر المكافئ هو قطر الدائرة التى تساوى مساحتها المساحة الكلية لمقطع الشيخ

الغير دائرى والذى يمكن حسابها عن طريق وزن طول معين من الشيخ وليكن واحد

متر مع إعتبار كثافة الحديد ٧,٨٥ طن / م^٣.

٣-٦-٣-٢ منحنى الحمل والاستطالة أو الاجهاد والانفعال العادى للصلب :

(Ordinary Stress - Strain for Steel) :

٣-٦-٣-٢ أ بالنسبة للصلب العادى الطرى :-

• عند تعريض عينة قياسية من الصلب الطرى إلى حمل شد محورى فإنه مع زيادة الحمل يحدث زيادة فى الطول وهذه الزيادة تتناسب مع مقدار الزيادة فى الحمل إلى نقطة تسمى بحد المرونة وهو الحد الذى عنده إذا ما تم إزالة الحمل فإن العينة ترجع إلى طولها وتسترجع أبعادها الأصلية.

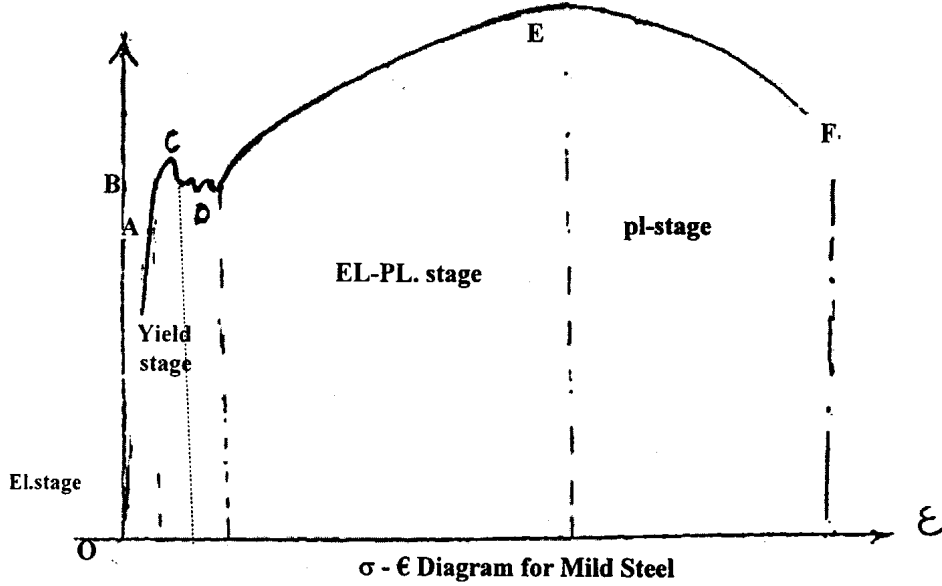
• إن خارج قسمة الحمل المؤثر عند أى لحظة (P) على مساحة المقطع الأصلية (A₀) تسمى بالاجهاد العادى ($\frac{P}{A_0}$) ووحداته كجم/سم^٢ وخارج قسمة الزيادة فى الطول عند أى لحظة (Δl) على الطول الأصلى للعينة (ل) أو (ل₀) تسمى بالانفعال العادى وليس له تمييز (سم/سم) وبالتالي يمكن رسم العلاقة بين الحمل والاستطالة أو الاجهاد والانفعال وكلا الاثنين لهما نفس الشكل والنمط.

• مع زيادة الحمل بعد حد المرونة يحدث زيادة مفاجئة للانفعال مع تذبذب وثبوت الحمل تقريباً وتعرف هذه المرحلة أو الظاهرة بالخضوع (Yielding) وتميز بنقطتين الخضوع العليا والسفلى، يلى ذلك زيادة الحمل بمعدل أقل من زيادة الاستطالة مصحوباً بنقص ملحوظ فى مساحة المقطع وهى اللحظة التى يتكون فيها إختناق للمقطع وتسمى بظاهرة الرقبة (Necking)، وفيما بعد هذه المرحلة تقل مقاومة المادة حتى يحدث لها إنهيار (Fracture).

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

♦ يبين الشكل (٢-٥) منحنى العلاقة بين الاجهاد والانفعال العادى للصلب

الطرى حيث :-



شكل (٢-٥) منحنى الاجهاد والانفعال العادى للصلب الطرى

- نقطة (A) حد التناسب والمادة مرنة حيث يتناسب الحمل مع الزيادة فى الطول وحتى هذه النقطة تخضع المادة لقانون هوك (Hooke's Law) أى أن الاجهاد يتناسب مع الانفعال المصاحب له وأن ثابت التناسب يسمى معامل المرونة أو معايير ينج (Young's Modulus) أو (Moulus of Elasticity) بمعنى $\frac{\text{الاجهاد}}{\text{الانفعال}}$

أى معايير المرونة = مقدار ثابت E حتى حد التناسب (A)

- نقطة (B) حد المرونة وهى نهاية مرونة المادة أى بعد هذه النقطة لا تسترجع المادة أو العينة أبعادها الأصلية ولا يتناسب الاجهاد مع الانفعال ما بين نقطتى (A)، (B).
- نقطة (C) نقطة الخضوع العليا (Upper yield Point).
- نقطة (D) نقطة الخضوع السفلى (Lower yield point).
- نقطة (E) نقطة المقاومة القصوى أو تكوين الرقبة (Necking).
- نقطة (F) نقطة الكسر (Fracture point).

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

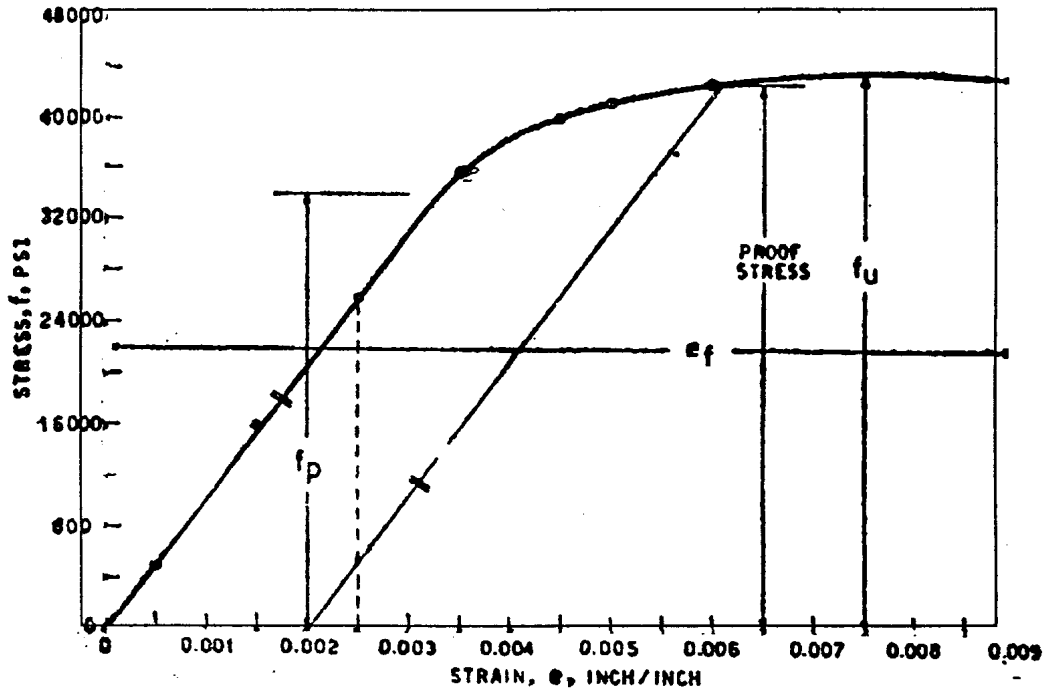
وتسمى المنطقة من (O إلى A) منطقة المرونة، من نقطة (C) إلى (D) منطقة الخضوع، من نقطة (D) إلى (E) منطقة التصلد الانفعالي (Strain hardening) أو المرونة واللدونة ومن نقطة (E) إلى (F) منطقة اللدونة أو الكسر (Plastic Stage).
 • هذا وتجدر الإشارة إلى أن منطقة الخضوع أو اجهاد الخضوع يمكن التعبير عنه بنقطة الخضوع السفلى (D) وليس العليا حيث أن الأخيرة غير ثابتة ومتغيرة طبقاً للعوامل التالية الأمر الذى يجب تحديد نقطة الخضوع السفلى بدقة فى اختبار الشد الاستاتيكي ومن هذه العوامل ما يلى :

- معدل التحميل : كلما زاد معدل التحميل كلما ظهرت نقطة الخضوع العليا والعكس.
- شكل عينة الاختبار : فى العينات المشكلة والطويلة تظهر نقطة الخضوع العليا أكثر من العينات الغير مشكلة أو القصيرة.
- ظروف تعريض العينة لدرجات حرارة أو انفعال زائد.

٢-٣-٦-٣-ب بالنسبة للصلب العالى المقاومة بأنواعه المختلفة :-

• يبين الشكل (٦-٢) منحنى الاجهاد والانفعال العادى لعينة من الصلب العالى المقاومة عند تعريضها لحمل محورى شد استاتيكي حيث يتناسب الحمل مع الزيادة فى الطول حتى نقطة حد المرونة (A) مثل الصلب الطرى العادى، أما فيما بعد هذه النقطة (A) فلا يحدث زيادة مفاجئة فى الطول ولكن تحدث زيادة فى الحمل بمعدل أكبر من معدل زيادة الاستطالة حتى يصل إلى المقاومة القصوى والتي يحدث عندها الكسر وفى هذه الحالة لا يحدث نقص ملحوظ فى مساحة المقطع ولا حدوث رقبة ظاهرة مثل الصلب الطرى.

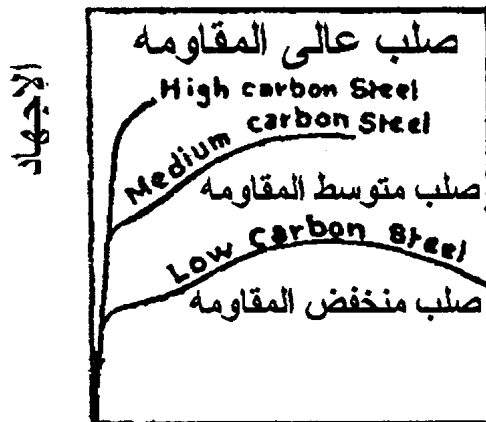
STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS



شكل (٦-٢) منحنى الاجهاد والانفعال العادى للصلب العالى المقاومة

• هذا ويبين الشكل (٧-٢) منحنى الاجهاد والانفعال لكل من الصلب الطرى والصلب

العالى المقاومة للمقارنة فقط.



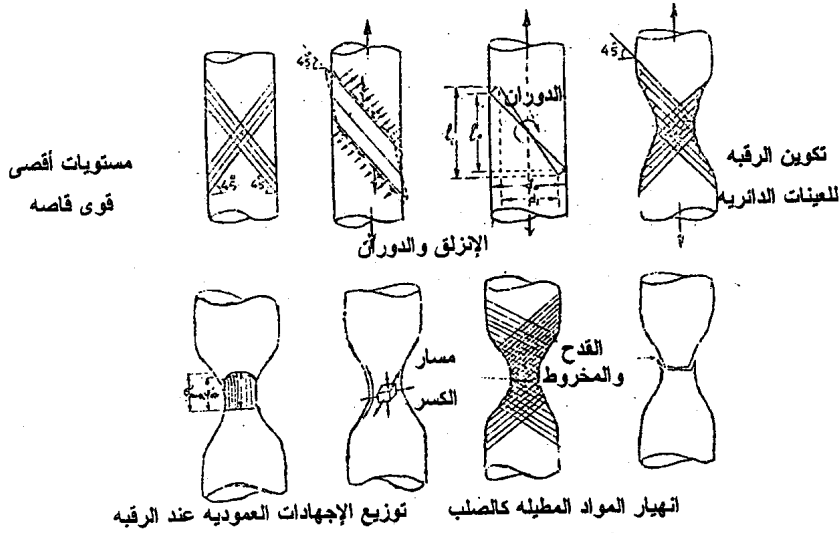
الانفعال

شكل (٧-٢) مقارنة بين منحنى الاجهاد والانفعال لكل من الصلب الطرى والعالى المقاومة

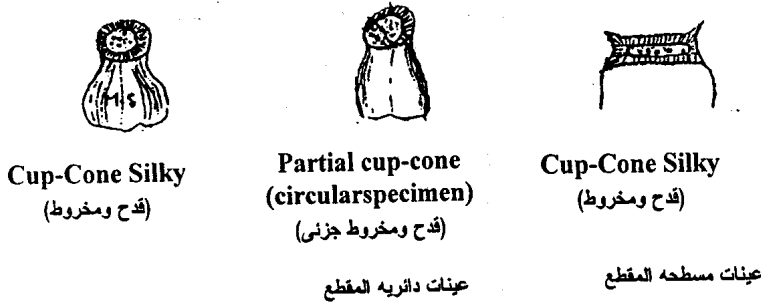
STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

٢-٣-٤-٦-٤ - شكل الانهيار للعينات فى اختبار الشد الإستاتيكي للصلب :

★ عند حدوث الكسر وقبل حدوث الانهيار يحدث تكوين الرقبة بالنسبة للصلب وهذه الرقبة تكون واضحة جداً فى الصلب الطرى عنها فى الصلب العالى المقاومة ويتغير شكل الانهيار بما يسمى بالقذح والمخروط (Cup and Cone failure) وهو عبارة عن منطقتين إحداها أفقية وهى خشنة محببة وعمودية على اتجاه حمل الشد ومتماثلة مع المقطع وهى نتيجة للانفصال وعدم قدرة الحبيبات على التماسك ومقاومة الشد تسبقها منطقة مائلة لمساء على مستويات تميل بزاوية 45° مع الأفقى نتيجة للمقاومة الضعيفة للقص لهذه المواد والذي يحدث نتيجة للانزلاق والانفصال على هذه المستويات المائلة المعرضة لأقصى إجهادات قص كما هو موضح بالشكل (٢-٨-أ)، ويبين الشكل (٢-٨-ب) شكل الانهيار فى عينات الصلب المختلفة.



شكل (٢-٨-أ) شكل الكسر لعينات الصلب تحت حمل الشد الإستاتيكي



شكل (٢-٨-ب) مراحل وأسباب الكسر للعينات الصلب

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

★ هذا وتجدر الإشارة إلى أنه يجب أن يحدث الكسر خلال الثلث الأوسط لعينة الاختبار حيث يدل على أن العينة وصلت إلى أقصى درجة من قدرتها على الاستطالة وتنص المواصفات على أنه يجب إعادة الاختبار إذا حدث الكسر خارج الثلث الأوسط ويبحث عن سبب حدوث ذلك إما في العينة أو الماكينة أو معدل التحميل أو أى سبب آخر وإن تكرر ذلك فيدعون في الملاحظات .

٢-٣-٥- الخواص الميكانيكية المختلفة للصلب :-

٢-٣-٥-أ بالنسبة للصلب الطرى :-

✧ اجهاد حد التناسب :- (Proportional Limit)

وهو أقصى اجهاد تتحمله المادة حتى نقطة (A) والحد الذى تخضع فيه المادة لقانون هوك وهو حد يصعب تحديده معملياً نظراً لحساسيته للقياس على ماكينة الاختبار أو منحنى الانفعال والاجهاد للمادة.

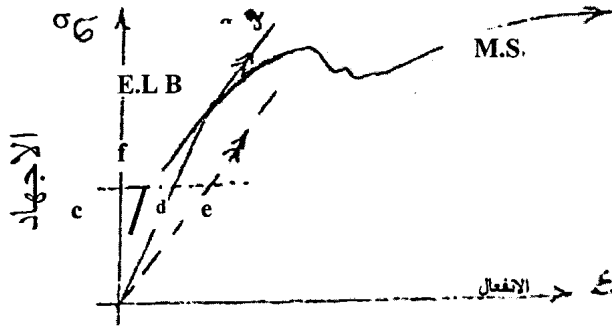
✧ حد المرونة :- (Elastic Limit)

وهو أقصى اجهاد مرّن تتحمله المادة حتى نقطة (B) وهو الحد الذى لا تخضع فيه المادة لقانون هوك ولكن يمكن للمادة استرجاع أبعادها الأصلية بمجرد إزالة الحمل قبل هذه النقطة، هذا ويجب التنويه إلى أن هذه النقطة أيضاً غير محددة ولا يمكن تحديدها بدقة على منحنى الاجهاد والانفعال ولكن يمكن توقعها على المنحنى بطريقة جوهانسون (Johanson's Apparent E.L) وذلك برسم خط أفقى فى مرحلة المرونة cde مع أخذ المسافة de = نصف المسافة cd وتوصيل نقطة (o) بنقطة (e) كما هو موضح بالشكل (٢-٩) ثم رسم خط موازى للخط (eo) يمس المنحنى عند نقطة معينة هى نقطة (B) والتي يعبر عنها بحد المرونة.

✧ اجهاد الخضوع : (Yield Stress)

وهو يقصد به قيمة الاجهاد المناظر لنقطة الخضوع السفلى والتي يمكن تعريفها بأنه الاجهاد الذى يحدث عنده زيادة مفاجئة فى الطول مع عدم حدوث زيادة ملحوظة فى الحمل والذى يمكن تحديده معملياً بزيادة مؤشر ماكينة الاختبار وهو يساوى حمل الخضوع مقسوماً على مساحة المقطع الأصلية بوحدات الاجهاد.

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

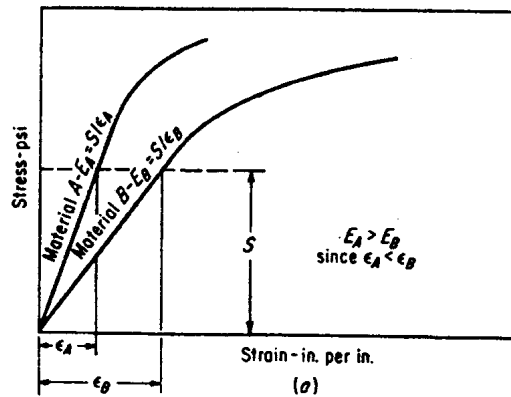


Johanson's apparent elastic limit

شكل (٩-٢) طريقة جوهانسون لتحديد حد المرونة للصلب الطرى

الصلابة : (Stiffness)

وهى تعبر عن مدى مقاومة المادة للتشكلات خلال مرحلة المرونة ويعبر عنها بمعايير المرونة أو معايير ينج (E) والذي يساوى ظل زاوية ميل الخط المستقيم لمنحنى العلاقة بين الاجهاد والانفعال بين نقطتى (o)، (A)، هذا وتجدر الاشارة إلى أنه كلما زادت قيمة هذا المعايير كلما دل على الزيادة فى الصلابة للمادة وبالتالي قدرتها على مقاومة التشكلات المرنة، هذا وقد بينت التجارب أن معايير المرونة للصلب هو مقدار ثابت ويعادل من ١-٢، ١٠×٢ سم^٢/كجم -٢ شكل (١٠-٢) .



شكل (١٠-٢) تعيين الصلابة للمادة

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

✧ مقاومة الكسر : (Fracture Strength)

وهي تعبر عن مقاومة الصلب عند حدوث الكسر وهي تساوى حمل الكسر مقسوماً على مساحة المقطع الأصلية بوحدات الاجهاد أى قيمة الاجهاد عند نقطة (F).

✧ المقاومة القصوى للشد : (Ultimate Tensile Strength)

وهي تعبر عن أقصى اجهاد تتحمله المادة وهي تساوى قيمة أقصى حمل مقسوماً على مساحة المقطع الأصلية بوحدات الاجهاد أى قيمة الاجهاد عند نقطة (E).

✧ الممتولية : (Ductility)

وهي تعبر عن مدى قدرة المادة على الاستطالة والتشكل ويمكن التعبير عنها كالاتى :

- النسبة المئوية للاستطالة وهي تساوى مقدار الزيادة فى الطول حتى الكسر مقسوماً على الطول الأصلي $100 \times$

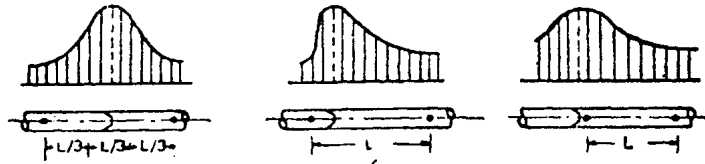
$$\text{أى} = \frac{\text{طول القياس بعد الكسر} - \text{طول القياس الأصلي}}{\text{طول القياس الأصلي}} \times 100$$

- النسبة المئوية للنقص فى مساحة المقطع وهي تساوى :

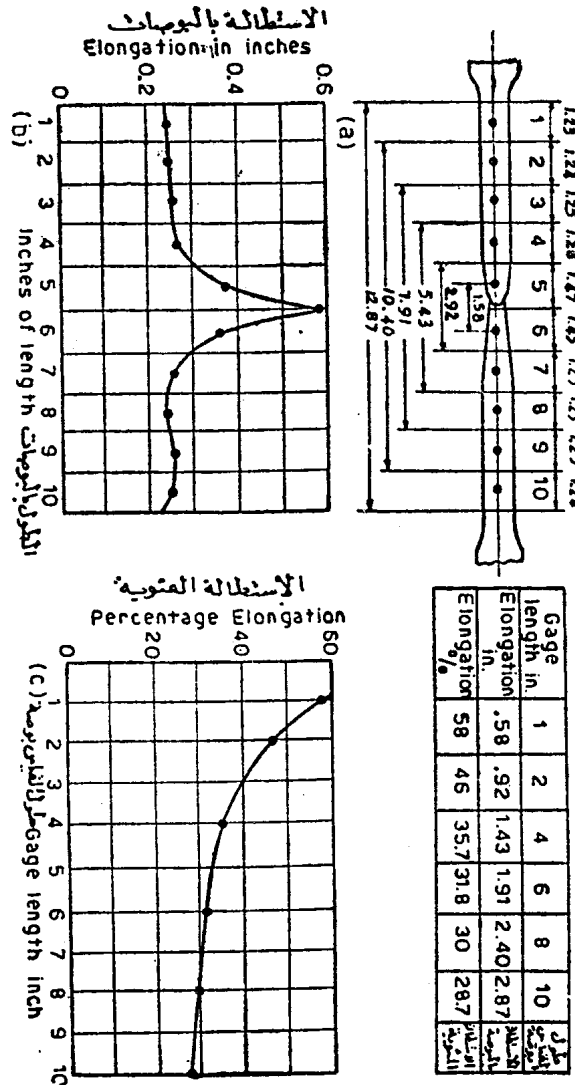
$$\text{أى} = \frac{\text{مساحة المقطع الأصلية} - \text{مساحة المقطع بعد الكسر}}{\text{مساحة المقطع الأصلية}} \times 100$$

• هذا وتجدر الإشارة إلى أن طول القياس له دخل كبير في قياس ممتولية المواد لأنه عند تحميل العينة تحدث انفعالات محورية صغيرة أول يليها انفعالات كبيرة بين الخضوع وهذه الانفعالات تقريباً لها نفس القيمة على طول العينة ، ولكنها تختلف اختلافاً كبيراً من نقطة إلى أخرى على العينة بعد الوصول إلى الحمل الأقصى متركزة في منطقة الرقبة أى منطقة الضعف في العينة وبين الشكل (٢-١١) ، (٢-١٢) توزيع الاستطالة على عينات من الصلب حدث لها كسر في الثلث الأوسط وخارج الثلث الأوسط مع بيان كيفية وتأثير طول القياس على الممتولية حيث يتبين من الشكل (٢-١٢) أنه كلما زاد طول القياس كلما قلت بالتعبية النسبة المئوية للاستطالة وعليه فيلزم أن يحتوى القياس على منطقة الكسر ومن الأفضل أن يكون في منتصفها لتعبر الزيادة المئوية فى الاستطالة تعبيراً صحيحاً عن الممتولية كما فى الشكل (٢-١١). لذلك نصت أغلب المواصفات القياسية على ضرورة وجود وحدث كسر العينة داخل الثلث الأوسط منها حتى تكون تجربة الشد صحيحة .

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS



شكل (١١-٢) توزيع الاستطالة تبعاً لمكان الكسر على طول القياس



شكل (١٢-٢) تأثير طول القياس على الممتولية

• هذا وتجدر الإشارة إلى أنه إذا أجريت مجموعة من الاختبارات للشد على عينات من الصلب ذات مقاطع مختلفة لوجد أن الاستطالة تتأثر أيضاً بمساحة مقطع العينة بالإضافة إلى طول القياس حيث يمكن تقسيم الاستطالة الكلية الحادثة في العينة إلى جزئين الاستطالة العامة والاستطالة المحلية ، حيث الاستطالة العامة تحدث على طول

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

العينة وقبل حدوث الرقبة ووصول الحمل إلى الحمل الأقصى وهى ذات توزيع منتظم على طول القياس ولا تعتمد على مساحة المقطع، أما الاستطالة المحلية أو الموضعية فتحدث بعد حدوث الرقبة وتتركز فى هذه المنطقة ويزيد طول العينة وبالتالي الاستطالة الكلية بزيادة مقطع العينة حيث هذه الاستطالة تتوقف على مساحة المقطع وتناسب مع الجذر التربيعى للمساحة، هذا وقد وجد أنوين (Unwin) أن النسبة المئوية للاستطالة لها علاقة بمساحة المقطع الأصلية (A_0) وطول القياس (ℓ_o) كالتالى :

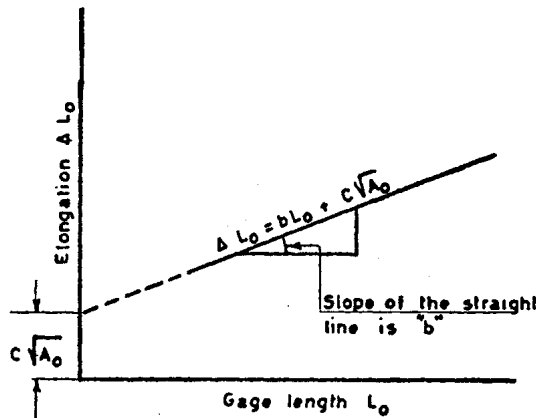
$$\zeta = \frac{C\sqrt{A_0}}{\ell_o} + b$$

$$i.e \Delta \ell = c\sqrt{A_0} + b\ell_o$$

والتي تسمى بمعادله الاستطاله

حيث $C\sqrt{A_0}$ تمثل الاستطالة الموضعية ، ($b\ell_o$) تمثل الاستطالة العامة ، $(\Delta \ell)$ هو مقدار الاستطالة الكلية ، (b, c) ثوابت أنوين للمادة.

وبين شكل (٢-١٣) كيفيه تمثيل معادله الاستطاله وثوابت أنوين



شكل (٢-١٣) كيفيه تمثيل معادله الاستطاله وثوابت أنوين

• هذا ويلاحظ من المعادلة السابقة للانفعال أنه لو كانت قيمة $\frac{\sqrt{A_0}}{\ell_o}$ ثابتة

لحصلنا على قيمة ثابتة للاستطالة الأمر الذى على أساسه حددت معظم المواصفات ومنها المواصفات المصرية العلاقات التالية :-

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

$$l_0 = 11.3 \sqrt{A_0} \quad (\text{للعينات الطويلة})$$

$$\text{or} \quad l_0 = 5.65 \sqrt{A_0} \quad (\text{للعينات القصيرة})$$

والذى يناظر $l = 10$ ق للعينات ذات المقطع المستدير الطويلة

، $l = 5$ ق للعينات ذات المقطع المستدير القصيرة كما شرحنا سابقاً.

♦ هذا ويجب التنويه أن خاصية الممتطولية هامة جداً فى المواد المطيلة كالصلب الانشائى حيث أنها تمثل معامل أمان ضد الأحمال الزائدة التى لم تؤخذ فى الحسبان عند التصميم حيث أنها تتسبب فى حدوث تشكلات كبيرة فى الصلب قبل كسرها والذى يعتبر بمثابة إنذار واضح للانهيار، بالإضافة إلى أهميتها فى ثنى وانحناء الصلب وتجنيش حديد التسليح بدون حدوث تشريح أو كسر.

نسبة بواسان (Poisson's ratio) :-

♦ وهى تعبر عن مقدار النسبة ما بين الانفعال العرضى والانفعال الطولى حتى

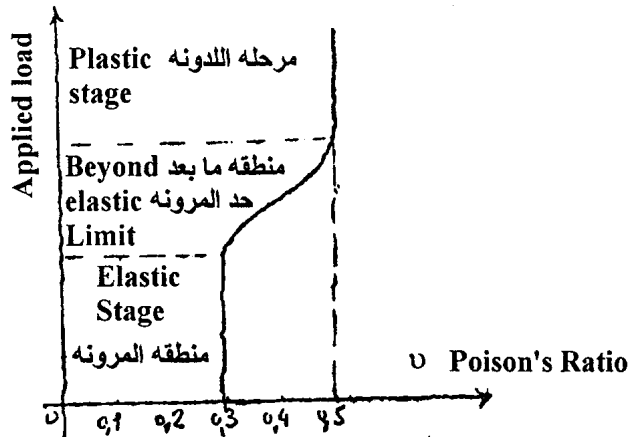
حد المرونة للمادة أى والمادة فى حالة مرونة بمعنى

$$\mu = \text{نسبة بواسان} = \frac{\epsilon'}{\epsilon} = \frac{\text{الانفعال العرضى}}{\text{الانفعال الطولى}}$$

تساوى قيمة ثابتة للمادة وتتراوح قيمتها ما بين ٠,٢٨ إلى ٠,٣ للصلب.

♦ ويبين الشكل (٢-١٤) قيم نسبة بواسان خلال مراحل التحميل المختلفة

للصلب.



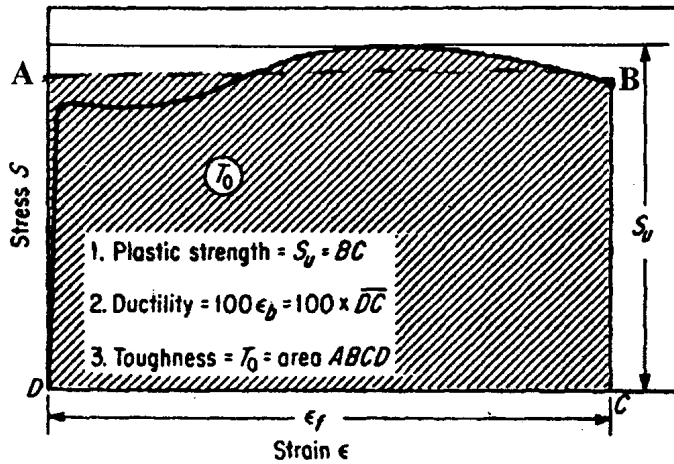
شكل (٢-١٤) قيم نسبة بواسان للصلب

المتانة (Toughness) :-

وهى الخاصية التى تعبر عن قدرة المادة لامتصاص الطاقة الميكانيكية حتى حدوث الانهيار وهى تقاس بوحدات الطاقة (كجم.سم) ويمكن التعبير عنها بمعيار المتانة (Modulus of

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

Toughness) وقدرة المادة لمقاومة أحمال الصدم وهى المتانة لوحدة الحجم ويمكن قياسها بطاقة الانفعال الكلية حتى حدوث الكسر والتي يعبر عنها بمساحة المنحنى تحت الاجهاد والانفعال حتى الكسر ويمكن أخذها تقريباً بما يعادل حاصل ضرب متوسط (اجهاد الخضوع + الإجهاد الأقصى) \times أقصى انفعال حتى الكسر كما هو مبين بالشكل (٢-١٥) بوحدات الاجهاد.

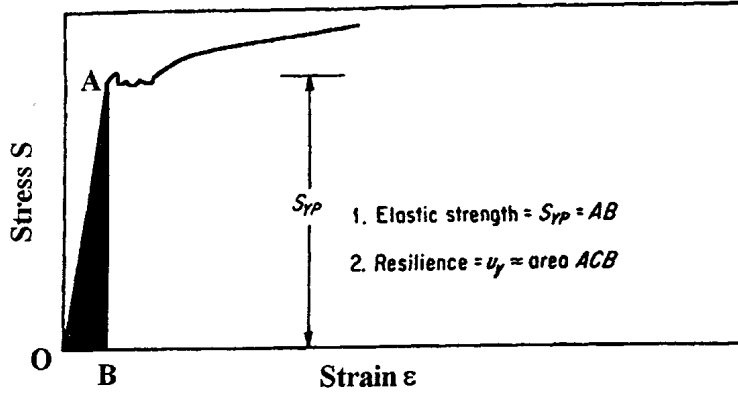


شكل (٢-١٥) تعيين متانة الصلب الطرى

الرجوعية (Resilience) :-

وهى الخاصية التى تعبر عن قدرة المادة على إختزان الطاقة المرنة والتى يمكن قياسها بمسافة التثا تحت منحنى الحمل والاستطالة ووحداتها (كجم.سم) ويمكن التعبير عنها أيضاً بما يسمى بمعابر الرجوعية (Modulus of Resilience) وهو يساوى الرجوعية بالنسبة لوحدة الحجم من المادة أى مساحة المثلث (العلاقة الخطية فى منحنى الاجهاد والانفعال للصلب) أى ٢/١ إجهاد حد التناسب \times الانفعال عند حد التناسب بوحدات الاجهاد كما مبين بالشكل (٢-١٦).

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS



شكل (١٦-٢) تعيين الرجوعية في الصلب الطرى

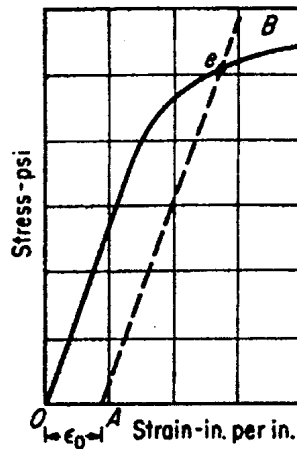
٢-٣-٥-ب بالنسبة للصلب العالى المقاومة بأنواعه :-

✧ حد المرونة (Elastic Limit) :-

وهو مثل الصلب الطرى حيث هو أقصى اجهاد تتحمله المادة وتخضع فيه لقانون هوك وهى نقطة غير ثابتة وغير محددة.

✧ اجهاد الضمان (Proof Stress) :-

• للمواد التى ليس لها نقطة أو منطقة خضوع كالصلب العالى المقاومة وللتعبير عن مقاومة المادة فى منطقة المرونة فإنه يجب البحث عن اجهاد آخر يعبر عنها ألا وهو اجهاد الضمان كما هو مبين بالشكل (١٧-٢).



شكل (١٧-٢) تعيين إجهاد الضمان للصلب العالى المقاومة

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

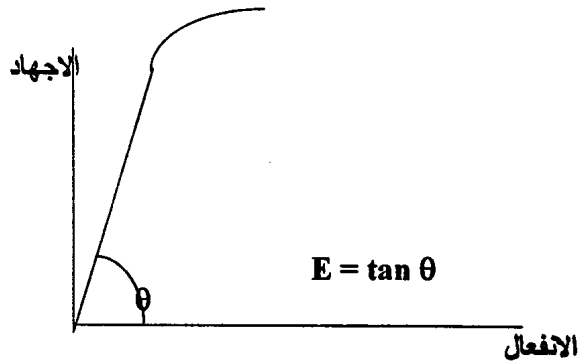
• ويعرف اجهاد الضمان للصلب العالى المقاومة بأنه الاجهاد الذى يحدث فى عينة الاختيار أثناء تحميلها إستطالة لا تناسبية مساوية لنسبة مئوية محددة من طول القياس، وتتص المواصفات المصرية على هذه النسبة بقيمة (٠,٢%) وعليه فإن اجهاد الضمان حسب المواصفات القياسية المصرية هو الاجهاد المناظر لقيمة استطالة لا تناسبية تعادل (٠,٢/١٠٠ × طول القياس للعينة) كما هو مبين بالشكل (٢-١٧). أى أن

$$\text{اجهاد الضمان} = \frac{\text{حمل الضمان}}{\text{مساحة المقطع الأصلية}} \quad (\text{بوحدة الاجهاد})$$

• ويعين حمل الضمان بتوقيع قيمة الاستطالة اللاتناسبية على المحور الأفقى ثم رسم خط موازى للخط المستقيم من هذه النقطة لتقطع منحنى الحمل والاستطالة فى نقطة تناظر حمل الضمان على المحور الرأسى كما هو مبين بالشكل (٢-١٧).

• الصلابة (Stiffness) :-

وهى تعين بتقدير معامل المرونة أو معايير ينح (E) كما هو الحال فى الصلب الطرى مع العلم بأن قيمة (E) ثابتة لا تتغير بنوع الصلب كما هو واضح من الشكل (٢-١٨).



شكل (٢-١٨) تعيين الصلابة فى الصلب العالى المقاومة

• المقاومة القصوى للشد أو مقاومة الكسر (Ultimate Strength) :

وهى أقصى مقاومة للصلب عند حدوث الكسر وهى تساوى أقصى حمل مقسوماً على المساحة الأصلية للمقطع وبوحدات الاجهاد وهى تعبر عن رتبة الصلب فيقال صلب (٥٢) مثلاً تعنى صلب عالى المقاومة ذو مقاومة قصوى تعادل ٥٢ كجم/مم^٢.

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

✧ الممتطولية (Ductility) :-

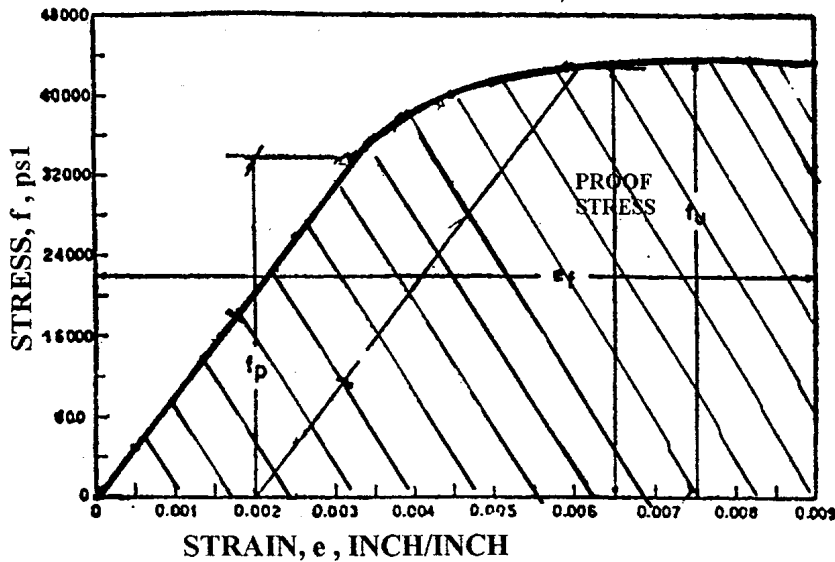
وهي تعبر عن مدى قدرة المادة على الاستطالة ويمكن التعبير عنها بالنسبة المئوية للاستطالة وهي مقدار الزيادة في الطول حتى الكسر مقسوماً على الطول الأصلي $\times 100$ مثل تحديدها للصلب الطرى.

✧ نسبة بواسان (μ) (Poisson's Ratio) :-

وهي تعبر عن ثابت المادة في مرحلة المرونة عن طريق النسبة بين الانفعال العرضي والانفعال الطولي للعينة خلال مرحلة المرونة وهي قيمة أقل من ٠,٥ وتساوى حوالى من ٠,٢٨ إلى ٠,٣ لجميع أنواع الصلب كما ذكرنا سابقاً.

✧ المتانة (Toughness) :-

وهي تعبر عن قدرة المادة لامتصاص الطاقة الميكانيكية حتى حدوث الكسر ويعبر عنها بالمساحة تحت منحنى الاجهاد والانفعال وتقاس بوحدات الاجهاد شكل (٢-١٩).

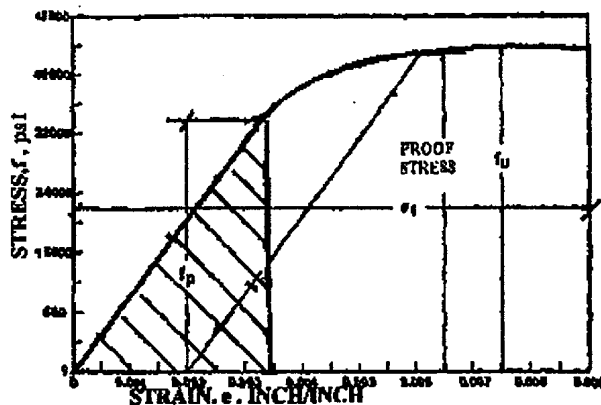


شكل (٢-١٩) تعيين المتانة للصلب العالى المقاومة

✧ الرجوعية (Resilience) :-

وهي تعبر عن الطاقة المخزونة في المادة في حدود المرونة مثل الصلب الطرى ويعبر عنها بمساحة الثلث حتى حد المرونة وتقاس بوحدات الإجهاد - شكل (٢-٢٠).

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS



شكل (٢-٢٠) تعيين الرجوعية للصلب العالى المقاومة

٢-٣-٦-٥-ج بالنسبة للسلك العالى المقاومة المستخدم فى الخرسانة سابقة الاجهاد:-

✻ المقاومة القصوى للشد:

وهى تعبر عن مقاومة المادة للشد وعند حدوث الكسر وهى تقاس بوحدات الإجهاد وتشاوى خارج قسمة أقصى حمل على المساحة الأصلية لمقطع السلك .

✻ إجهاد الضمان:

وهو يعبر عن مقاومة المادة فى مرحلة المرونة وهو يقاس عند إستطالة لا تناسبية مقدارها ٠,١% من طول القياس كما شرحنا سابقاً .

٢-٣-٦-٦-إختبار الثنى على البارد للصلب (Cold Bending Test) :

٢-٣-٦-٦-أ-إختبار العينات :

يجرى إختبار العينات على البارد لأخذ عينات الأسياخ المعدة للإستعمال بدون أن تتعرض لأية معالجة حرارية .

٢-٣-٦-٦-ب-عدد الإختبارات :

يجرى إختبار واحد على الأقل لكل مجموعة من الأسياخ تزن ١ طن أو أقله فى حالة تعدد مقاس مقطع الأسياخ فى المجموعة يجرى إختبار واحد على الأقل لكل مقاس منها .

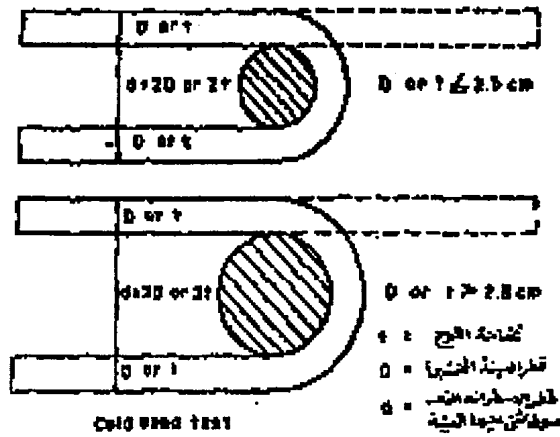
STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

٢-٣-٦-٦-ج إجراء الاختبار:

يجب أن تتحمل عينة الإختبار الثنى على البارد وذلك حول قطر دائرى بدون حدوث شروخ أو كسر فى منطقة الثنى وذلك فى أثناء ثنيها بالضغط المستمر المتزايد حتى يتوازى طرفاها بشرط أن يكون قطر الدوران الداخلى كما يلى وكما هو موضح بالشكل (٢-٢١) .

حيث $ق =$ قطر قطعة الإختبار

، $ق_١ =$ قطر دائرة الإسطوانة أو الدوران الداخلى .



شكل (٢-٢١) إختبار الثنى على البارد

حيث $ق_١$ تؤخذ كالاتى :

✳ بالنسبة للصلب العادى أو الصلب العالى المقاومة (٥٢) :

▪ إذا كانت (ق) أقل من أو تساوى ٢٥ مم فتؤخذ $ق_١ = ق_٢$

▪ إذا كانت (ق) أكبر من ٢٥ مم فتؤخذ $ق_١ = ق_٣$

✳ بالنسبة للصلب العادى أو الصلب العالى المقاومة (٥٢)

إذا كانت (ق) وهو أكبر بعد لمقطع السيخ أقل من أو تساوى ٢٥ مم فيؤخذ $ق_١ = ق_٢$

، إذا كانت (ق) وهو أكبر بعد لمقطع السيخ أكبر من أو تساوى ٢٥ مم فيؤخذ

$ق_١ = ق_٣$.

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

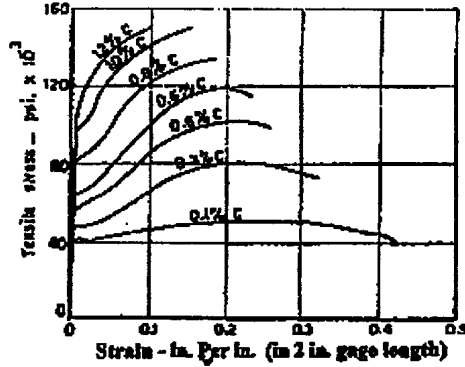
٧-٣-٢ العوامل التي تؤثر على الخواص الميكانيكية للشد الإستاتيكي للصلب :

Factors Affecting Mechanical Properties of Static Tension for Steel :

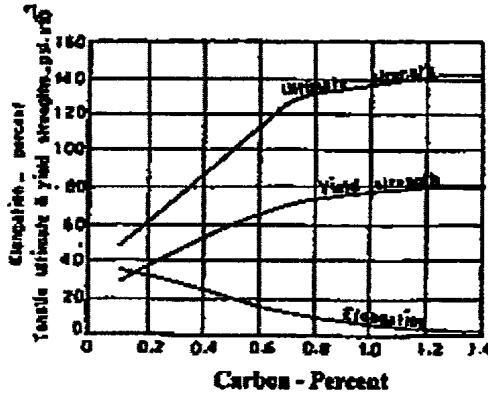
هناك عوامل مختلفة تؤثر على نتائج إختبار الشد الإستاتيكي للصلب منها ما يلي :

١-٧-٣-٢ نسبة ومحتوى الكربون (Carbon Content) :-

تبين الأشكال (٢٢-٢) ، (٢٣-٢) مدى تأثير كل من منحنى الإجهاد والإنفعال العادي للصلب وكذلك الخواص الميكانيكية له بتغيير نسبة ومحتوى الكربون حيث أنه كلما زادت نسبة ومحتوى الكربون كلما زادت المقاومة القصوى وإضمحل الخضوع مع زيادة في قيمته مصحوباً بنقص في مطولية الصلب (النسبة المئوية للإستطالة)



شكل (٢٢-٢) تأثير محتوى الكربون على منحنى الإجهاد والإنفعال للصلب في الشد

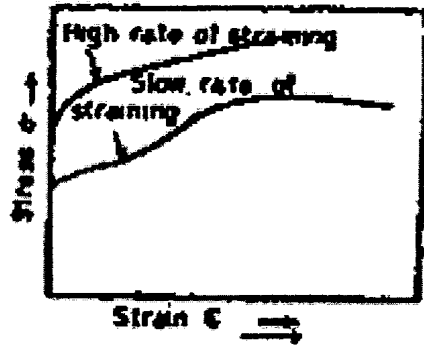


شكل (٢٣-٢) تأثير محتوى الكربون على مقاومة الشد ومطولية الصلب

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

٢-٧-٣-٢ معدل التحميل (Rate of Loading) :

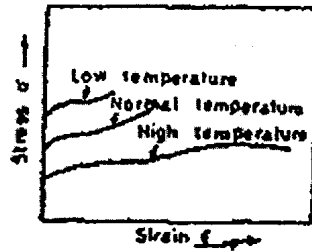
كلما زاد معدل زيادة الحمل مع الزمن (معدل التحميل) على عينة الإختبار كلما زادت مقاومة الصلب مع نقص فى الممتطولية وإستطالته كما هو واضح من الشكل (٢٤-٢) .



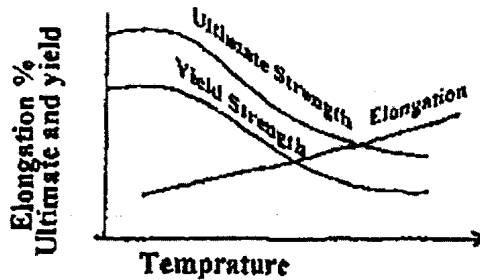
شكل (٢٤-٢) تأثير معدل التحميل على خواص الصلب فى الشد

٣-٧-٣-٢ درجة حرارة الإختبار (Temperature) :

كلما زادت درجة حرارة الإختبار كلما قلت المقاومة ممثلة فى إجهاد الخضوع والمقاومة القصوى مع زيادة ملحوظة وكبيرة فى الممتطولية كما هو واضح من الشكل (٢٥-٢) ، (٢٦-٢) .



شكل (٢٥-٢) تأثير درجات الحرارة على منحنى الإجهاد والإفصال للصلب

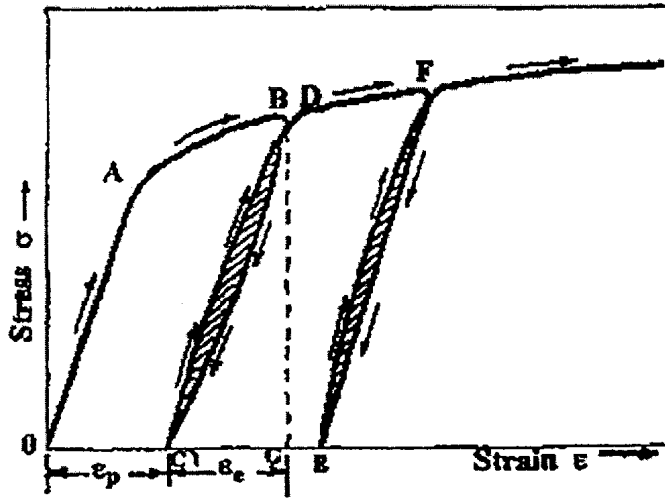


شكل (٢٦-٢) تأثير درجات الحرارة على خواص الصلب الطرى

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

٢-٣-٧-٤ الإنفعال الزائد (Over Straining) :

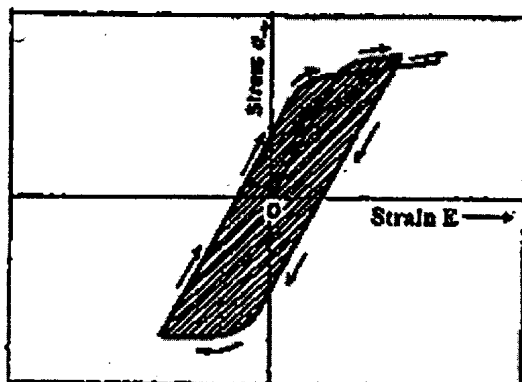
■ عملية الإنفعال الزائد هي عبارة عن تحميل عينة إختبار الشد للصلب فيما بعد حد المرونة ثم إزالة هذا الحمل بلى ذلك إعادة تحميل مرة أخرى شكل (٢-٢٧) ، حيث أن هذه العملية تعمل على زيادة إجهاد الخضوع وحد التناسب وتحسن خواص المادة فى مرحلة المرونة هذا وقد بينت التجارب المعملية على عينات من الصلب تعرضت إلى حمل محورى أن الزمن الذى يمر من لحظة إزالة الحمل وإعادة التحميل مرة أخرى يؤثر على خواص المادة المرنة حيث أنه كلما زادت هذه الفترة كلما زادت صلابة (E) وحد التناسب كما هو واضح من الشكل (٢-٢٧) .



شكل (٢-٢٧) تأثير الإنفعال الزائد على خواص الصلب الطرى

■ هذا وتجدر الإشارة إلى أن ظاهرة الإنفعال الزائد وتحسين الخواص الميكانيكية فى مرحلة المرونة لا تحدث إلا فى حالة إعادة الحمل بنفس النوعية وهو حمل شد ، أما إذا ما تعرض الحمل بعد إزالة حمل الشد إلى حمل ضغط بدلاً من الشد وذلك فيما بعد حد المرونة ثم بلى ذلك إزالة الحمل حتى الصفر ثم إعادة التحميل مرة أخرى إلى حمل شد فإن ذلك يكون مصحوباً بنقص فى مقاومة المادة فى مرحلة المرونة (نقص إجهاد كل من حد التناسب والخضوع) وهذه الظاهرة تسمى بظاهرة تأثير (بوتشجر) (Bauchinger Effect) كما هو موضح بالشكل (٢-٢٨)

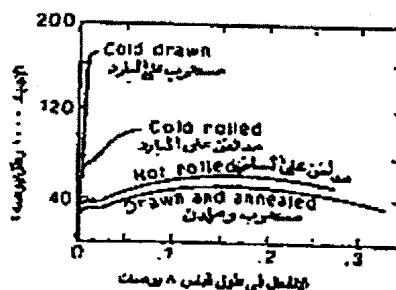
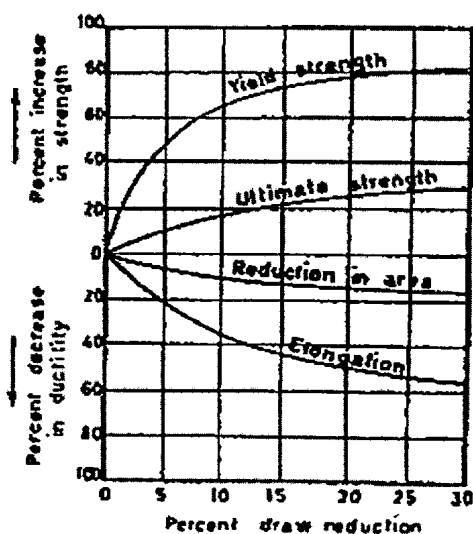
STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS



شكل (٢-٢٨) تأثير التصلد الإنفعالي وبوتشنجر على خواص الصلب الطرى

٥-٧-٣-٢ التشغيل على البارد (Cold Working) :

هو عملية إنفعال زائد للصلب فيما بعد حد المرونة والذي يؤدي إلى زيادة ملحوظة في كل من إجهاد الخضوع وحد التناسب والمقاومة القصوى للشد ، مصحوباً بزيادة في رجوعية المعدن (Resilience) وصلادته (Hardness) مع نقص في ممطوليته وممانته (Toughness) كما هو واضح بالشكل (٢-٢٩) .

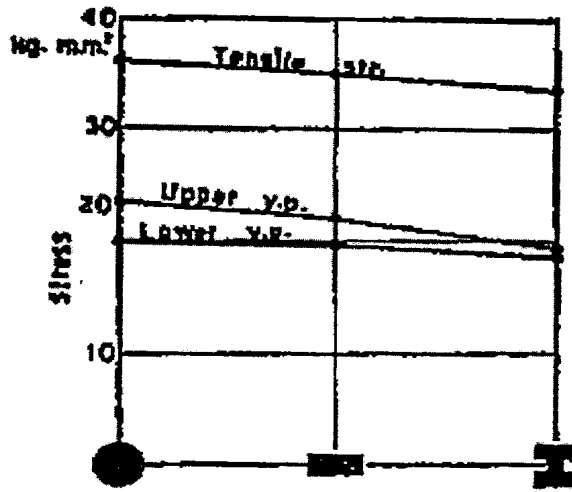


شكل (٢-٢٩) تأثير التشغيل على البارد على خواص الصلب الطرى

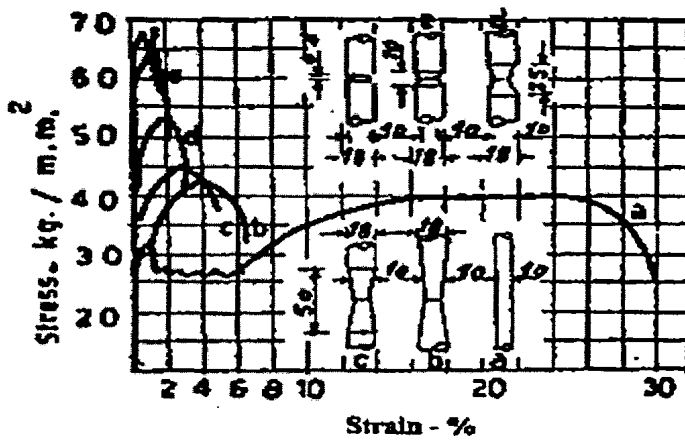
STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

٢-٣-٧-٦ حجم وشكل عينة الإختبار (Shape and Size of Specimen) :

إن حجم العينة ليس له تأثير على ممطولية الصلب ولكن شكل مقطع العينة له تأثير مميز على مقاومة الصلب كما هو واضح من الشكل (٢-٣٠) والذي يبين أن المقطع الدائري ذو مقاومة عالية بالمقارنة بالمقاطع المستطيلة أو الأخرى . هذا بالإضافة إلى أن تشكيل العينة له تأثير ملحوظ على نتائج إختبار الشد ممثلة في المقاومة والممطولية كما هو مبين بالشكل (٢-٣٠) .



شكل (٢-٣٠) تأثير شكل المقطع على خواص الصلب الطرى



شكل (٢-٣١) تأثير شكل عينة الإختبار على خواص الصلب الطرى

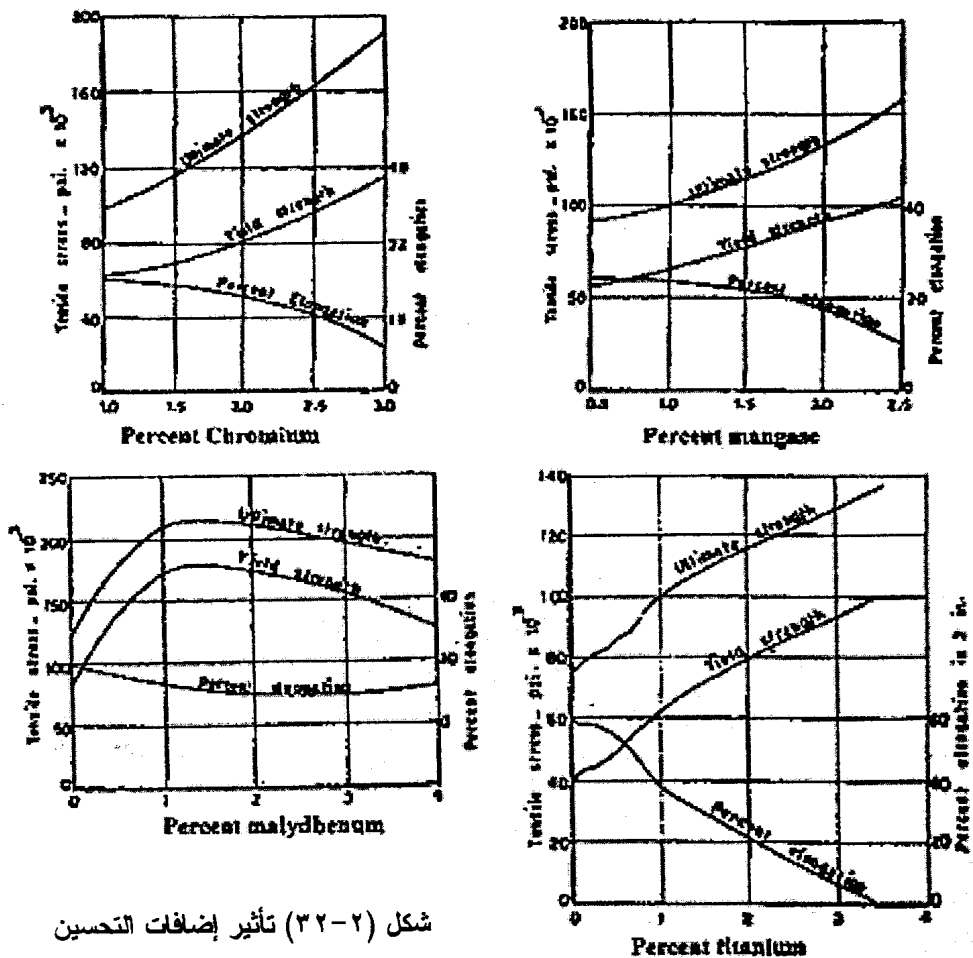
STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

٧-٧-٣-٢ التحميل الغير محورى (Eccentric Loading) :

إن تأثير التحميل الغير محورى فى الشد على عينات الإختبار له تأثير طفيف على كل من المقاومة والمطولية .

٨-٧-٣-٢ إضافات التحسين والعناصر السبائكية (Alloying Elements) :

إن إضافة بعض العناصر السبائكية لأساس معدن الصلب الأصىلى تعمل على تحسين خواص هذا الصلب بدرجة مرغوبة . إن درجة التحسين الناتجة فى الخواص المختلفة للصلب تتوقف على نسبة هذه الإضافة . يبين الشكل (٢-٣٢) تأثير إضافة نسب مختلفة من كل من المنجنيز والكروم والتيتانيوم والمولبيدوم على الخواص المختلفة للصلب ممثلة فى المقاومة القصوى للشد وإجهاد الخضوع والمطولية .



شكل (٢-٣٢) تأثير إضافات التحسين والعناصر السبائكية على خواص الصلب

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

٢-٣-٩ : المعالجة الحرارية (Heat Treatment) :

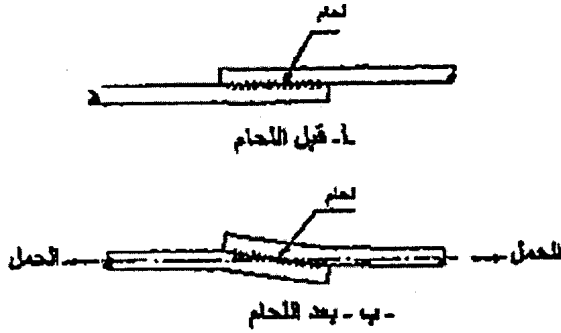
تعنى المعالجة الحرارية للصلب بتعريضه وتسخينه إلى درجة حرارة عالية متبوعة بتبريده بغرض تحسين أو إعطاء خواص مرغوب فيها للصلب . تتم عمليات المعالجة الحرارية فى ثلاثة صور هى : عملية التخمير (Annealing) ، عملية التصليد (Hardening) ، وعملية التقسية (Tempering) . تتم عملية التخمير بتسخين الصلب ما بين درجة حرارة ٨٢٠-٩٠٠ درجة مئوية مع الإحتفاظ بهذه الدرجة لمدة طويلة يلى ذلك تبريد الصلب ببطئ إلى درجة الحرارة العادية . إن هذا الصلب الناتج من عملية التخمير ذو مقاومة أقل مصحوباً بمطولية عالية بالمقارنة بالصلب الذى لم يحدث له تخمير . إن عملية التصليد تعنى تسخين الصلب بنفس الكيفية مثل عملية التخمير يلى ذلك تبريده فجأة عقب تسخينه مباشرة بغمره فى وسط مائى أو زيتى . إن عملية التصليد تعمل على جعل الصلب أكثر قسافة (أى ذو مطولية منخفضة) وللتغلب على هذا العيب يتم عمل تقسية لهذا الصلب (Tempering) وهذه العملية يقصد إعادة تسخين الصلب المصلد إلى درجة حرارة أقل إلى حوالى ٢٠٠ إلى ٥٥٠ °م يصحبها تبريد إما فجائى أو ببطئ وتسمى هذه العملية الأخيرة فى بعض الأحيان بعملية السحب (Drawing) والتي ينتج عنها صلب أكثر مطولية وذو متانة عالية بالمقارنة بالصلب الصلب .

٢-٣-٨ : لحام حديد التسليح Welding of Steel Reinfts :

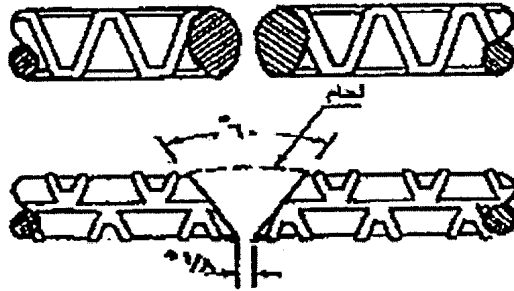
■ تتم عملية وصل قضبان حديد التسليح سواء كان الصلب عادى أو عالى المقاومة بطريقة اللحام حيث هناك عدة طرق مستعملة للحام أهمها اللحام الكهربائى أو اللحام بالغاز مع الأخذ فى الاعتبار أن عملية اللحام ينبغى أن لا تؤثر على معدن السيخ أو أنها لا تغير من إستقامة محور السيخ أو من الوضع المطلوب للقضبان عند الوصلة ، أما بالنسبة للصلب العالى المقاومة والمعالج على البارد فلا يسمح غالباً بلحامه إلا فى الحالات الخاصة حيث تستخدم حرارة لحام غير مرتفعة مع ضرورة معالجة المواضع الملحومة بعد إجراء عملية اللحام لتستعيد خواصها .

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

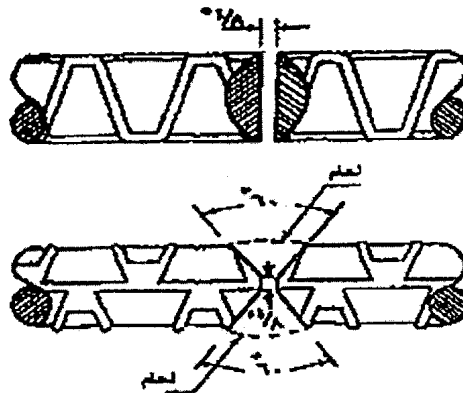
وتبين الأشكال (٣٣-٢)، (٣٤-٢)، (٣٥-٢)، (٣٦-٢) كيفية وصل أسياخ حديد التسليح المختلفة



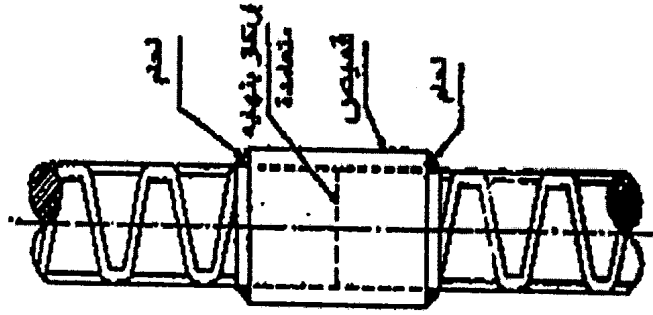
شكل (٣٣-٢) لحام سيخين من حديد التسليح ومراعاة إستقامة محور كل من السيخين وإنطباقه على خط التحميل



شكل (٣٤-٢) وصلة لحام تقابلية لسيخ تسليح يشطف على هيئة حرف V



شكل (٣٥-٢) وصلة لحام تقابلية لسيخ تسليح يشطف على هيئة حرف V مزدوج وذلك للأسياخ كبيرة القطر



شكل (٢-٣٦) لحام سيخ من حديد التسليح ليقاوم إجهاد الضغط

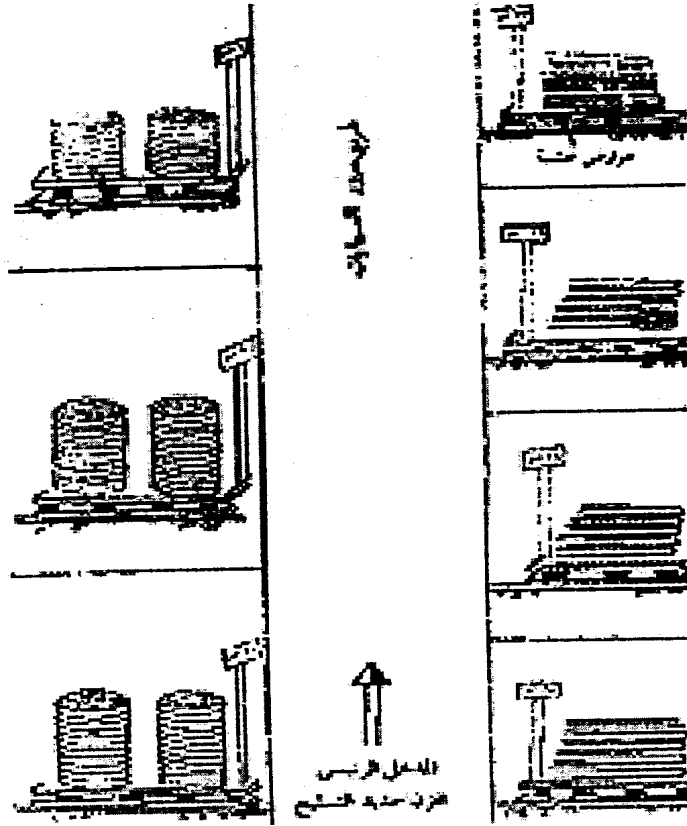
- هذا ويجب التنويه إلى أن هناك الطرق المختلفة لوصل حديد التسليح وهى الطرق الميكانيكية حيث تستخدم وصلات لربط نهايات الأسياخ مع بعضها ميكانيكياً .

٩-٣-٢ تخزين حديد التسليح Storing of Steel Reinfts :

يجب أن تتوفر للشروط التالية فى تخزين حديد التسليح :

- يخزن حديد التسليح أفقياً .
 - يخزن كل قطر من أقطار الحديد على حدة .
 - يخزن الحديد فى رصات على عوارض خشبية برفعها عن الأرض الطبيعية بمسافة كافية لضمان عدم تأثر حديد التسليح بالرطوبة ومياه المجارى أو الأمطار .
 - يلزم تغطيته بمشمعات فى المناطق شديدة الرطوبة .
 - يتم رص الحديد فى المخزن بحيث يسهل رفع الكميات والأقطار المطلوبة طبقاً لأولوية التنفيذ .
 - يجب أن يكون المخزن بعيداً عن أى زيوت أو شحوم .
 - يجب توافر أماكن خالية بين رصات الحديد لتسهيل عمليات رفع وتنزيل الحديد .
- وبين الشكل التالى (٢-٣٧) كروكى لبيان كيفية تشوين حديد التسليح بالمخازن .

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS



شكل (٣٧-٢) بيان كيفية تشوين حديد التسليح بالمخازن

١٠-٣-٢ إجهاد التشغيل والإجهاد المسموح به للصلب في الشد:

Working and Allowable Stress for Steel in Tension :

- إن متطلبات التصميم في مرحلة المرونة وطبقاً لمعظم المواصفات القياسية يتطلب الأمر إلى ضرورة أن يكون الإجهاد واقع على العنصر الإنشائي وهو الصلب في هذه الحالة وهو ما يسمى بإجهاد التشغيل (Working Stress) والناجم من الأحمال المؤثرة أو أحمال التشغيل (Working Loads) أقل من الإجهاد المسموح به للمادة وهو الصلب (Allowable Stress) . بمعنى

$$F_{s \text{ working}} \leq F_{s \text{ allowable}}$$

- إن الإجهاد المسموح به في مرحلة المرونة يعتمد على قيمة إجهاد الخضوع (Yield Stress) أو إجهاد الضمان للصلب وهو يعادل قيمة إجهاد الخضوع أو الضمان مقسوماً على معامل أمان (Factor of Safety)

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

$$F_{s \text{ allowable}} = \frac{f_y}{n} \quad \text{بمعنى}$$

حيث (f_y) هو إجهاد الخضوع أو الضمان للصلب في المختبر ، (n) هو معامل الأمان وهو عامل يمكن تقديره من المعاملات التالية أى أن :

$$n = n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot n_4 \cdot \dots \dots \dots n_n$$

حيث n_1 ، n_2 ، n_3 هي معاملات للمادة والتي تتضمن وتأخذ في الاعتبار الاختلافات الناتجة عن طريق مقاومة المعدن وتلك الناتجة من الفرق بين النتائج العملية وحالات الخدمة .

n_4 وهو معامل الحمل (Load Factor) وهو معامل يأخذ في الاعتبار عدم التأكيد في تقييم الحمل الفعلى الواقع على العنصر المراد تصميمه .

n_6 وهو عامل الحمل الفعلى الواقع على العنصر المراد تصميمه .

n_7 وهو عامل الإنهيار (Failure Load) وهو عامل يأخذ في الاعتبار إختلاف شكل إنهيار العينة في الطبيعة والظروف العملية من حالات النهاية وخلافه وذلك عن الإنهيار الحادث للعنصر في الطبيعة .

n_{\dots} هي معاملات أخرى يمكن إدخالها في تقييم قيمة معامل الأمان للصلب مثل إختلاف مقاومة المادة في التحميل الإستاتيكي عن تلك في التحميل المتكرر أو عند تعريضها لأحمال الصدم .

• إن معظم المواصفات القياسية تنص على قيمة معامل الأمان اللازم الذى يأخذ في الاعتبار معظم العوامل السابقة للصلب كمادة متجانسة وفى الغالب إن قيمة هذا المعامل يؤخذ حوالى ٢,٠٠ .

$$i.e \ f_{sall \ tension} = \frac{f_y \text{ or } f_{proof}}{2}$$

ملحوظة هامة :

هذا وتجدر الإشارة إلى أن سلوك الصلب تحت حمل ضغط محورى شبيه إلى حد ما سلوكه تحت حمل شد محورى وذلك حتى الوصول إلى أقصى حمل ما عدا الإختلاف فى شكل الكسر والإنهيار فى كل منهما الأمر الذى يتبين منه أن معامل المرونة (E_s) للصلب واحد فى كل من الشد والضغط وكذلك قيمة إجهاد الخضوع أو

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

الضمان وبالتالي فإن الإجهاد المسموح به للصلب فى الضغط يؤخذ نفس القيمة فى الشد كما يلى:-

١٢٠٠ إلى ١٤٠٠ كجم/سم^٢ للصلب الطرى العادى
، من ١٨٠٠ إلى ٢٠٠٠ كجم/سم^٢ للصلب العالى المقاومة

١١-٣-٢ اشتراطات صلاحية استخدام صلب أسياخ التسليح فى أعمال الخرسانه المسلحة :-

إن الإختبارات التى يجب إجرائها على أسياخ الصلب المدلفنه على الساخن هى : إختبار الشد - إختبار الثنى المفرد على البارد - إختبار تحديد وقياس أبعاد النقوات.

١-١١-٣-٢ اشتراطات صلاحية أسياخ الصلب المدلفنه على الساخن لتسليح الخرسانة :- أ - التركيب والخواص الكيميائية :-

يبين جدول (١-٢) حدود المواصفات للتركيب والخواص الكيميائيه لرتب ونوعيه أسياخ الصلب المدلفنه على الساخن.

جدول (١-٢) حدود المواصفات للتركيب والخواص الكيميائيه لصلب التسليح

الخاصية			حدود المواصفات	
			النسبة المئوية (حد أقصى) لرتب	الحدود المسموحة
			الحدود المسموحة	الحدود المسموحة
			الحدود المسموحة	الحدود المسموحة
التركيب الكيميائى للصلب السائل (الصبة)			٥٢/٣٦	٣٥/٢٤
			٦٠/٤٠	٤٥/٢٨
			٠,٤٠	٠,٢٥
			٠,٠٥٥	٠,٠٥٥
التركيب الكيميائى للمنتج النهائى (الأسياخ)			٠,٠٥٥	٠,٠٥٥
			٠,٤٥	٠,٣٠
			٠,٦٠	٠,٠٦٠
			٠,٠٦٠	٠,٠٦٠

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

ب - الخواص الميكانيكية للشد :-

يبين جدول (٢-٢) الحد الأدنى للخواص الميكانيكية للشد الإستاتيكي والثنى على البارد لصلب التسليح والتي يجب إستيفائها عند الإستخدام.

جدول (٢-٢) الحد الأدنى للخواص الميكانيكية للشد الإستاتيكي والثنى على البارد لصلب التسليح

الخاصة					
الخواص الميكانيكية					
الخواص الميكانيكية	الحد الأدنى	الحد الأدنى (حد أدنى)	مقاومة الشد القصوى	مقاومة الشد القصوى (حد أدنى)	الثنى المفرد على البارد (180)
الخواص الميكانيكية	الحد الأدنى	الحد الأدنى (حد أدنى)	مقاومة الشد القصوى	مقاومة الشد القصوى (حد أدنى)	الثنى المفرد على البارد (180)
الخواص الميكانيكية	الحد الأدنى	الحد الأدنى (حد أدنى)	مقاومة الشد القصوى	مقاومة الشد القصوى (حد أدنى)	الثنى المفرد على البارد (180)
صلب طرى	٣٥/٢٤	٢٤	٣٥	٢٠	٢٥ ≥ ٢٠
عادي أملس	٤٥/٢٨	٢٨	٤٥	١٨	٢٥ < ٢٠
صلب على المقاومة	٥٢/٣٦	٣٦	٥٢	١٢	٢٠ ≥ ٢٠ < ٣٦
نو نتؤات	٦٠/٤٠	٤٠	٦٠	١٠	٢٠ ≥ ٢٠ < ٣٦
					٢٥ ≥ ٢٠ < ٣٦
					٢٥ ≥ ٢٠ < ٣٦
					٢٥ ≥ ٢٠ < ٣٦

حيث ل = طول القياس (مم)

، ق = قطر عينة الاختبار (مم)

ملحوظة هامة :-

- يجرى اختبار الشد على عينة اختبار من الاسياخ المعدة للاستعمال بدون أن تتعرض لأية معالجة حرارية ويجوز استبدال العينة على البارد فى حالة الإعوجاج البسيط على أن تشكل العينات طبقاً لشكلها وأبعادها القياسية.

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

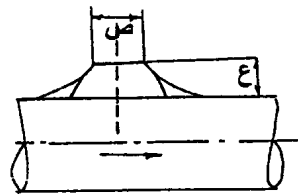
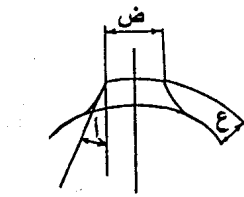
♦ يجرى اختبار شد واحد على الأقل لكل مجموعة من الأسياخ وزن ١٠ طن أو أقل وفى حالة تعدد مقاسات مقاطع الاسياخ فى المجموعة يجرى اختبار شد واحد على الأقل لكل مقاس منها .

جـ - أبعاد النتؤات للصلب العالى المقاومة :-

♦ يبين الجدول (٣-٢) حدود المواصفات لأبعاد النتؤات للصلب العالى المقاومة. كما يبين الشكل (٣٨-٢) أبعاد النتؤات فى الاتجاه الطولى والعرضى للسيخ.

جدول (٣-٢) حدود المواصفات لأبعاد النتؤات

الخاصية	حدود المواصفات
اشتراطات النتؤات	لا تزيد زاوية ميل النتؤ الطولى على المحور الرأسى للسيخ على ٤٥ درجة. لا تزيد المسافة بين أى نتؤ بين عرضيين على ٧٠% من القطر المكافئ الاسمى للسيخ.
اشتراطات النتؤات	لا يقل ارتفاع (ع) عن ٥% من القطر المكافئ الاسمى للسيخ وذلك للأسياخ ذات قطر مكافئ اسمى لا يزيد على ١٦ مم أما فى حالة الأسياخ التى يزيد قطرها المكافئ الاسمى على ١٦ مم فيراعى ألا يقل ارتفاع النتؤ (ع) عن ٦% من القطر المكافئ الاسمى. لا يزيد مجموع المسافات الخالية من النتؤات على ٢٥% من المحيط الاسمى للسيخ فى جميع الحالات.



ض : عرض النتؤ
ع : إرتفاع النتؤ
أ : زاوية ميل النتؤ

شكل (٣٨-٢) نتؤ طولى

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

د- الأوزان ومساحة القطاع :-

• يبين الجدول التالى (٢-٤) جميع أقطار وأوزان ومساحة مقطع حديد الصلب المستعمل فى الخرسانة المسلحة فى مصر وعدة دول أخرى من العالم .

جدول (٢-٤) أقطار وأوزان ومساحة مقطع حديد التسليح

φ mm	Weight Kg/m	Area of Cross - Section in Cm ²									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	0.154	0.196	0.393	0.589	0.785	0.982	1.18	1.37	1.57	1.77	1.96
6	0.222	0.283	0.566	0.848	1.13	1.41	1.70	1.98	2.26	2.54	2.83
7	0.302	0.385	0.770	1.15	1.54	1.93	2.31	2.69	3.08	3.46	3.85
8	0.395	0.503	1.01	0.51	2.01	2.51	3.02	3.52	4.02	4.52	5.03
10	0.617	0.785	1.57	2.36	3.14	3.93	4.71	5.50	6.28	7.07	7.85
12	0.888	1.13	2.26	3.39	4.52	5.65	6.79	7.92	9.05	1.02	11.30
13	1.04	1.33	2.66	3.98	5.31	6.64	7.96	9.27	10.6	11.9	13.30
14	1.21	1.54	3.08	4.62	6.16	7.70	9.24	10.8	12.3	13.9	15.4
16	1.58	2.01	4.02	6.03	8.04	10.1	12.1	14.1	16.1	18.1	20.1
18	2.00	2.54	5.09	7.63	10.2	12.70	15.3	17.8	20.4	22.9	25.4
19	2.23	2.835	5.67	8.50	11.30	14.2	17.0	19.9	22.7	25.5	28.4
20	2.47	3.14	6.28	9.42	12.6	15.7	18.8	22.0	25.1	28.3	31.4
22	2.98	3.80	7.60	11.4	15.2	19.0	22.8	26.6	30.4	34.2	38.0
24	3.55	4.52	9.04	13.6	18.1	22.6	27.0	31.7	36.2	40.7	45.2
25	3.85	4.91	9.82	14.7	19.6	24.5	29.5	34.4	39.3	44.2	49.1
26	4.17	5.31	10.6	13.9	21.2	26.5	31.9	37.2	42.5	47.0	53.1
28	3.83	6.16	12.3	18.5	24.6	30.8	37.0	43.1	49.3	55.4	61.6
30	5.55	7.07	14.1	21.2	28.3	35.3	42.4	49.5	56.6	63.6	70.7
32	6.31	8.04	16.1	24.1	32.2	40.2	48.3	56.3	64.3	72.4	80.4
34	7.13	9.08	18.20	27.2	36.3	45.4	54.5	53.6	72.6	81.7	90.8
36	7.99	10.2	20.4	30.6	40.8	50.7	61.2	71.4	81.6	91.8	102
38	8.90	11.3	22.6	33.9	45.2	56.5	67.8	79.1	90.4	102	113

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

هـ - التجاوزات والتفاوتات المسموح به في أبعاد وأطوال ووزن حديد التسليح :
يبين الجدول (٢-٥) الحدود المسموح بها للتجاوزات في أبعاد وأطوال ووزن حديد التسليح.
جدول (٢-٥) الحدود المسموح بها للتجاوزات في أبعاد وأطوال ووزن حديد التسليح

الخاصية			الحدود المسموح بها	
التجاوزات المسموح بها في الأبعاد المختلفة للمقطع			لا يزيد الفرق بين طولى أى قطرين متعامدين مقاسين عند نفس المقطع عن ٨% من القيمة الاسمية للقطر.	
			لا يزيد التجاوز في مقياس القطر على ± 0.5 مم وذلك للأقطار الاسمية حتى ٢٥ مم ، ± 1.00 مم للأقطار الاسمية الأكبر من ٢٥ مم.	
التجاوزات المسموح بها في الأوزان			القطر الاسمى	
			(مم)	
			التجاوزات في وزن المتر الطولى (%)	
			الرسالة	السيخ المفرد
			٦+	٨-
التجاوزات المسموح بها في الأطوال			١٠ ، ٨	٦-
			١٢ فأكثر	٤-
			٢,٥ ±	٤-
التجاوزات المسموح بها في			يسمح بتجاوز في طول السيخ قدره ± 40 ، - صفر وذلك للأسياخ التى لا يزيد طولها على ٦ متر .	
			يسمح بتجاوز أكبر للأسياخ التى يزيد طولها على ٦ متر بحيث يضاف للتجاوز السابق ٥ مم لكل متر زيادة في الطول عن ٦ متر على ألا يزيد التجاوز الكلى على ١٢٠ مم مهما كان طول السيخ .	

٢-١١-٣-٢ اشتراطات صلاحية الاسلاك ذات المقاومة العالية المستخدمة في الخرسانة

سابقة الاجهاد :-

تعريف :

السلك ذو مقاومة عالية لاجهاد الشد هو سلك من الصلب المسحوب على البارد و ذو مقطع مستدير وذلك للاستخدام في الخرسانة سابقة الاجهاد.

طريقة الصناعة :

تصنع الاسلاك عالية المقاومة بسحبها على البارد من الصلب ويجب عند اجراء تحليل كيميائى لهذه الاسلاك الا تزيد نسبة الكبريت عن ٠,٠٥% ونسبة الفوسفور عن ٠,٠٥% والا تزيد مجموع نسبتي الكبريت والفوسفور عن ٠,٠٩%.

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

❖ مقاومة الشد واجهاد الضمان للسلك على المقاومة :-

يبين الجدول التالي (٦-٢) المقاومة القصوى للشد واجهاد الضمان لكل قطر على حدة.

جدول (٦-٢) المقاومة القصوى واجهاد الضمان للسلك العالى المقاومة

قطر السلك (مم)	مقاومة الشد (كجم/مم ^٢)	اجهاد الضمان (كجم/مم ^٢)
٨	١٣٥	٩٥
٧	١٤٠	١٠٠
٦	١٤٥	١٠٥
٥	١٦٠	١١٥
٤	١٧٥	١٢٥
٣	١٩٠	١٣٥
٢	٢٠٥	١٤٥

٣-١١-٣-٢ اشتراطات صلاحية شبك أسياخ الصلب الملحومة لتسليح الخرسانة :-

يبين الجدول (٧-٢) اشتراطات صلاحية شبك أسياخ الصلب الملحومة لتسليح الخرسانة .

جدول (٧-٢) اشتراطات صلاحية شبك أسياخ الصلب الملحومة لتسليح الخرسانة

الخاصة	حدود المواصفات
نوع صلب الأسياخ	- يراعى أن تكون الأسياخ المستخدمة من النوع المدلفن على الساخن أو المسحوب على البارد.
الخواص الكيميائية لأسياخ الشبكة	يراعى ألا يحتوى الصلب المستخدم على نسبة من عنصرى الكبريت أو الفسفور تزيد على ٠,٠٥% لأى منهما .
الخواص الميكانيكية لأسياخ الشبكة	مقاومة الشد حد أدنى اجهاد الخضوع (٠,٥%) الاستطالة (الطول القياسى) حد أدنى ١٠ ق (ق) حد أدنى ١٠% ٥٢ كجم / مم ^٢ ٤٥ كجم / مم ^٢
- يراعى أن تتحمل أسياخ الشبكة عملية التثنى على البارد كما فى الجدول التالى (٢٠-١).	
الخواص الميكانيكية لأسياخ الشبكة	قطر السلك (مم) ق حتى ٧ مم قطر دليل التثنى ق زاوية التثنى ١٨٠
- يجب ألا تقل مقاومة القص للجام الأسياخ الطولية مع العرضية عن المساحة الأسمية للسلك الأكبر مضروباً فى ٢٤ بالنسبة للأسياخ الملساء ومضروباً فى ١٥ بالنسبة للأسياخ ذات النقوات . - لا تحدد مقاومة القص للجام الأسياخ إذا كان قطر السلك أقل من ٤ مم أو كانت مساحة مقطع السلك الأصغر أقل من ٤٠% من مساحة مقطع السلك الأكبر .	
حدود السماح	- يسمح بالتغيير فى المسافة بين محورى سيخين متجاورين لا يزيد عن ٧,٥% - يسمح بتفاوت فى أوزان شبك أسياخ الصلب فى حدود + ٦% - الانحراف فى أبعاد الشبك المسطح والملفوف كما بالجدول التالى :-
	الانحراف ٢٥ مم تحت أو فوق الأبعاد المحددة ٠,٥% تحت أو فوق الأبعاد ،،
حتى ٥ م أكثر من ٥ م	الأبعاد

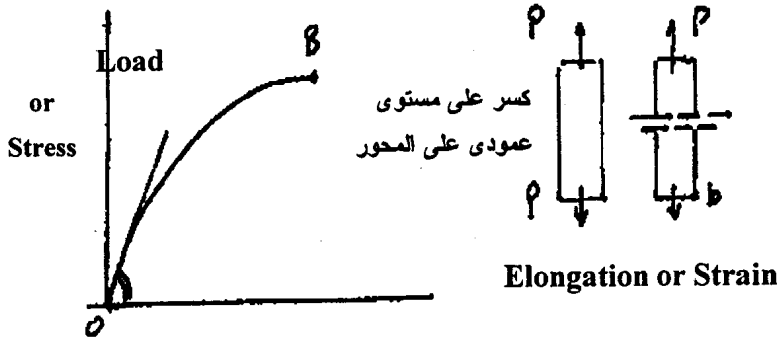
STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

٢-٢ سلوك المواد القصفة (حديد الزهر والخرسانة) تحت تأثير الحمل

الإستاتيكي المحوري :

Behaviour of Brittle Materials (Cast Iron and Concrete) Under Axial Static Load :

- إذا ما تعرض قضيب أو عينة من الحديد الزهر إلى حمل شد محوري يزداد تدريجياً (إستاتيكي) فإنه مع زيادة الحمل يحدث زيادة فى الطول (إستطالة) صغيرة وأن العلاقة بين منحنى الحمل والإستطالة (أو منحنى الإجهاد العادى مع الإنفعال العادى) يكون كما هو مبين بالشكل التالى (٢-٣٩) .



شكل (٢-٣٩)

- بالنظر إلى هذا المنحنى ونوعية هذه المواد يلاحظ أن هذه العلاقة هى علاقة غير خطية (Non-linear) وأنه لا يوجد تناسب (Proportionality) بين الحمل والإستطالة أو بين الإجهاد والإنفعال ، كما لا يوجد أيضاً منطقة خضوع وأن الإستطالة الكلية الحادثة حتى حدوث الإنهيار صغيرة جداً إذا ما قورنت بإستطالة الصلب الطرى ، هذا بالإضافة إلى عدم حدوث وملاحظة وجود رقبة بالعينة المختبرة حيث التغير فى المقطع صغير نسبياً ، وأن الكسر يحدث عند وصول الحمل إلى القيمة القصوى ويكون شكل الكسر على هيئة إنفصال على مستوى عمودى على إتجاه قوة الشد كما هو مبين بالشكل (٢-٣٩) وذلك يعنى أن سبب الكسر يعزى إلى الانفصال نتيجة لإجهادات الشد المتولدة على مستوى عمودى على إتجاه الحمل المؤثر وليس على مستويات مائلة وبذلك تعتبر هذه المواد ضعيفة فى تحمل إجهادات الشد عنها فى تحمل إجهادات القص وينتج عنها شكل كسر محبب وخشن الملمس .

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

٥-٢ أسباب وحالات نماذج الكسر للمعادن المعرضة لحمل شد محوري إستاتيكي :

Reasons and Modes of Failure for Metals Subjected to Axial Static Tensile Load :

• لتحديد شكل ونموذج الكسر والإنهيار لمعدن معرض إلى حمل شد محوري إستاتيكي فإنه لعنصر ما معرض إلى حمل شد محوري كما هو مبين بالشكل (٢-٤) يتم تحليل هذه القوى داخلياً وذلك لإيجاد أقصى قيم وإتجاهات لكل من الإجهادات العمودية وإجهادات القص حيث من التحليل الإنشائي تبين :

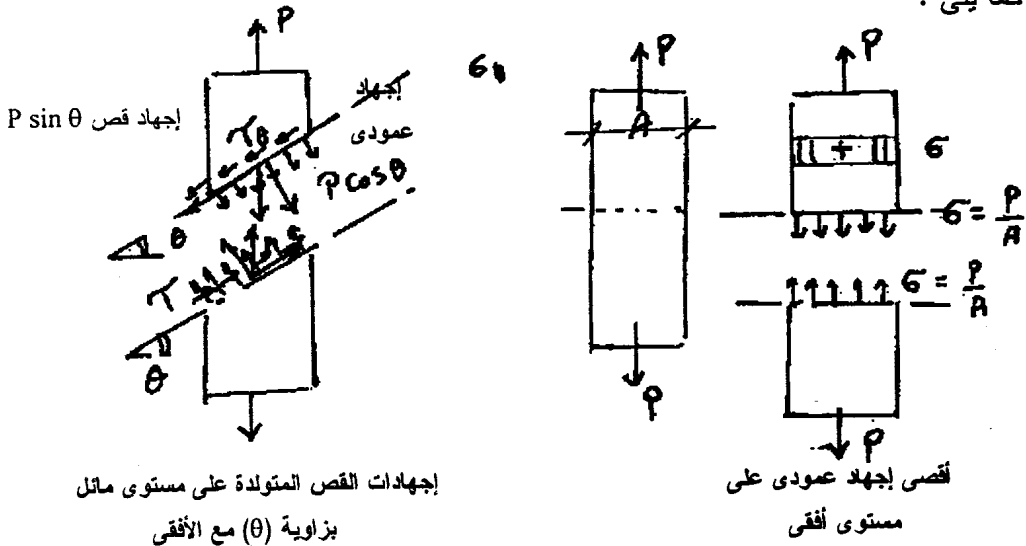
- توليد إجهادات عمودية بأقصى قيمة (Max Normal Stresses) تعمل على مستوى عمودي على إتجاه قوة الشد تساوى خارج قسمة الحمل على مساحة المقطع العمودية

$$\sigma_{\max} = + \frac{P_{\max}}{A} \text{ على الحمل}$$

- توليد إجهادات قص (Shear Stresses) تعمل على مستويات مائلة بزاوية (θ) مع

الأفقى مع أقصى قيمة تعادل $\tau_{\max} = \frac{P_{\max}}{2A}$ (تعادل ٢/١ قيمة أقصى إجهاد عمودي)

كما يلي :



شكل (٢-٤) القوى الداخلية المتولدة فى عنصر معرض إلى حمل شد محوري

$$\sigma = \frac{P}{A} \left(\text{Kg/cm}^2 \right) \dots \dots \dots \text{حيث}$$

(P) قيمة الحمل المؤثر عند أى لحظة (كجم) ،

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

(A) مساحة المقطع العمودى على المقطع (سم²)

$$\sigma_{\max} = \frac{P_{\max}}{A} \text{ (Kg/cm}^2\text{)} \text{ وبالتالى أقصى إجهاد عمودى}$$

حيث (P_{\max}) هلى أقصى حمل شد عند الكسر تتحمله المادة

، وبتحليل القوى الرأسية (P) على مستوى مائل بزاوية (θ) فإنه يتولد على هذا المستوى المائل قوة عمودية تساوى ($P \cos \theta$) مسببة إجهاد عمودى على المستوى المائل يساوى

$$\sigma_{\theta} = \frac{P \cos \theta}{A / \cos \theta} \text{ بالإضافة إلى قوة موازية للمقطع المائل (قوة قاصدة) قيمتها}$$

$$\tau_{\theta} = \frac{P \sin \theta}{A / \cos \theta} \text{ (P sin } \theta\text{) مسببة إجهادات قص موازية للمستوى المائل ذات قيمة}$$

وعليه فإن أقصى إجهاد قص عند الكسر (τ_{\max}) يكون عندما $\frac{d\tau_{\theta}}{d\theta} = 0$ أى عندما

$$\tau_{\max} = \frac{P_{\max}}{2A} \text{ kg/cm}^2 \text{ أى أن أقصى إجهاد قص يكون على}$$

مستوى مائل بزاوية 45° وبقيمة تعادل نصف قيمة أقصى إجهاد عمودى على المستوى

$$\text{الأفقى . } i.e \tau_{\max} = \frac{1}{2} \sigma_{\max}$$

• بعد هذا التحليل الإنشائى يمكن القول بأن الكسر يحدث إما على مستوى عمودى على الحمل المحورى وذلك نتيجة لأقصى شد وذلك فى حالة ما إذا كانت المادة ضعيفة فى الشد (نتيجة إنفصال الحبيبات) ، أو على مستويات مائلة بزاوية 45° نتيجة لأقصى إجهادات قص فى حالة ما إذا كانت المادة ضعيفة للقص (نتيجة للإنزلاق) الأمر الذى يتبين منه الآتى :-

• طالما أن المادة المختبرة هى حديد زهر أى مادة قصيفة فإن الكسر سوف يحدث على مستوى عمودى على إتجاه قوة الشد وعلى مسطح شكله وملمسه محبب وتحت قوة صغيرة أما إذا كانت المادة المختبرة صلب فإن الكسر سوف يحدث على مستوى مائل بزاوية 45° على سطح أملس ناعم نتيجة للإنزلاق وتحت قوة كبيرة نسبياً عن تلك التى يتحملها نفس مقطع مادة الزهر .

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

٦-٣ الخواص الميكانيكية للمواد القصفة (حديد الزهر) المعرضة لحمل شد محوري

إستاتيكي :

Mechanical Properties of Brittle Materials Subjected to Axial Static Load :

- من منحنى الحمل والإستطالة أو الإجهاد أو الإنفعال لهذه المواد المعرضة لحمل شد محوري إستاتيكي فإنه يمكن تعيين بعض الخواص الميكانيكية المتاحة ممثلة في الآتي :
- ١- المقاومة القصوى للشد (Ultimate Tensile Strength) : وهى عبارة عن أقصى

$$\sigma_u = \frac{P_{\max}}{A} \text{ kg/cm}^2$$

إجهاد تتحملة المادة عند حدوث الكسر وهو يساوى

حيث : (P_{\max}) هى أقصى حمل عند الكسر

(A) مساحة المقطع العمودى على حمل الشد

٢- الصلابة (Stiffness) : وهى عبارة عن قدرة المادة للتشكل ويمكن قياسها عن طريق

معايير المرونة للمادة فى مرحلة المرونة وحيث أن هذه المادة ليس لها حد مرونة ظاهر وواضح مثل المواد المطيلة وليس هناك تناسب للإجهاد مع الإنفعال عند بداية التحميل الأمر الذى يمكن التعبير عن خاصية الصلابة فى المراحل الأولى للتحميل عن طريق ما يسمى بمعايير المرونة الإبتدائى Initial Modulus of Elasticity وهو يساوى ميل المماس عند نقطة الأصل لمنحنى العلاقة بين الإجهاد والإنفعال بوحدات الإجهاد أى يساوى $E_i = \tan \theta$ كما هو موضح بالشكل (٢-٣٩) .

٧-٣ أمثلة محلولة على إختبار الشد الإستاتيكي :

Solved Examples on Static Tension :

مثال (١) :

أجرى إختبار الشد الإستاتيكي على قضيب من الصلب قطره ١٢,٢ مم وطول قياسه ١٢ سم وكانت قراءات الإستطالة المناظرة لكل حمل حتى الكسر كما يلى :

الحمل (الطن)	صفر	١,٦	٢,٥	٣,٦	٣,٣	٤	٤,٧	٥,٣	٥,٥	٥	٤
الإستطالة (مم)	صفر	٠,٠٦	٠,١٠	٠,١٦	٠,٩	٨	٨,٨	١٦	٢٤	٣٠	٣٤

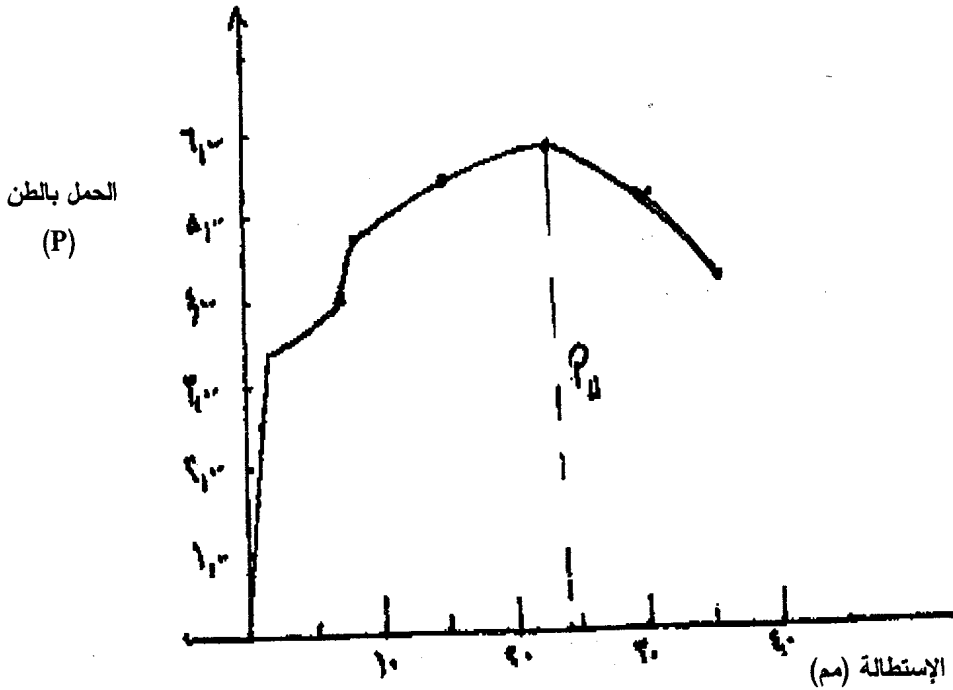
STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

المطلوب : رسم منحنى العلاقة بين الحمل والإستطالة يحدد منه الخواص التالية :

المقاومة القصوى للشد - إجهاد الخضوع - الممتطولية - معايير المرونة - معايير الرجوعية ومعايير المتانة إذا كان قطر العينة عند الكسر يعادل ٧,٠٠ مم .

الحل :

- بإستخدام مقياس رسم معين لكل من المحور الرأسى الذى يمثل قيمة الحمل بالطن والمحور الأفقى الذى يمثل قيمة الإستطالة يمكن رسم المنحنى البيانى الذى يمثل العلاقة بين الحمل والإستطالة كما هو مبين بالشكل .



شكل (٤١-١) المنحنى البيانى لعلاقة الحمل مع الإستطالة

- من هذا المنحنى ومن فحص القراءات المحصورة بين كل من الحمل والإستطالة يمكن تحديد القيم التالية :

- قيمة حمل الخضوع (P_y) وهى القيمة التى يكون عندها هناك زيادة كبيرة فى الإستطالة مع عدم زيادة تذكر للحمل وهى المناظرة للقيمة ٣,٣٠ طن وعليه فإن قيمة إجهاد الخضوع تساوى حمل الخضوع على مساحة المقطع الأصلية .

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

$$\therefore \text{مساحة المقطع الأصلية} = \frac{(1,2) \times 3,14}{4} = 1,13 \text{ سم}^2$$

$$\therefore \text{إجهاد الخضوع} = \frac{3,30}{1,13} = 2,92 \text{ طن/سم}^2$$

- قيمة أقصى حمل (P_u) وهو أكبر قراءة في الحمل تعادل ٥,٥ طن

$$\therefore \text{المقاومة القصوى للشد} = \frac{\text{أقصى حمل}}{\text{مساحة المقطع الأصلية}}$$

$$= \frac{5,5}{1,13} = 4,86 \text{ طن/سم}^2$$

- الممتدولية ويمكن التعبير عنها بالقيم التالية :

$$* \text{النسبة المئوية للإستطالة} \% = \frac{\text{الطول النهائي} - \text{الطول الأصلي}}{\text{الطول الأصلي}} \times 100$$

$$100 \times \frac{\text{مقدار الإستطالة عند الكسر}}{\text{الطول الأصلي}}$$

وحيث أن حمل الكسر (٤,٠٠) طن وهو آخر قراءة وأقصى إستطالة مناظراً له تعادل

٣٤ مم للطول الأصلي وهو ١٢٠ مم .

$$* \text{النسبة المئوية للإستطالة} \% = \frac{34}{120} \times 100 = 28,33 \%$$

$$* \text{النسبة المئوية للنقص في مساحة المقطع} = \frac{\text{مساحة المقطع الأصلية} - \text{مساحة المقطع النهائية}}{\text{مساحة المقطع الأصلية}} \times 100$$

$$\therefore \text{مساحة المقطع النهائية} = \frac{(0,7) \times 3,14}{4} = 0,55 \text{ سم}^2$$

$$\therefore \text{النسبة المئوية للنقص في مساحة المقطع} = \frac{1,13 - 0,55}{1,13} \times 100 = 51,33 \%$$

$$* \text{عامل الإستطالة} \% = \frac{\text{مساحة المقطع الأصلية} - \text{مساحة المقطع النهائية}}{\text{مساحة المقطع النهائية}} \times 100$$

$$= \frac{1,13 - 0,55}{0,55} \times 100 = 105,45 \%$$

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

- قيمة معايير المرونة وهو يساوى خارج قسمة الإجهاد على الإنفعال فى منطقة المرونة حتى حد التناسب (منطقة العلاقة الخطية بين الحمل والإستطالة) .

$$i.e E = \frac{\sigma}{\epsilon} t/cm^2$$

$$= \frac{P \cdot \ell}{A \cdot \Delta \ell} = \frac{2.5}{1.13} \times \frac{120}{0.1} = 2654 t/cm^2$$

- قيمة معايير الرجوعية وهو يساوى مقدار الرجوعية على الحجم أو يساوى مساحة المثلث حتى حد التناسب (نهاية منطقة المرونة) .

$$\therefore \text{معايير الرجوعية} = \frac{1}{2} \times \frac{3.6}{1.1} \times \frac{0.16}{120} = 0.00218 \text{ طن/سم}^2$$

- قيمة معايير المتانة وهو يساوى قيمة المتانة مقسوماً على حجم العينة وقيمة المتانة تساوى المساحة تحت منحنى الحمل والإستطالة وهى تساوى تقريباً

$$\frac{(\text{أقصى حمل} + \text{حمل الخضوع})}{2} \times \text{أقصى إستطالة بوحدات طن.سم}$$

وعليه بمعايير المتانة = $\frac{\text{قيمة إجهاد الخضوع} + \text{قيمة أقصى إجهاد شد}}{2} \times \text{أقصى إنفعال عند الكسر}$

$$= \frac{4.86 + 2.92}{2} \times \frac{34}{120} = 1.10 \text{ طن/سم}^2$$

مثال (٢) :

أجرى إختبار الشد على عينة من الصلب السبائكى العالى المقاومة ذات قطر ٥.٥، بوصة وطول قياس بوصتين وكانت نتائج إختبار الشد كالاتى :

الحمولة بالبرطل	صفر	١٠٠٠	٣٢٠٠	٥٢٠٠	٧٢٠٠	٨٠٠٠	٨٣٠٠	٨٣٠٠	٨٧٠٠	الكسر
الإزاحة بالبوصة	صفر	٠.٠٠١	٠.٠٠٣	٠.٠٠٥	٠.٠٠٧	٠.٠٠٩	٠.٠١	٠.٠١٢	٠.٠١٨	-

المطلوب : ارسم منحنى الإجهاد والإنفعال لهذه العينة ثم عين القيم التالية :

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

إجهاد حد التناوب - ٠,٢ % إجهاد ضمان - معايير المرونة - معايير الرجوعية - النسبة المئوية للإستطالة - معايير المتانة .

الحل :

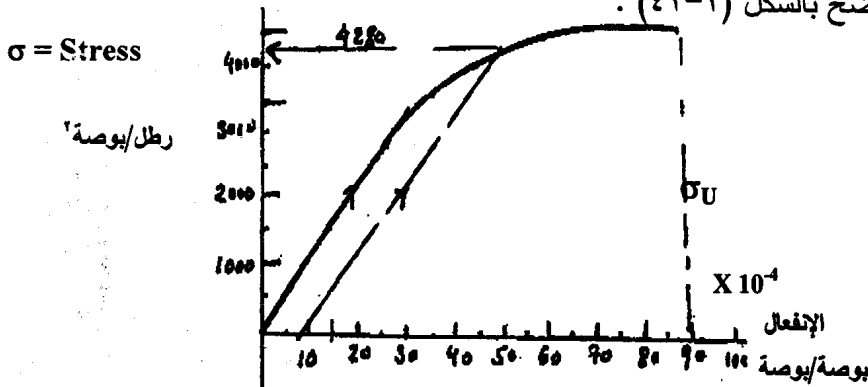
• مساحة مقطع العينة الأصلية = $\frac{(\pi \times 0.005^2) \times 3.14}{4} = 0.2$ بوصة مربعة

وبناء عليه يمكن حساب قيم الإجهاد وقيم الإنفعال المناظرة لكل حمل كالآتي :

الإجهاد = $\frac{\text{قوة الشد}}{\text{مساحة المقطع الأصلي}}$	الإنفعال = $\frac{\text{الاستطالة}}{\text{الطول الأصلي}}$
صفر	صفر
٥٠٠	٠,٠٠٠٥
١٦٠٠	٠,٠٠١٥
٢٦٠٠	٠,٠٠٢٥
٣٦٠٠	٠,٠٠٣٥
٤٠٠٠	٠,٠٠٤٥
٤١٥٠	٠,٠٠٥٠
٤٣٠٠	٠,٠٠٦٠
٤٣٥٠	٠,٠٠٩٠

• من هذه القيم يمكن رسم العلاقة بين الإجهاد والإنفعال المناظر له للعينة المختبرة كما

هو موضح بالشكل (٢-٤٢) .



شكل (٢-٤٢) منحنى العلاقة بين الإجهاد والإنفعال للعينة في مثال رقم (٢)

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

• من منحنى العلاقة والرسم يمكن تحديد الأتى :

قيمة إجهاد حد التناسب = ٣٤٠٠ رطل/بوصة^٢

٠,٢% إجهاد الضمان = ٤٢٨٠ رطل/بوصة^٢

قيمة الإجهاد الأقصى = ٤٣٦٠ رطل/بوصة^٢

∴ قيمة معايير المرونة = E = $\frac{\text{قيمة الإجهاد}}{\text{الإنفعال}}$ فى المرحلة المرنة

$$10 \text{ رطل/بوصة}^2 = \frac{2000}{0.0025} =$$

∴ معايير الرجوعية المرن = ١/٢ إجهاد حد التناسب × الإنفعال المناظر

$$= 1/2 \times 3400 \times 0.0034 = 5.78 \text{ رطل/بوصة}^2$$

∴ معايير المتانة = المساحة تحت منحنى الإجهاد والإنفعال

$$= 2/3 \times \text{المقاومة القصوى} \times \text{الإنفعال الأقصى}$$

$$= 2/3 \times 4360 \times 0.009 = 26.16 \text{ رطل/بوصة}^2$$

مثال (٣) :

أجرى إختبار الشد على عينة طويلة من الصلب قطرها ١٦ مم وفيما يلى بيان بقيم الحمل والإستطالة المناظرة له

الحمل بالطن	صفر	٢	٢,٩٠	٦,١٢	٥,٤٤	٥,٥٦	٦,٦٥	٧,٦٥	٨,٥٧	٦,٦٣
الإستطالة (مم)	صفر	٠,٠٧٨	٠,١٤	٠,٢٠٣	١,١٨	٢,٤١	٥,٠٥	٧,٠٣	٢٨,٥	٤٨,٢٥

المطلوب : رسم المنحنى البيانى بين الحمل والإستطالة بمقياس مناسب ثم إحسب وقدر

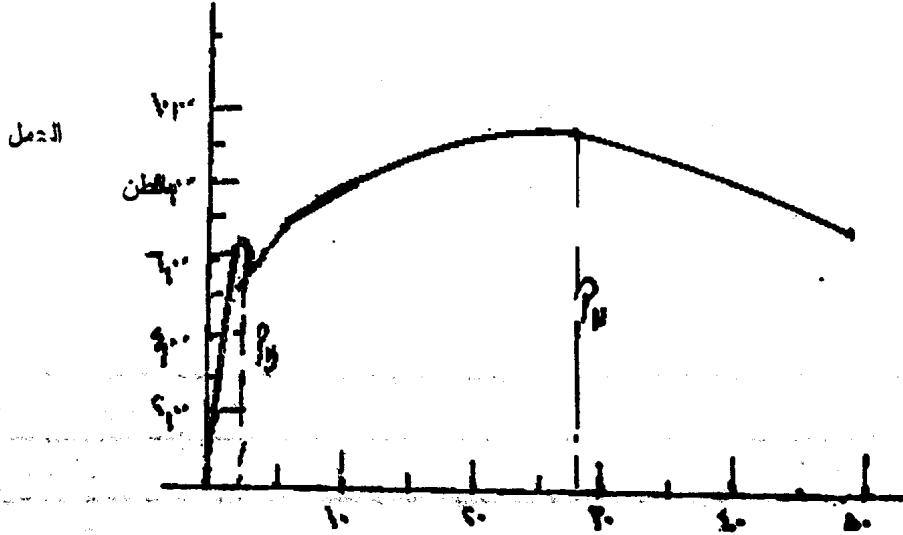
قيمة كل من القيم التالية :

إجهاد الخضوع - مقاومة الشد - معايير المتانة - معايير المرونة - النسبة المئوية للإستطالة .

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

الحل :

يتم رسم منحنى الحمل والإستطالة بمقياس رسم معين كما هو مبين بالشكل (٢-٤٣) :



شكل (٢-٤٣) منحنى الحمل والإستطالة للعينة فى المثال رقم (٣)

- ∴ العينة طويلة فإن طولها يعادل ١٠ مرات قطرها أى

$$١٦٠ = ١٦ \times ١٠$$

$$- \text{مساحة مقطع العينة الأصلية} = \frac{(١,٦) \times ٣,١٤}{٤} = ٢,٠١ \text{ سم}^٢$$

- بالنظر إلى المنحنى والجدول فإن

$$\bullet \text{ قيمة حمل الخضوع} = ٥,٤٤ \text{ طن}$$

$$\bullet \text{ قيمة الحمل الأقصى للشد} = ٨,٥٧ \text{ طن}$$

$$\bullet \text{ قيمة أقصى إستطالة} = ٤٨,٢٥ \text{ مم}$$

$$\therefore \text{قيمة إجهاد الخضوع} = \frac{٥,٤٤}{٢,٠١} = ٢,٧١ \text{ طن/سم}^٢$$

$$\bullet \text{ قيمة أقصى مقاومة للشد} = \frac{٨,٥٧}{٢,٠١} = ٤,٢٦ \text{ طن/سم}^٢$$

$$\bullet \text{ النسبة المئوية للإستطالة} = \frac{٤٨,٢٥}{١٦٠} \times ١٠٠ = ٣٠,١٦ \%$$

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

معايير المتانة = $\frac{\text{المساحة تحت المنحنى}}{\text{حجم العينة}} = \frac{\text{إجهاد الخضوع} + \text{أقصى مقاومة للشد}}{2} \times \text{أقصى إنفعال}$

$$1,05 \text{ طن/سم}^2 = \frac{48,25}{160} \times \frac{4,26 + 2,71}{2}$$

مثال (٤) :

أجرى اختبار الشد على قطعة من الصلب على المقاومة قطاعها ٥ سم^٢ وطول قياسها ٢٥ سم ، تم تسجيل قيم الحمل المؤثر والإستطالة المقابلة لها أثناء الاختبار وكانت كما يلي :

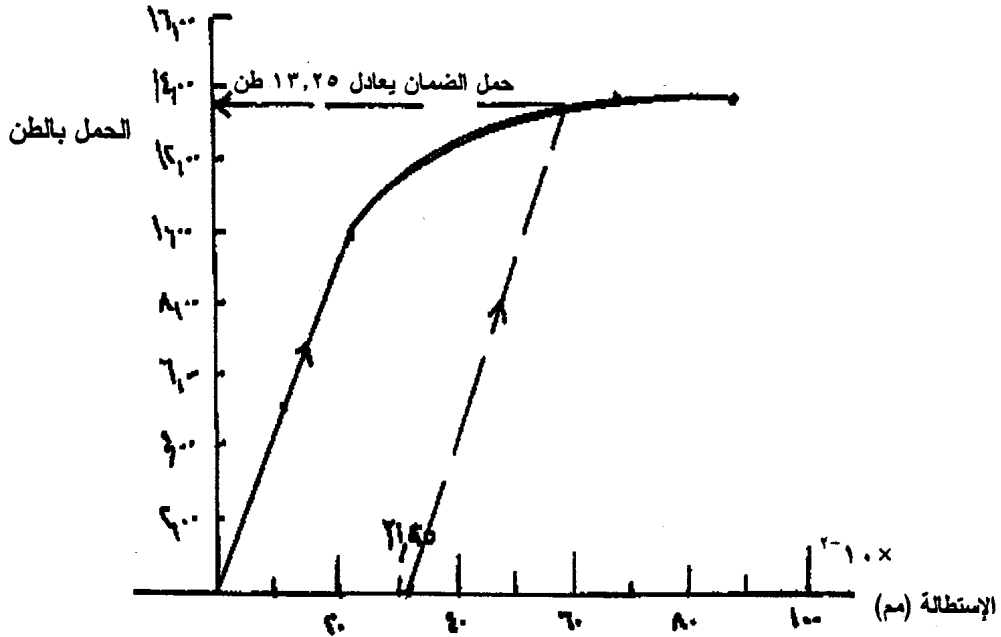
الحمل بالطن	٢,٥٠	٥,٠٠	٧,٥٠	١٠,٠٠	١١,٢٥	١٢,٥٠	١٣,٥٠	١٣,٧٥٠
الإستطالة (مم)	٠,٠٦٢٥	٠,١٢٥	٠,١٨٧٥	٠,٢٥	٠,٣١٢٥	٠,٤٣٧٥	٠,٦٨٧٥	٠,٨٧٥

المطلوب : رسم المنحنى البياني بين الحمل والإستطالة ثم حساب مايلي :

- ٠,١٢٥ % إجهاد ضمان
- معايير الرجوعية
- معايير المرونة
- معايير المتانة

الحل :

يتم رسم منحنى العلاقة بين الحمل والإستطالة كما هو مبين بالشكل (٢-٤٤) :



شكل (٢-٤٤)

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL TENSION LOADS

$$\bullet 0.125\% \times \text{طول القياس} = \frac{0.125}{100} \times 250 = 0.3125 \text{ مم}$$

∴ من المنحنى يتم تقدير قيمة حمل الضمان وهو يعادل ١٣,٢٥ طن

$$\bullet \therefore \text{قيمة إجهاد الضمان المطلوب} = \frac{13.25}{500} = 2.65 \text{ طن/سم}^2$$

• من المنحنى - حمل حد التناسب = ١٠,٠٠ طن

$$\therefore \text{معايير الرجوعية} = \frac{1/2 \text{ حمل حد التناسب} \times \text{الإستطالة المناظرة}}{\text{حجم العينة}}$$

$$= \frac{0.25 \times 10.00 \times 1/2}{25 \times 5} = 0.1 \text{ طن/سم}^2$$

$$\text{، معايير المرونة} = \frac{\text{الإجهاد}}{\text{الإنفعال}} \text{ (في مرحلة المرونة)} = \frac{P}{A} \frac{\ell}{\Delta \ell}$$

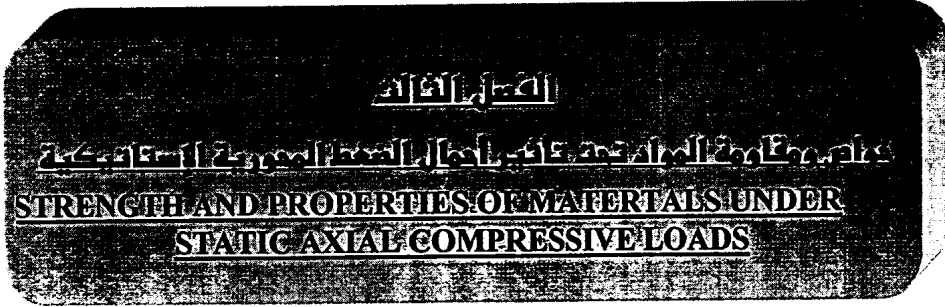
$$= \frac{25 \times 2.50}{0.00625 \times 5} = 2000 \text{ طن/سم}^2$$

$$\text{، معايير المتانة} = \frac{\text{المساحة تحت المنحنى}}{\text{الحجم}}$$

$$= \frac{0.00625 + 0.00875}{2} \times \frac{3.75 \times 0.00625 \times 2/3 + 10 \times 0.00625 \times 1/3}{25 \times 5}$$

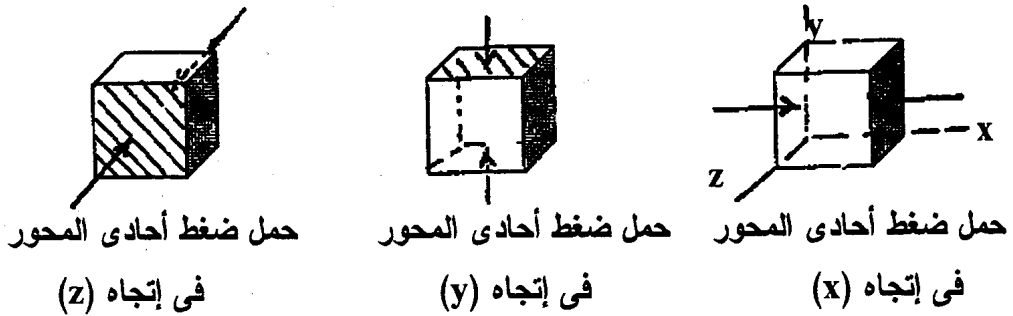
$$= \frac{0.010625 + 0.008750}{125} = 0.0002875 \text{ طن/سم}^2$$

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL COMPRESSIVE LOADS



١-٣ مقدمة:

• يختص هذا الفصل بدراسة سلوك وخواص ومقاومة المواد المختلفة وذلك عند تعريضها إلى حمل ضغط محوري يؤثر عمودياً في مركز المقطع وعمودياً علياً في إتجاه واحد حيث ينطبق تأثير الحمل الخارجى المؤثر مع المحور الطولى للعينة أو للمادة المعرض لحمل الضغط وبشرط أن يزداد الحمل تدريجياً ويبطئ من الصفر ويزداد بمعدل ثابت حتى حدوث الإنهيار أو الكسر للمادة المختبرة المعرضة إلى هذا الحمل كما هو مبين بالشكل وهو حالة عكسية لإختبار الشد السابق فى الفصل الثانى الشكل (١-٣) .



شكل (١-٣)

• يجرى إختبار الضغط المحورى على المواد المعدنية والغير معدنية بغرض بيان خواصها الميكانيكية فى الضغط بالرغم من أنه نادراً ما تتص عليه المواصفات القياسية بقبول المواد المعدنية نظراً لأن إختبار الشد على هذه المواد المعدنية كافى ويعطى المعلومات الهامة اللازمة والضرورية عن هذه المواد بسهولة أكثر وإذا أجرى إختبار الضغط على هذه المواد فإنه يمكن تعيين إجهاد الخضوع والرجوعية المرنة وكذلك معايير المرونة .

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL COMPRESSIVE LOADS

- هذا وتجدر الإشارة إلى أن إختبار الضغط عادة ما يعتبر إختبار أساسى لقبول المواد القصيفة والغير معدنية مثل الحديد الزهر والخرسانة والطوب والأخشاب حيث يتم تعيين وتقدير المقاومة القصوى للضغط فقط فى هذا الإختبار .

٣-٢ الحدود المقيدة لإجراء إختبار الضغط :

RESTRICTED LIMITATION OF COMPRESSION TEST :

- توجد عوامل عدة تجعل إختبار الضغط غير صالح للإعتماد عليه لإعطاء نتائج دقيقة وهذه العوامل تحد وتقيّد من إستخدامه كإختبار قبول للمواد أو كإختبار معملى يعتمد على نتائجه فى بيان خواص المواد المختلفة بكفاية وبدرجة عالية من الثقة ومن هذه العوامل ما يلى :
- صعوبة التأثير بحمل الضغط بجعله يؤثر تأثيراً محورياً حقيقياً عمودى على المقطع وفى إتجاه المحور الطولى للعينة المختبرة .
- حالة عدم الإتران والإستقرار الجانبي (Unstability) النسبية المصاحبة للتحميل بالضغط.
- قوى الإحتكاك المتولدة (Friction Forces) بين رأسى ماكينة الإختبار وبين نهايتى العينة المختبرة وهذه القوى غالباً ما تقيد نهايات العينة وتمنعها من حرية التشكل العرضى وهذا بدوره يغير حالة الإجهاد المعرض له العينة على كامل إرتفاعها ، الأمر الذى يجعل هذا الإحتكاك يؤثر تأثيراً ملحوظاً على نتائج الإختبار بالمقارنة بمثلتها لو أجرى إختبار الضغط بدون تواجد قوى الإحتكاك هذه .
- إستخدام عينات لإختبار الضغط ذات مقطع كبير نسبياً ، وذلك لتفادى حالة عدم الإستقرار والإتران المصاحبة لمثل هذا النوع من الإختبارات بغرض الحصول على درجة مناسبة من الإتران للعينة أثناء التحميل وهذا بدوره يتطلب ماكينات إختبار ذات ساعات كبيرة وعالية نسبياً أو إستخدام عينات صغيرة بدرجة تجعل من الصعوبة الحصول على الدقة العالية والمناسبة لنتائج الإختبار المتحصل عليها .

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL COMPRESSIVE LOADS

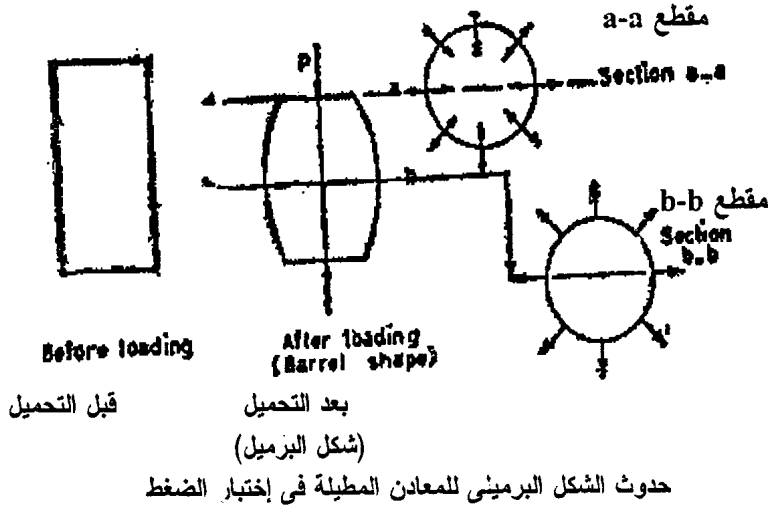
٣-٣ مبحث العلاقة بين الحمل والتشكل (الإجهاد والإفعال العادي) للمواد تحت

تأثير حمل الضغط المحوري الإستاتيكي (السلوك الإستاتيكي للمواد تحت حمل

الضغط المحوري):

LOAD-DEFORMATION (ORDINARY STRESS-STRAIN)DIAGRAM FOR MATERIALS UNDER STATIC AXIAL LOAD (STATIC BEHAVIOUR OF MATERIALS UNDER STATIC COMPRESSION):

- إذا تعرضت عينة إسطوانية الشكل وذات إرتفاع قصير نسبياً إلى حمل ضغط محوري يزداد تدريجياً وببطء (حمل إستاتيكي) فإن هذه العينة تتضغط وينقص إرتفاعها ويتسبب عن ذلك أن تأخذ العينة الشكل البرميلي نتيجة للزيادة في العرض المصاحبة للنقص في الطول ، وهذا التشكل البرميلي ناجم عن عدم إنتظام الزيادة في العرض أو المقطع العمودي على إتجاه قوة الضغط على كامل الإرتفاع والتي هي بسبب تأثير قوى الإحتكاك المتولدة بين كل رأس ماكينة الإختبار وسطح العينة المختبرة كما هو مبين بالشكل التالي (٢-٣) :



شكل (٢-٣)

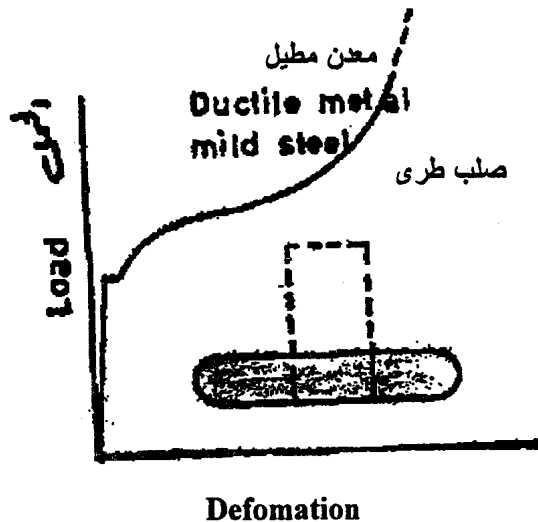
- هذا وحيث أن الحمل محوري فإن الإجهاد المتولد العمودي على المقطع الحادث من التحميل في حدود المرونة يكون منتظماً في توزيعه على مقطع العينة ويساوي قيمة حمل الضغط المؤثر (P) مقسوماً على المساحة الأصلية للمقطع المستعرض (A_0) أي

$$\sigma = \frac{P}{A_0}$$

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL COMPRESSIVE LOADS

* بالنسبة للمواد أو المعادن المطيلة (Ductile Materials) مثل الصلب الطرى :

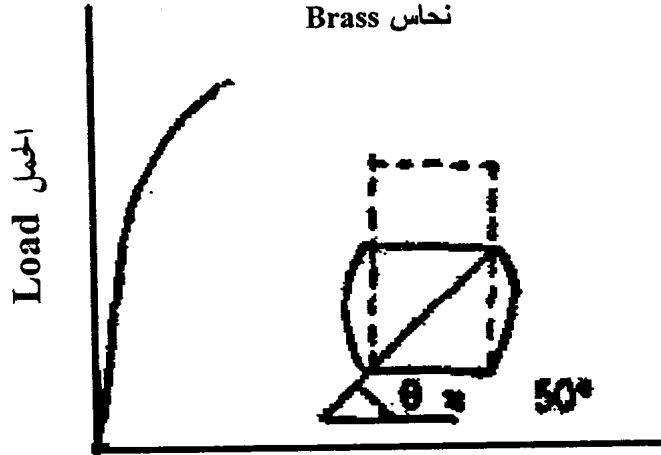
- فإنه بإستمرار التحميل بالضغط سوف يزداد إنضغاطها ونقصها فى الإرتفاع ثم تنفلطح (Flatten) وتستمر فى التفلطح بدون أن يحدث لها كسر مها إزداد التحميل ويبين الشكل (٣-٢) المنحنى البيانى لعلاقة الحمل والإنضغاط (التشكل) أو الإجهاد العادى والإنفعال العادى لمثل هذا النوع من المواد حيث توجد هناك علاقة خطية حتى حد معين يلى ذلك حدوث وتواجد منطقة خضوع ثم يزداد الحمل بمعدل أكبر من معدل الزيادة فى التشكل بدون كسر فى النهاية .
- هذا وتجدر الإشارة إلى أن الصلب الطرى سلوكه المرن فى الشد مشابه لسلوكه المرن فى الضغط أى أنه فى مرحلة المرونة يخضع الصلب لقانون هوك ويلاحظ تساوى قيمة حد التناسب فى الضغط والشد وأيضاً تطابق قيمة إجهاد الخضوع فى الشد والضغط للصلب الطرى وكلما زاد الحمل على العينة يلاحظ زيادة مساحة المقطع المستعرض ولا يحدث إنهيار بالكسر للصلب الطرى أى للمواد المطيلة ، هذا ويتحدد معايير المرونة فى إختبار الضغط بحساب ميل الخط المستقيم لمنحنى الإجهاد والإنفعال العادى فى منطقة المرونة كما فى إختبار الشد . هذا ويمكن الحصول على بعض الخواص الهامة للصلب من إختبار الضغط مثل حد التناسب وإجهاد الخضوع ومعايير المرونة .



التشكل شكل (٣-٢)

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL COMPRESSIVE LOADS

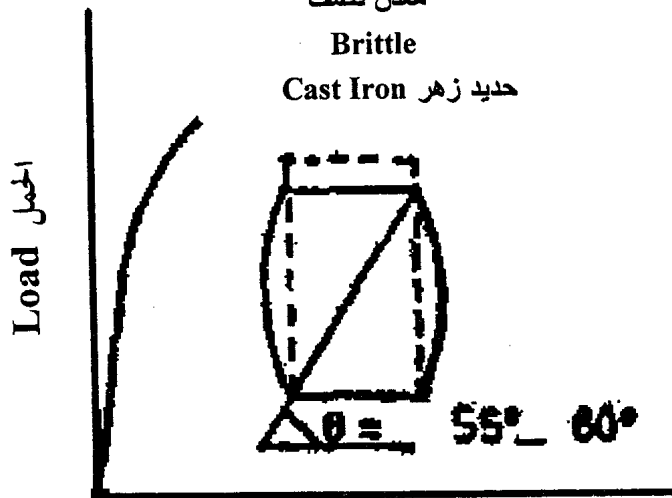
معادن نصف مطيل
Semi Ductile Metal
نحاس Brass



Contraction
التقلص

شكل (٣-٤)

معادن قصيف
Brittle
حديد زهر Cast Iron



Deformation
التشكيل

شكل (٣-٥)

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL COMPRESSIVE LOADS

* بالنسبة للمواد النصف مطبلة (مثل النحاس الأصفر والصلب العالى المقاومة) :

فإن العينة تتضغط مع زيادة حمل الضغط المؤثر عليها وتأخذ الشكل البرميلى ثم سرعان ما يحدث لها كسر على مستوى مائل يعمل غالباً بزاوية ٥٠° مع المستوى الأفقى ويكون منحنى العلاقة بين الحمل والتشكيل (الإنضغاط) كما هو مبين بالشكل (٣-٤) حيث يلاحظ عدم تواجد أو تواجد منطقة خضوع تبعاً لظروف معدن العينة المختبرة من وجهة نظر ظروفها التشغيلية أو معاملتها الحرارية ، كما يلاحظ وجود قيمة لأقصى حمل وبالتالي أقصى مقاومة للضغط وهى عند حدوث الكسر ، هذا ويمكن تعيين معايير المرونة ومعايير الرجوعية ومتانة المادة بنفس الطريقة السابق شرحها .

* أما بالنسبة للمواد القصيفة مثل حديد الزهر :

فإنه مع زيادة الحمل يزداد مقدار الإنضغاط أو التشكيل الطولى بالإضافة إلى التشكيل العرضى الذى يجعل العينة تأخذ الشكل البرميلى مع مراعاة أن مقدار التشكيل لا يتناسب مع مقدار الحمل المؤثر وعليه فإن العلاقة بين الحمل والإنضغاط أو بين الإجهاد العادى والإنفعال العادى ليست علاقة خطية لأنها مادة غير مرنة وأنه سرعان ما يحدث للعينة كسر وذلك على مستوى مائل عن المحور الأفقى المعرض للإجهاد العمودى وذلك بسبب تولد إجهادات القص على المستوى المائل بزاوية أكبر من ٥٥° مع المستوى الأفقى وأنه لا يوجد خضوع لهذه المادة مع وجود قيمة قصوى لحمل الضغط عند حدوث الإنهيار وكما هو مبين بالشكل (٣-٥) . هذا وجدير بالذكر بأنه يلاحظ إنهيار حديد الزهر بالكسر عند زيادة حمل الضغط إلى قيمة أكبر من قدرة تحمله للشد حيث أن المواد القصيفة من خواصها أن مقاومتها ضعيفة فى الشد يلى مقاومتها للقوى القاصة ثم بعد ذلك مقاومتها للضغط وهذا سر كسرها على مستوى مائل بزاوية أكبر من ٤٥° على المستوى الأفقى وهو المستوى المعرض لأكبر إجهاد قص كما سوف يرد فيما بعد ، هذا بالإضافة إلى أن ممطولية الحديد الزهر العادى فى إختبار الشد صغيرة جداً وذلك فإن مقاومته للضغط تعتبر ذات أهمية كبرى .

هذا ويمكن تقدير قيمة بعض الخواص الميكانيكية للضغط للمواد القصيفة وذلك عن طريق تقدير قيمة صلابة المعدن وذلك عند مراحل التحميل المختلفة وكذلك متانته وذلك كالآتى :

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL COMPRESSIVE LOADS

- يمكن التعبير عن صلابة المواد القصيفة عن طريق الآتى : (٦-٣)

• معيار المرونة الابتدائى : Initial Modulus of Elasticity

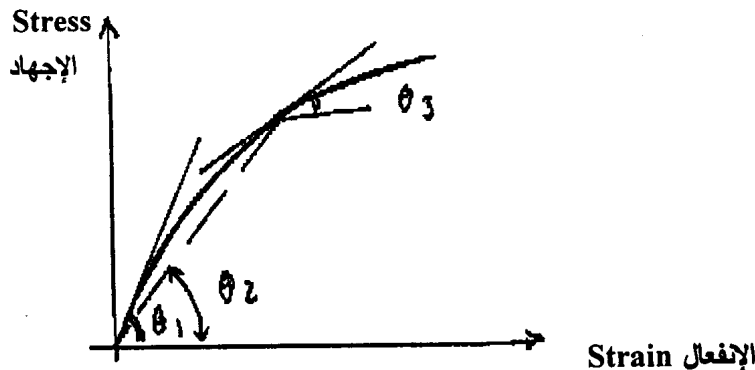
وهو يقيس ويعبر عن صلابة هذه المواد فى مراحل التحميل الأولى وعند نقطة الأصل وهو يساوى ميل المماس لمنحنى العلاقة بين الإجهاد والإنفعال عند نقطة الأصل $E_{initial} = \tan(\theta_1)$ i.e بوحدات الإجهاد (كجم/سم^٢) وهو قيمة ثابتة تتوقف على نوع المعدن ومكوناته وتاريخه السابق .

• معيار المرونة القاطع : Secant Modulus of Elasticity

وهو يقيس ويعبر عن صلابة هذه المواد عند مراحل التحميل المختلفة بعد بداية التحميل وحتى الكسر وهو قيمة متغيرة تتوقف على قيمة الحمل أو الإجهاد المعرض له المادة وهو يساوى ميل الخط المستقيم الواصل من النقطة على المنحنى التى يراد تعيين معيار القاطع عندها ونقطة الأصل $E_{secant} = \tan(\theta_2)$ i.e بوحدات الإجهاد (كجم/سم^٢) وهو قيمة أقل من قيمة معيار المرونة الابتدائى لنفس المادة .

• معيار المرونة المماسى : Tangent Modulus of Elasticity

وهو يقيس أيضاً ويعبر عن صلابة المواد القصيفة عند مراحل التحميل المختلفة مثله مثل معيار القاطع وذلك حتى الكسر وهو قيمة متغيرة تتوقف أيضاً على قيمة الحمل أو الإجهاد المعرض له المادة والمراد تعيين صلابة المادة له وهو يساوى ميل المماس لمنحنى العلاقة بين الإجهاد والإنفعال للمادة المختبرة $E_{tangent} = \tan(\theta_3)$ i.e وهو قيمة أقل من معيار المرونة القاطع ومعيار المرونة المماسى ويبين الشكل التالى كيفية تقدير هذه المعايير الثلاث السابقة من علاقة منحنى الإجهاد والإنفعال للمواد القصيفة.



شكل (٦-٣) كيفية التعبير وقياس معايير المرونة وصلابة المواد القصيفة فى الضغط

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL COMPRESSIVE LOADS

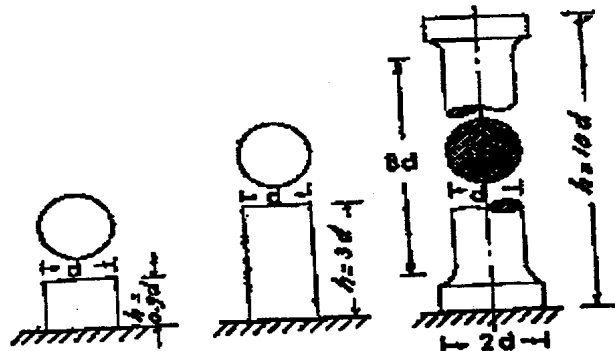
٣-٤ عينات اختبار الضغط المحوري الإستاتيكي للمواد المختلفة :

AXIAL STATIC COMPRESSION TEST SPECIMENS FOR DIFFERENT MATERIALS :

- إن شكل وأبعاد عينات الضغط فى المواد المختلفة يتوقف على طبيعة ونوع المادة هل هى مواد مطيلة أو نصف مطيلة أو قصيرة وحتى فى نوع المادة الواحدة فقد تختلف فى أبعاد هذه العينات بالإضافة إلى طبيعة ونوعية الخصائص الميكانيكية المراد قياسها وأجهزة وماكينات الاختبار المستخدمة .
- فى المعادن والمواد المتجانسة تفضل أن تكون عينة الاختبار إسطوانية الشكل لأنها تعطى إجهادات منتظمة أما فى المواد الغير متجانسة فيمكن أن تكون العينة مربعة أو مستطيلة المقطع أو إسطوانية .
- وهنا سوف نركز على اختبار المعادن فقط فإن العينة يفضل كما قلنا أن تكون إسطوانية الشكل وأن النسبة بين طول العينة وقطرها يرتبط ببعض العوامل ذات الصلة بقيمة المقاومة المتحصل عليها حيث كلما زاد طول العينة كلما كان هناك احتمال لإنحناء العينة حول المحور الرأسى أى إنبعاجها وبالتالي عدم إنتظام توزيع الإجهادات على المستوى الأفقى العمودى على إتجاه حمل الضغط المحورى .

* العينات القياسية (Standard Specimens) لاختبار الضغط للمعادن :

- والعينات القياسية لاختبار الضغط للمعادن ثلاثة أنواع (أنظر الشكل ٣-٧) .
- عينة طويلة (طول العينة يعادل من ٨-١٠ مرات قطر المقطع) .



Short Specimen Medium-Length Specimen Long Specimen

عينة اختبار طويلة عينة اختبار متوسطة الطول عينة اختبار قصيرة

مواد معدنية Metallic Materials

شكل (٣-٧) أشكال عينات الاختبار القياسية للضغط المحورى للمعادن

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL COMPRESSIVE LOADS

- وهي تستخدم عند إجراء إختبار الضغط بغرض رسم المنحنى البياني لعلاقة الحمل والتشكل ، حتى يمكن تركيب أجهزة قياس التغير في الطول على العينة ، بجانب تعيين حد التناقص وإجهاد الخضوع للضغط في بعض المعادن وكذلك لتعيين معايير المرونة .
- عينة متوسطة الطول (طول العينة يعادل ثلاثة مرات قطر المقطع)
 - فهي غالباً ما تستخدم عند تعيين مقاومة الضغط للمعادن (المقاومة القصوى للضغط).
 - عينة قصيرة (طول العينة يعادل ٠,٩ قطر المقطع)
 - فهي غالباً ما تستخدم لإختبار المعادن التي سوف تعرض إلى إرتكاز (Bearing) حتى يكون تأثير الإحتكاك الموجود عند نهايتي العينة مشابهاً لحالة تشغيل المعدن في الطبيعة .

٣-٥ الإحتياطات والإشتراطات الواجب مراعاتها عند إجراء إختبار الضغط :

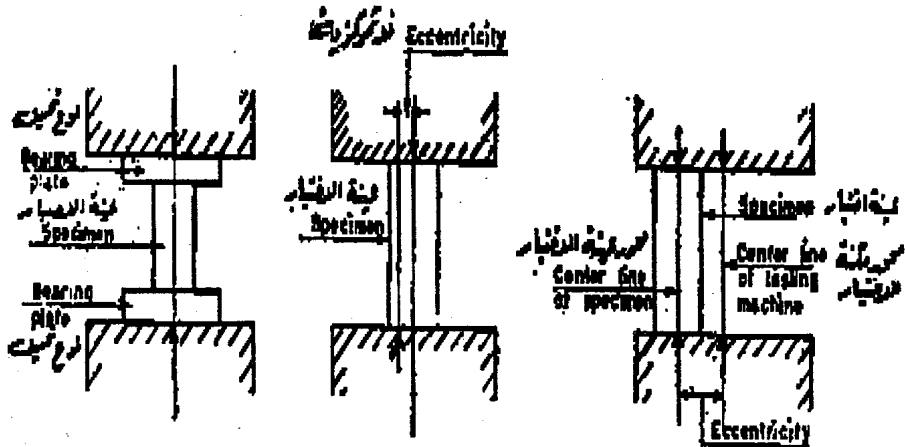
PRECAUTIONS TO BE TAKEN INTO ACCOUNT IN CARRYING OUT COMPRESSION TEST :

- عند إجراء إختبار الضغط يجب ضرورة إستيفاء بعض الإشتراطات والإحتياطات الهامة والضرورية الآتية :
- ١- يجب أن يؤثر حمل الضغط بانتظام ومحورياً وذلك حتى يكون توزيع التحميل منتظماً على مسطح كل من نهايتي العينة .
- ٢- ألا يزيد إرتفاع العينات عن عشر مرات أقل بعد في المقطع المستعرض حتى لا يحدث إنبعاج أو عدم إستقرار جانبي (Buckling or Lateral Instability) الذي يتسبب عنه توليد عزوم إنحناء على المقطع بجانب حمل الضغط المحوري .
- ٣- أن يكون سطحاً نهايتي العينة مستويين ومتوازيين تماماً وعموديين على محور العينة وذلك حتى يكون التحميل محورياً .
- ٤- يجب أن يؤثر حمل الضغط تدريجياً وبمعدل تحميل ثابت يتوقف على طبيعة ونوعية المادة المختبرة والخواص المراد تعيينها من إختبار الضغط .
- هذا وتجدر الإشارة إلى أنه بجانب أن يكون سطحاً نهايتي العينة مستويين ومتوازيين تماماً وعموديين على محور العينة حتى يتسبب ذلك في تركيز الإجهادات عند نهايتي العينة أو إنحنائها فلا بد من وضع ألواح أو بلوكات تحميل (Bearing Blocks) فوق

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL COMPRESSIVE LOADS

سطحها العلوى والسفلى (مخدات) عمودية على المقطع الطولى للعينة ومن مادة ذات مقاومة أكبر من مقاومة المادة المختبرة ما أمكن وبسمك مناسب .

- هذا ويجب التنويه إلى أنه للتأكد من الحمل المؤثر رأسياً وموازيًا للمحور الطولى للعينة عادة ما ترتكز إحدى نهايتى عينة الإختبار على قاعدة أو كرسى كروى (Spherical Seat) كما فى الشكل حيث الغرض من هذه القاعدة الكروية هو ضمان إنطباق محورى العينة مع محور ماكينة الإختبار مما يعطى توزيع منتظم لإجهادات الضغط على المقطع المستعرض للعينة ، هذا ويفضل أن تكون القاعدة الكروية على السطح العلوى للعينة أو أكبر من مقطع العينة . هذا لكى تكون محطة محصلة القوى على السطح مركزية مع محور العينة فمن الضرورى أن يكون مركز السطح الكروى لهذه القاعدة منطبق تماماً مع السطح الأفقى للعينة .

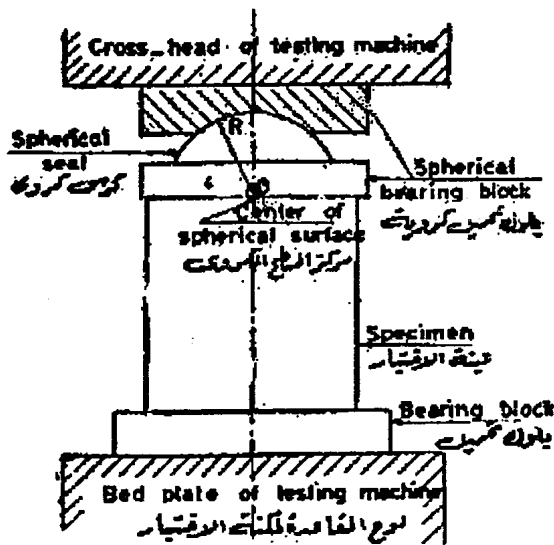


- نهايتا عينة الإختبار مسطحة وعمودية على محور التحميل المنطبق على محور مكنة الإختبار
- لا تمركزية نتيجة عدم إستواء إحدى نهايتى العينة
- لا تمركزية نتيجة عدم إنطباق محور مكنة الإختبار مع محور العينة

(أ) بعض أوضاع عينة إختبار الضغط بمكنة الإختبار

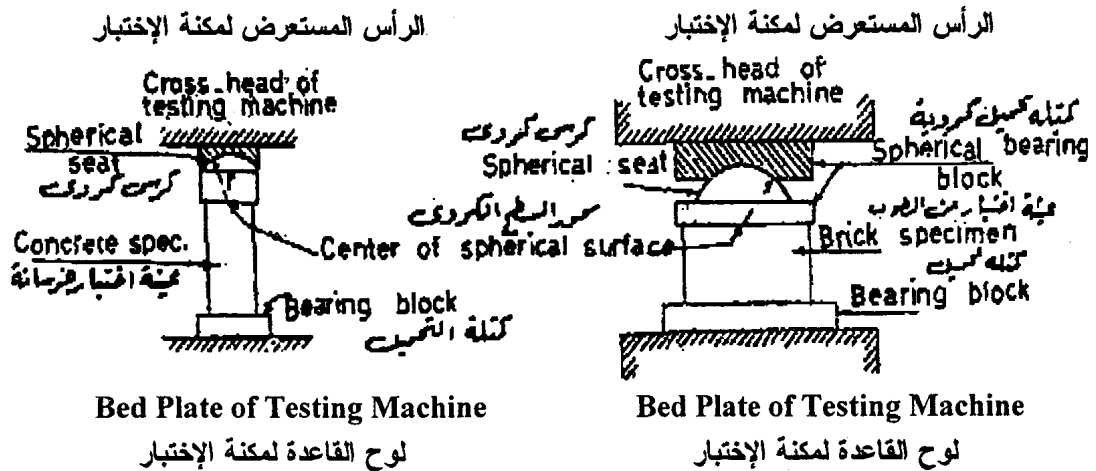
STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL COMPRESSIVE LOADS

الرأس العرضية لمكنة الإختبار



SPH-RICAL BEARING BLOCK FOR COMPRESSION TEST

(ب) قاعدة إرتكاز كروية لإختبار الضغط



SPHERICAL BEARING BLOCKS FOR COMPRESSION TESTS

(ج) كتلة التحميل الكروية لإختبارات الإنضغاط

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL COMPRESSIVE LOADS

٦-٣ ظاهرة عدم الإستقرار الجانبي وتقييد نهايات العينات في حالة إختبار

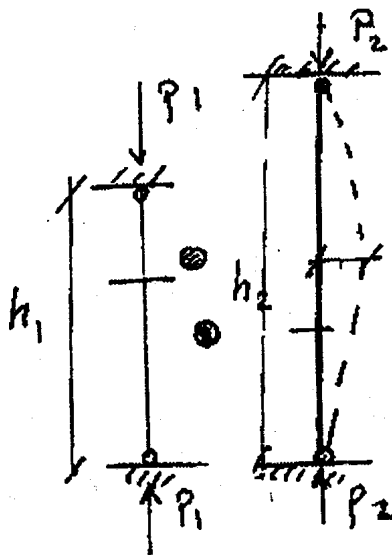
الضغط المحوري :

PHENOMENON OF LATERAL INSTABILITY AND END CONSTRAINED IN CASE OF AXIAL COMPRESSION TEST :

- يوجد هناك نوعان من الصعوبات التي تواجه إجراء إختبار الضغط وتؤثر على قيم النتائج المتحصل عليها بدرجة كبيرة وهما ظاهرتي عدم الإستقرار الجانبي وتقييد نهايات العينة .

- عدم الإستقرار الجانبي LATERAL INSTABILITY :

إن هذه الظاهرة تخص بصفة عامة القطاعات المعرضة إلى حمل محوري ، وهذه الظاهرة تعني حدوث عدم إتران وإستقرار للمحور الطولي الموازي لتأثير الحمل مصحوباً بترخيم أو إزاحة جانبية في الإتجاه العرضي (إنبعاج) وذلك نتيجة لكبر طول العمود وصغر قطاعه وعزم قصور الذاتي لمقطع العمود حول أحد محاوره مما ينجم عن هذه الظاهرة حدوث إتهيار كلي للعمود تحت حمل أقل بكثير من الحمل المسبب لإنهيار نفس تمعن ولكن بطول قصير ومقطع كبير نسبياً كما هو مبين بالشكل وهذه الظاهرة يمكن تجنبها وتلافيها بجعل العينة قصيرة وليست طويلة شكل (٩-٣) .



إنبعاج العمود

Buckling of Column
(Lateral Instability)

$$P_1 > P_2$$

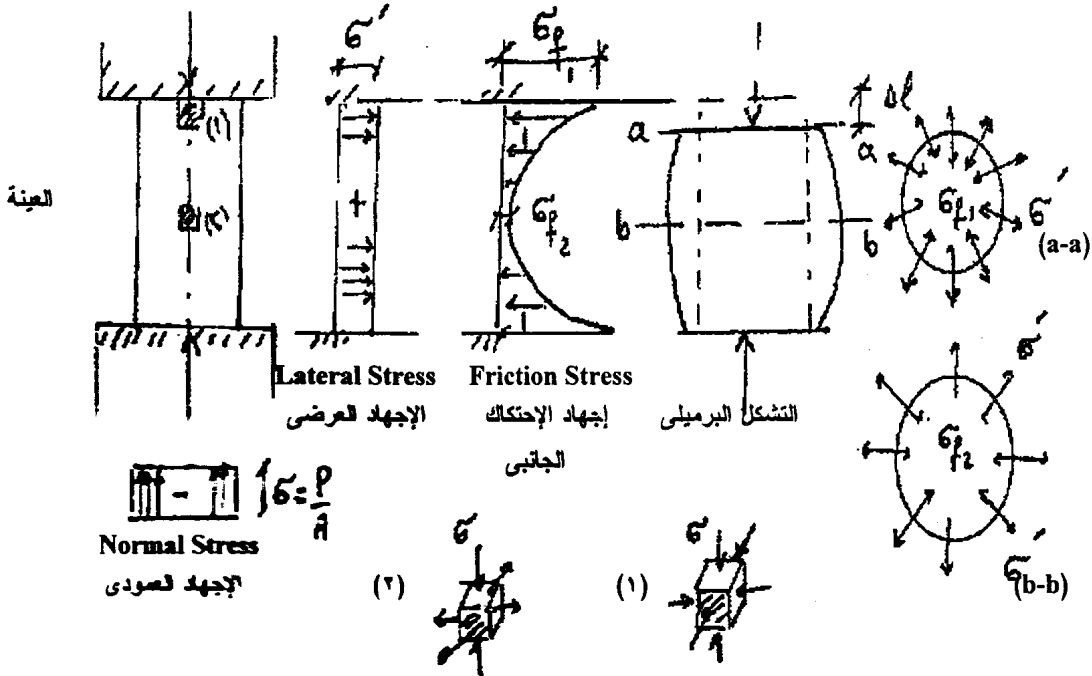
حيث : (P_1) ، (P_2) هما قيمة الحمل والقوى
المسببة للإتهيار للعمودين ذو المقطع الثابت
والمختلفان في الإرتفاع

شكل (٩-٣) عدم الإستقرار الجانبي للأعمدة

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL COMPRESSIVE LOADS

- تقيد النهائية END CONSTRAINED :

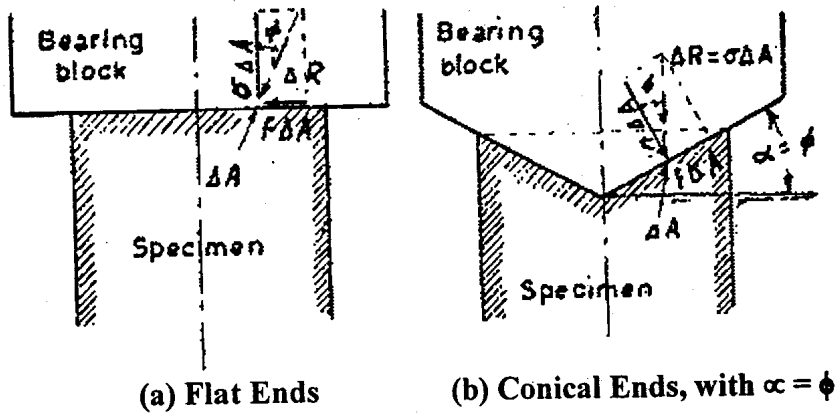
عند التحميل بحمل ضغط على عينة ما فإنه يحدث نقص في الطول مصحوباً في زيادة في الإتجاه العرضي ، وهذه الزيادة في الإتجاه العرضي غير ثابتة على كمال لارتفاع العينة حيث أنها تكون مقيدة عند منطقة إتصال سطح العينة برأس ماكينة الإختبار وذلك نتيجة لتولد قوى إحتكاك بين سطحي عينة الإختبار ورأس ماكينة التحميل وهذه القوى تكون من الخارج إلى الداخل مع كل مسطح العينة وهذه القوى تكون كبيرة عند منطقة الإتصال بين سطحي العينة ورأس الماكينة وتقل كلما بعدنا عن رأس الماكينة وتلاشى تقريباً على بعد يعادل أقل بعد في القطاع العرضي للعينة مقاساً من رأس الماكينة . مما يجعل محصلة التشكل الجانبي غير منتظم على كامل الارتفاع والذي ينشأ منه الشكل البراميلي السابق الإشارة إليه ، الأمر الذي تبين أن عنصر عند رأس ماكينة الإختبار على السطح العلوي للعينة معرض إلى حالة إجهاد ضغط ثلاثية المحور (Triaxial State of Stress) بينما عنصر في المنتصف والعينة طويلة يكون معرض إلى تقريباً حالة إجهاد ضغط إحادية المحور (Uniaxial State of Stress) كما هو مبين بالشكل (١٠-٣) .



شكل (١٠-٣) تقيد نهايات عينات الضغط وحالات الإجهاد المتولدة

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL COMPRESSIVE LOADS

- مما سبق تبين أنه فى إختبار الضغط لا يوجد توزيع منتظم للإجهادات على عينة إختبار وذلك ناجم عن وجود الإجهادات القطرية العرضية والمماسية لقوى الإحتكاك بين سطحى قطعة الإختبار وبين رأسى ماكينة الإختبار وهذا بدوره يعمل على زيادة مقاومة للضغط الظاهرية بالمقارنة بالمقاومة الفعلية الحقيقية لو تم تلاشى قوى الإحتكاك هذه .
- ويمكن تلاشى قوى الإحتكاك هذه الغير مرغوب فيها وذلك بالطرق التالية :
- بتشحيم (Lubrication) الأسطح النهائية للعينات المعرضة للإحتكاك بإستعمال مادة مناسبة للتشحيم مثل الزيت والبرافين أو أى مادة أخرى مناسبة .
- بإستخدام وسائد من مواد معينة بين كل من رأسى الماكينة وسطحى العينة .
- بإستخدام عينات طويلة بحيث طول العينة لا يقل عن مرتين ونصف أقل بعد فى مقطع العينة .
- بتشكيل نهايات العينة بحيث تأخذ الشكل المخروطى فى العينات الإسطوانية أو على شكل هرمى فى العينات المنشورية كما هو مبين بالشكل (١١-٣) وذلك بجعل رأس ماكينة الإختبار بحيث تميل بزاوية مقدارها (α) على سطحى عينة الإختبار حيث (α) تساوى زاوية الإحتكاك بين السطحين .



Method of Eliminating Lateral Compressive Stresses in Compression Tests

شكل (١١-٣) كيفية تلاشى تأثير الإحتكاك الجانبى عند رأسى الماكينة

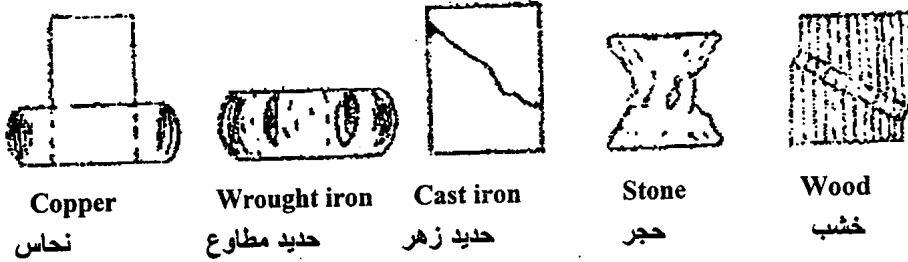
STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL COMPRESSIVE LOADS

٧-٣ طراز وشكل انهيار المعادن في اختبار الضغط المحوري الإستاتيكي :

Mode and Shape of Failure of Metals under Axial Static Compression Loading :

٧-٣ أ- بالنسبة للمعادن المطيلة W.R.T Ductile Materials :

إن انهيار المعادن المطيلة تحت تأثير حمل الضغط المحوري ليس بالكسر لأن المادة تتضغط وتتقاطع بالضغط ، ويلاحظ أنه في بعض الحالات الخاصة مثل الحديد المطاوع (Wrought iron) أو المعادن المصلدة بالتغليف (case hardened) فإن التقطع غالباً ما يكون مصحوباً بشروخ سطحية رأسية متوازية مع محور تحميل العينة كما هو مبين بالشكل (٣-١٢) .



TYPICAL COMPRESSION FAILURES

انهيارات الإضغاط النموذجية (المطابقة)

شكل (٣-١٢)

٧-٣ ب- بالنسبة للمعادن النصف مطيلة والقصفة :

W.R.T Semi-Ductile and Brittle Materials :

- إن انهيار مثل هذه النوعية من المواد أو المعادن يكون بالكسر المصاحب للإضغاط الغير ملحوظ وذلك على مستوى يميل بزاوية (θ) مع المستوى الأفقى أى مع مستوى المقطع المستعرض للعينة المختبرة وهذه الزاوية دائماً أكبر من 45° .
- هذا وتجدر الإشارة إلى أن زاوية ميل المستوى مع الأفقى (θ) تعتمد أساساً على زاوية الاحتكاك الداخلى (Angle of Internal Friction) للمادة (ϕ) وعلى قيمة مقاومة القص للمادة والتي بدورها يعتمدان على حجم جزيئات المادة وبذلك تكون للزاوية (ϕ) كبيرة كلما كبرت جزيئات المادة أو المعدن أى كبرت زاوية احتكاكه .

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL COMPRESSIVE LOADS

• هذا ويمكن إثبات أن زاوية ميل المستوى الذى يحدث عليه الكسر مع الأفقى (θ) أكبر من 45° وهى تساوى $(45 + \frac{\phi}{2})$ أى أن فى النهاية للزاوية (θ) تعتمد على زاوية الاحتكاك الداخلى للمادة والتي بدورها تتوقف على حجم ومقاس جزيئات المادة حيث وجد أن $\theta = 60^\circ$ لحديد الزهر ، ومن $50 - 55^\circ$ م للنحاس حيث جزئياته أدق من حديد الزهر .

• هذا ويمكن إثبات أن $\theta = 45 + \frac{\phi}{2}$ كما يلى :

بفرض عينة من مادة قصيفة أو نصف مطيلة تعرضت إلى حمل ضغط محورى إستاتيكي قدره (P) وهى ذات مساحة مقطع عمودى على الحمل المؤثر قدره (A)

∴ أقصى إجهاد ضغط عمودى على المقطع الأفقى يعادل $\sigma = \frac{P}{A}$

• وبفرض أن الكسر حدث على مستوى مائل بزاوية قدرها (θ) مع الأفقى كما هو مبين بالشكل فإنه سوف يتولد على المستوى والمقطع المائل نوعان من الإجهادات هما إجهاد عمودى على المستوى المائل وإجهاد قص موازى للمقطع المائل أى يمكن تحليل القوة الرأسية (P) إلى مركبتين أحدهما قوة عمودية $N = P \cos \theta$

والأخرى قوة قاسية $Q = P \sin \theta$

ولتعيين الإجهادات الناجمة عن هذه القوى على المقطع المكسور وهو المائل ذو المساحة

أكبر من (A) وعى تعادل $\left(\frac{A}{\cos \theta} \right)$

∴ أقصى إجهاد عمودى على المستوى المائل $\sigma \cos^2 \theta = \frac{P}{A} \cos^2 \theta = \frac{N \cos \theta}{A}$

، أقصى إجهاد قص على المستوى المائل =

$$\sigma \sin \theta \cos \theta = \frac{P \sin \theta \cos \theta}{A} = \frac{Q \cos \theta}{A}$$

• هذا وحيث أن هناك إنزلاق على المستوى المائل (θ) فلا بد وأن يكون مصحوب بقوة احتكاك فى الإتجاه المضاد للحركة أى فى إتجاه مضاد للقوة القاسية (Q) أو إجهاد القص وأن قيمة قوة الاحتكاك هذه تساوى دائماً معامل الاحتكاك (μ) × رد الفعل العمودى (أقصى إجهاد ضغط على المستوى المائل)

أى أن قوة الاحتكاك $F = \mu N$

$$= \mu \cdot P \cos \theta$$

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL COMPRESSIVE LOADS

$$\mu \frac{P}{A} \cos^2 \theta = \left(\frac{F \cos \theta}{A} \right) \text{ وعليه فإن إجهاد الإحتكاك يساوى}$$

$$\mu \sigma \cos^2 \theta =$$

وبذلك تكزن محصلة إجهاد القص الواقع على المستوى المائل بزاوية (θ) تساوى الفرق بين إجهاد القص الناجم عن القوة (P) على المستوى المائل وإجهاد الإحتكاك أى يساوى (τ)

$$\tau = \sigma \sin \theta \cos \theta - \mu \sigma \cos^2 \theta$$

وحيث أن (τ) دالة فى الزاوية (θ)

$$\frac{dT}{d\theta} = 0 \quad \therefore \text{أقصى إجهاد قص يكون عندما}$$

$$i.e \sigma (-\sin^2 \theta + \mu 2 \cos \theta \sin \theta + \cos^2 \theta) = 0$$

$$i.e -\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 2 \mu \cos \theta \sin \theta$$

$$i.e \mu = \frac{-(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)}{2 \sin \theta \cos \theta} = \frac{-\cos 2\theta}{\sin 2\theta}$$

$$= -\cos 2\theta$$

ظل زاوية الإحتكاك الداخلى $= \tan \phi = \text{معامل الإحتكاك} = \mu$ ، \therefore

$$\therefore \tan \phi = -\tan(90 - 2\theta) = \tan(2\theta - 90)$$

$$\therefore \phi = 2\theta - 90$$

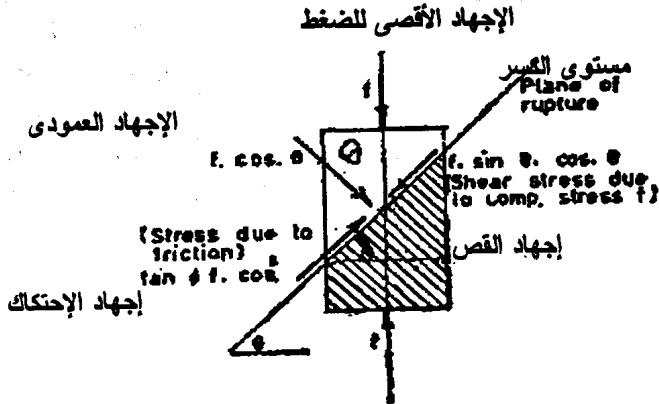
$$\therefore \theta = 45 + \frac{\phi}{2}$$

(هـ . ط . ث)

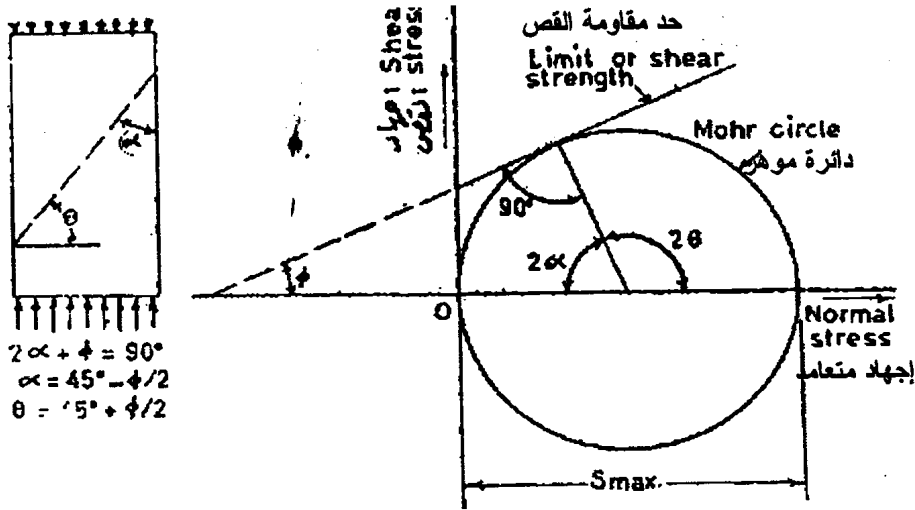
• هذا ويمكن تمثيل ذلك عن طريق دائرة مور لحالة الإجهاد العمودية فى الضغط كما هو

مبين بالشكل (٣-١٣) .

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL COMPRESSIVE LOADS



زاوية ميل مستوى الكسر للمعادن القصيفة في اختبار الضغط



RELATION BETWEEN ANGLE OF RUPTURE (α) AND ANGLE OF INTERNAL FRICTION (ϕ)

العلاقة بين زاوية الكسر (α) وزاوية الاحتكاك الداخلي (ϕ)

شكل (٣-١٣)

٨-٣ مثال :

أجرى اختبار الضغط على عينة اسطوانية من الحديد الزهر مساحة مقطعها ١٠ سم^٢ وطول قياسها ٢٠ سم فإذا كانت نتائج الاختبار بين الحمل والإنضغاط المصاحب له كما يلي :

STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL COMPRESSIVE LOADS

٢٧,٠٠	٢٠,٢٥	١٢,٥٠	١٠,١	٦,٧٥	٢,٧٠	صفر	الإجهاد (طن/سم ^٢)
٠,٧	٠,٤٥	٠,٢٧٥	٠,٢٠٥	٠,١٣٨	٠,٠٥٥	صفر	الانضغاط (مم)

المطلوب : رسم منحنى الإجهاد والانفعال العادى للعينة المختبرة ثم عين :

إجهاد الكسر - معايير المرونة الإبتدائى - معايير المماس ومعايير القاطع عند إجهاد قدره ٢,٤٠ طن/سم^٢ - معايير المتانة .

الحل :

• يتم حساب قيم الإجهاد والانفعال عند كل حمل معين وذلك كالاتى :

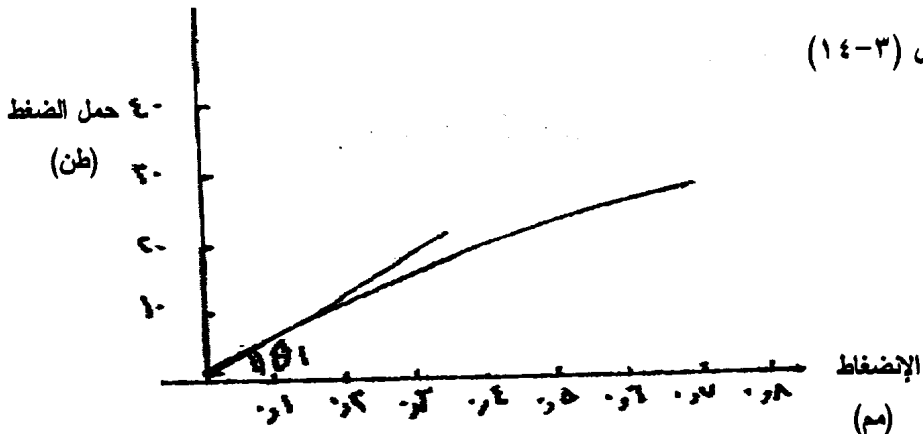
$$\text{إجهاد الضغط} = \frac{\text{حمل الضغط}}{\text{المساحة}} \quad \text{كجم/سم}^2$$

$$\text{الإنفعال} = \frac{\text{مقدار الانضغاط}}{\text{الطول الأسمى}} \quad (\text{مم/مم})$$

وفيما يلى بيان بقيم الإجهاد والانفعال المناظر له عند كل حمل :

٢٧٠٠	٢٠٢٥	١٢٥٠	١٠١٠	٦٧٥	٢٧٠	صفر	الإجهاد (كجم/سم ^٢)
٠,٠٠٣٥	٠,٠٠٢٢٥	٠,٠٠٧٣٧	٠,٠٠١٠٢٥	٠,٠٠٠٦٩	٠,٠٠٠٢٧٥	صفر	الإنفعال (مم/مم)

يتم رسم منحنى العلاقة بين الإجهاد والانفعال بمقياس رسم مناسب كما يلى شكل (٣-١٤)



STRENGTH AND PROPERTIES OF MATERIALS UNDER STATIC AXIAL COMPRESSIVE LOADS

• ومن الجدول وكذلك من منحنى العلاقة بين الإجهاد والإنفعال يمكن حساب القيم المطلوبة كما يلي :

$$\text{إجهاد الكسر} = \frac{27000}{10} = 2700 \text{ كجم/سم}^2$$

- معايير المرونة الإبتدائي $\tan(\theta_1)$ = ميل المماس للمنحنى عند نقطة الأصل

$$\begin{aligned} \frac{3000}{0.0025} &= 1400000 \text{ كجم/سم}^2 \\ 1400 &= \text{طن/سم}^2 \end{aligned}$$

- معايير المماس عند إجهاد 2,40 طن/سم² $\tan(\theta_2)$ = 0.00 طن/سم²

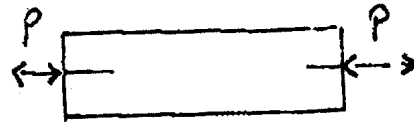
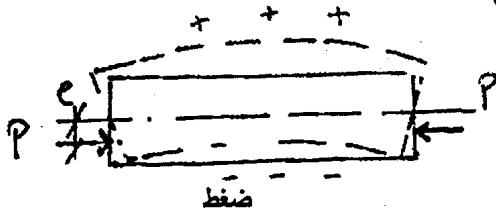
- معايير القاطع عند إجهاد قدره 2,40 طن/سم² $\tan(\theta_3)$ = 827 طن/سم²

- معايير المتانة فى الضغط = المساحة تحت منحنى الإجهاد والإنفعال = 0.42 كجم/سم²



٤-١ مقدمة:

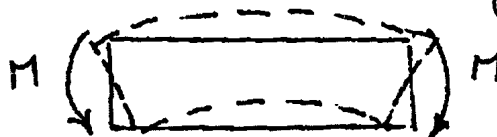
- إن معظم المنشآت والمكينات عادة ما تتعرض إلى أحمال خارجية كما ذكرنا وهذه الأحمال الخارجية ينجم عنها قوى داخلية تتسبب في توليد إجهادات داخلية إما عمودية على المقطع (Normal Stresses) نتيجة للقوى العمودية (Normal Forces) وعزوم الإنحناء (Bending Moment) أو موازية للمقطع (Shear Stresses) إجهادات قص نتيجة للقوى القاصة (Shearing Forces) أو عزم لى (Torsion). سوف نتعرض في هذا الفصل إلى الإجهادات نتيجة لعزوم الإنحناء.
- يعتبر الجسم أو العنصر الإنشائي في حالة إنحناء إذا ما تعرض إلى حمل أو مجموعة أحمال خارجية كما ذكرنا بحيث يتولد عن هذه الأحمال الخارجية إجهادات داخلية شد على جزء من مقطع الجسم أو العنصر الإنشائي مصحوبة بإجهادات ضغط على باقى المقطع كما هو مبين بالشكل (٤-١) حيث تحدث حالات الإنحناء إذا ما تعرضت كمرّة (Beam) إلى تحميل لامركزي أو لامحوري عمودي على المقطع (Eccentric Loading) أو إلى عزوم إنحناء صريحة (Pure Bending Moments) أو إلى أحمال رأسية مستعرضة (Transverse Loading).



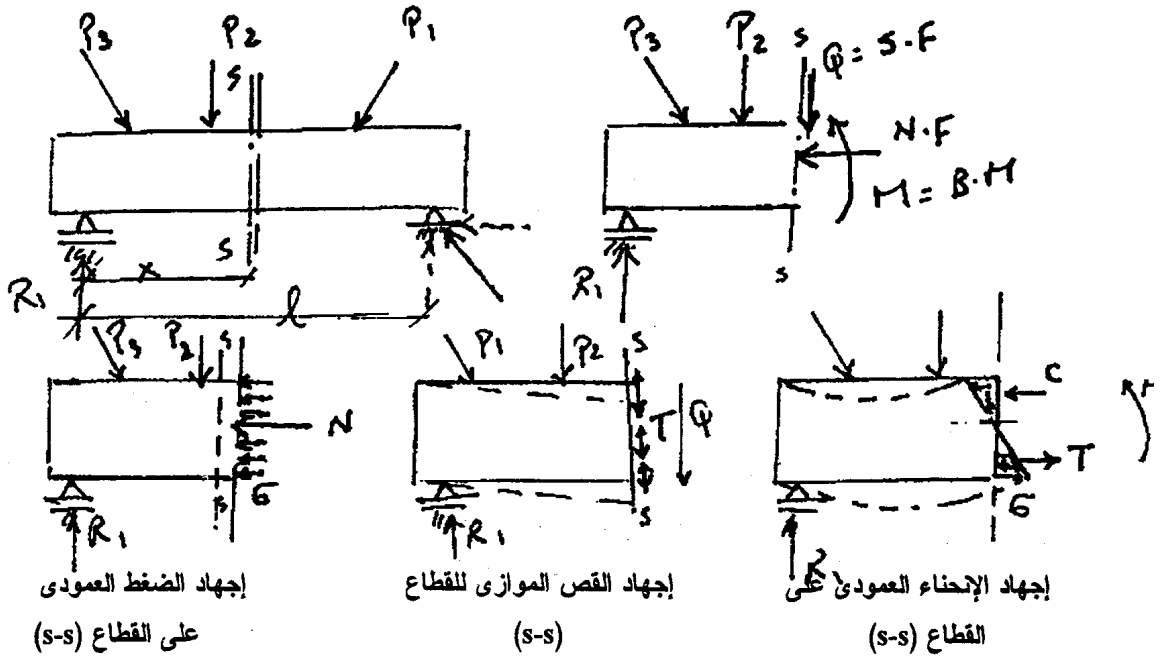
تحميل غير محوري (حمل لا مركزي عمودي على المقطع)
(إجهادات عمودية غير منتظمة على المقطع)

تحميل محوري (قوى عمودية على مقطع)
(إجهادات عمودية منتظمة على المقطع)

(Centric Load)



عزم إنحناء (إجهادات عمودية غير منتظمة على المقطع)



شكل (١-٤) حالات التحميل بالإحناء

- هذا وينجم عن عزوم الإحناء إجهادات عمودية على المقطع جزء منها شد وجزء منها ضغط وبقيم مختلفة وتسمى هذه الإجهادات بإجهادات الإحناء (Bending Flexural Stresses) ، هذا ونتيجة عزوم الإحناء فإنه يحدث انضغاط وشد في الألياف على كامل طول العنصر أو الجسم يصحبها تشكلات في صورة إحناء وترخيم للعنصر والجسم وذلك بقيمة تتوقف على جساءة العنصر وطوله وأبعاد ومساحة مقطعه وشكله ونوع مادته وأيضاً على قيمة عزوم الإحناء المؤثر على هذا الطول .

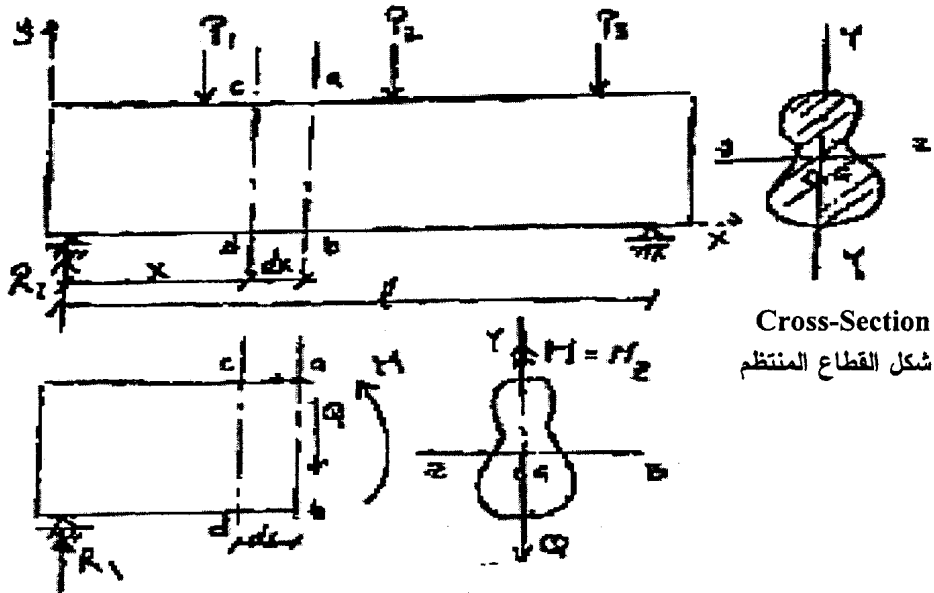
٢-٤ التحليل النظري للكمرة تحت تأثير عزوم الإحناء:

THEORETICAL ANALYSIS OF BEAMS UNDER BENDING :

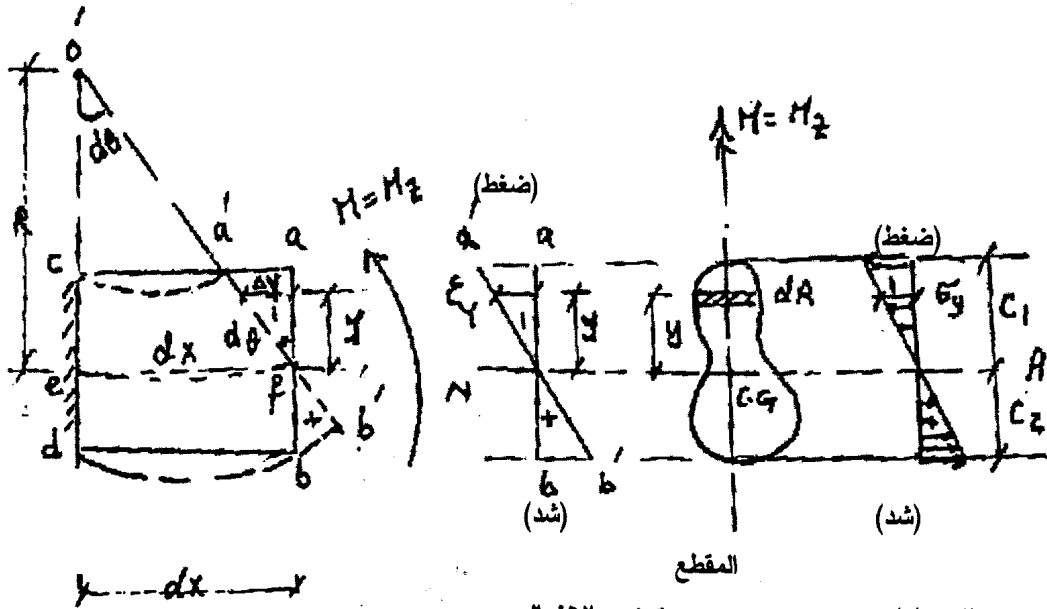
١-٢-٤ التحليل المرن للكمرة معرضة لعزم إحناء :

Elastic Analysis of a Beam Subjected to Bending

- يبين الشكل (٢-٤) كمرة بسيطة الإرتكاز (Simple Beam) ذات مقطع ثابت معرضة إلى أحمال خارجية إستاتيكية مستعرضة (Transverse Static Loads) (P_1) ، (P_2) ، (P_3) .
- إن مثل هذه القوى الخارجية سوف يتولد عنها قوى داخلية في صورة قوة قاصة (Q) وعزم إحناء (M) عند أى قطاع رأسى وذلك من إتزان القوى الخارجية مع الداخلية على الجزئين المقطوعين من الكمرة كما هو مبين بالشكل حيث أن هذه القوى الداخلية لا تظهر إلا إذا أخذنا قطاع وهذه القوى الداخلية لا بد وأن تكون في حالة إتزان أى $\Sigma M=0$ ، $\Sigma Y=0$ ، $\Sigma X=0$ بالنسبة للجزئين المقطوعين أى متساويين في المقدار ومتضادين في الإتجاه .



(ab) القوى الداخلية التي على القطاع



توزيع الإجهادات
Strain Distribution

توزيع الإجهادات
Stress Distribution

شكل (٢-٤)

- نتيجة لهذه القوى الداخلية فإن الكمرة سوف يحدث لها إنحناء نتيجة لعزم الإنحناء مع إهمال تأثير القوى القاصة ، وكما شرحنا سابقاً فإنه سوف يتولد إجهادات إنحناء عمودية على المقطع نتيجة لعزم الإنحناء (M) وهذه الإجهادات العمودية غير موزعة بانتظام على المقطع وذات قيمة تختلف على كامل إرتفاع المقطع حيث تتولد إجهادات ضغط على الجانب العلوى لقطاع الكمرة وإجهادات شد على الجانب السفلى لها كما هو مبين بالشكل وأن ذلك يكون مصحوباً بدوران (Rotation) للمقطع حول المحور الأفقى له وذلك بزاوية تتناسب مع مقدار عزم الإنحناء والمؤثر على القطاع .
 - ولتقييم قيم إجهادات الإنحناء المتولدة من ضغط وشد نتيجة لعزم الإنحناء المؤثر نفرض أن جزءاً من الكمرة طوله (dx) معرض إلى عزم إنحناء قدره (M) موجب كما هو موضح بالشكل فإنه نتيجة لذلك فإن الجزء العلوى (ca) سوف ينكمش أى يقل فى الطول والجزء السفلى (db) سوف يستطيل ونتيجة لذلك فإنه يوجد طبقة أو مستوى أو طول (ef) لا يحدث له تغيير فى طوله وهذا المستوى يعرف بمستوى التعادل (Neutral Layer) وأن تقاطع هذا المستوى مع القطاع العرضى للكمرة يسمى محور التعادل (Neutral Axis) أى أن ما فوق هذا المحور من القطاع سوف يكون معرضاً إلى إجهادات ضغط وما تحته سوف يكون معرضاً إلى إجهادات شد وهى إجهادات غير متساوية ولكنها موزعة بانتظام وذات قيمة تتناسب مع بعد النقطة عن محور التعادل هذا.
 - إن التحليل المرن للكمرات المعرضة لعزوم إنحناء يعتمد على بعض الإفتراضات والإشتراطات الأساسية التالية :-
- ١- مادة الكمرة تجهد نتيجة لعزم الإنحناء حتى حد المرونة أى أنها تخضع لقانون هوك وعليه فإن الإجهاد المتولد يتناسب مع الإنفعال المصاحب خطياً .
 - ٢- المادة متجانسة أى أن معايير المرونة فى الشد يساوى معايير المرونة فى الضغط .
 - ٣- مقطع الكمرة ثابت على كامل طولها .
 - ٤- مستوى التحميل يمر بمركز ثقل المقطع ويحتوى المقطع على محور أساسى أى أن القوى المؤثرة على الكمرة وردود الأفعال الناتجة عنها تقع جميعها فى مستوى واحد وهو مستوى محور الكمرة .
 - ٥- مستوى أى مقطع فى الكمرة قبل التحميل يظل كما هو مستوياً بعد التحميل بعزم الإنحناء .

- ٦- إيزان القوى الخارجية مع القوى الداخلية المؤثرة على القطاع .
٧- إنطباق مستوى وطبقة التعادل مع المحور الأفقى الطولى قبل تحميل الكمرة .

٤-٢-٢ قيم الإجهادات المرنة للإحناء :

Elastic Bending (Flexural) Stresses :

- إذا ما تعرض عنصر ما من كمرة ذو طول مقداره (dx) إلى عزم إحناء قدره (M) كما هو موضح بالشكل فإن ذلك يكون متبوعاً بدوران وجهيه (مقطعيه) بالنسبة لكل منهما مسبباً ومشفوعاً بنقص فى السطح العلوى وإستطالة فى السطح السفلى لهذا الجزء أى أن السطح العلوى (ca) يحدث له نقص قدره (a a') والسطح السفلى (db) يحدث له زيادة فى الطول مقداره (b b') والمستوى (ef) المار بمركز ثقل المقطع وهى طبقة التعادل لا يحدث لها أى نوع من التشكل ويصبح طولها ثابت وهو (dx) والمحور المار بمركز ثقل المقطع يسمى بمحور التعادل (N.A) .
- وبالإشارة إلى الشكل السابق فإنه نتيجة لهذا التشكل فإن العمودى على الطول المشكل (dx) عند النقطتين (e)، (f) فإنهما يتقابلان عند نقطة (o) وهى تسمى بمركز الإحناء (Centre of Curvature) ذات نصف قطر إحناء قدره (R) وهو نصف قطر إحناء المنحنى المشكل لمستوى التعادل (ef) .
- يبين الشكل (٢-٤) توزيع كل التشكلات والإنفعالات والإجهادات على المقطع حيث أن هذه التشكلات والإنفعالات والإجهادات ضغط فوق محور التعادل وشد أسفل محور التعادل وهى ذات علاقة خطية على كامل عمق الكمرة قيمتها تتناسب مع بعد النقطة عن محور التعادل (N.A) وهى بمسافة (y)

$$\epsilon_y = \frac{\Delta y}{dx} \dots \dots \dots (1) \text{ حيث}$$

ϵ_y = مقدار الإنفعال الطولى عند نقطة تبعد مسافة (y) من محور التعادل

dx = طول الجزء الذى حدث به هذا الإنفعال

$$\therefore \frac{\Delta y}{y} = \tan (d\theta) \cong d\theta$$

بالإشارة إلى الشكل (٢-٤) فإن

$$i.e \ d\theta = \frac{dx}{R} \leftarrow R.(d\theta) = (dx) \text{ طول القوس}$$

$$\therefore \frac{\Delta y}{y} = \frac{dx}{R} \rightarrow \frac{\Delta y}{dx} = \frac{y}{R}$$

وبالتعويض في المعادلة رقم (١)

$$\therefore \epsilon_y = \frac{y}{R} \dots\dots\dots (2)$$

∴ الإجهاد المتولد يتناسب مع مقدار الإنفعال المتولد وبفرض أن (σ_y) هو الإجهاد العمودى والمناظر عند نقطة تبعد مسافة (y) عن محور التعادل كما هو موضح

$$i.e \therefore \frac{\sigma_y}{\epsilon_y} = E = \text{معيار المرونة}$$

$$\therefore \sigma_y = \epsilon_y \cdot E \quad \text{∴ قيمة الإجهاد العمودى}$$

وبالتعويض عن قيمة (ϵ_y) من المعادلة رقم (٢)

$$\therefore \sigma_y = \frac{y}{R} \cdot E = \frac{E}{R} \cdot y \dots\dots\dots (3)$$

ومن هذه المعادلة يتضح أيضاً أن قيمة الإجهاد العمودى المتولد (σ_y) تتناسب خطياً مع البعد (y) أى أن توزيع الإجهاد العمودى على المقطع هو علاقة خطية ذات قيمة تتناسب مع البعد (y) من محور التعادل وتكون موجبة إذا كانت شد أسفل محور التعادل وسالبة إذا كانت ضغط أعلى محور التعادل .

- وحيث أن هذه الإجهادات العمودية سببها هو عزم الإنحناء (M) حول المحور (zz) المار بمركز ثقل المقطع والمنطبق مع محور التعادل $(N.A)$.
- وبفرض عنصر ذو مساحة قدرها (dA) فى المقطع يبعد عن محور التعادل بمسافة (y) ، إذن هذا العنصر سوف يتعرض إلى إجهاد عمودى قدره (σ_y) كما ذكرنا وبالتالى تكون محصلة القوى المؤثرة على هذا العنصر تساوى $(\sigma_y \cdot dA)$ (الإجهاد × المساحة) والعزم الناتج عن هذه القوة حول المحور (zz) تساوى (ΔM) تعادل $\Delta M = \sigma_y \cdot dA \cdot y$ وعليه فإن محصلة العزوم الداخلية المؤثرة على كامل القطاع لا بد وأن تساوى العزم المؤثر الكلى على القطاع وهو (M) الناشئ عنه إجهادات الضغط والشد

$$i.e \quad M = \int_A \Delta M = \int_A \sigma_y \cdot y \cdot dA \dots\dots\dots (4)$$

وحيث أن (σ_y) متغيرة وتعتمد على البعد (y) فمن المعادلة رقم (٣)

$$\therefore M = \int_A \frac{E}{R} \cdot y \cdot y \cdot dA = \frac{E}{R} \int_A y^2 \cdot dA \dots\dots\dots (5)$$

وحيث أن مقدار التكامل $\int_A y^2 \cdot dA$ يساوى قيمة عزم القصور الذاتى لمساحة المقطع حول

المحور $I_z = (zz)$

$$i.e \int_A y^2 \cdot dA = I_z \dots\dots\dots (6)$$

$$\therefore M = \frac{E}{R} \cdot I_z \dots\dots\dots (7)$$

$$or \frac{1}{R} = \frac{M}{EI_z} \dots\dots\dots (8)$$

والمعادلة رقم (٨) توضح أن قيمة $\left(\frac{1}{R}\right)$ وهى مقلوب نصف قطر الإنحناء وهى تعبر عما يسمى بالتقوس (Curvature) لمنحنى طبقة التعادل بينها وبين قيمة عزم الإنحناء المؤثر (M) .

ومن المعادلة رقم (٣) يمكن إيجاد قيمة (σ_y) بالتعويض عن قيمة $\left(\frac{1}{R}\right)$ من المعادلة رقم (٨)

$$\therefore \sigma_y = \frac{E \cdot M \cdot y}{E I_z} = \frac{M \cdot y}{I_z} \dots\dots\dots (9)$$

حيث (I_z) وهو عزم القصور الذاتى حول محور التعادل (N.A) للمقطع ، (y) بعد النقطة أو الألياف من محور التعادل المطلوب حساب قيمة الإجهاد العمودى (σ_y) عندها ، (M) هو قيمة عزم الإنحناء المؤثر على القطاع حول المحور (zz) أو حول محور التعادل (N.A)

وحيث أن (M) ، (I_z) مقداران ثابتان فعليه فإنه من المعادلة رقم (٩) تبين أن قيمة الإجهاد العمودى يتناسب مع قيمة البعد (y) من محور التعادل وهى علاقة خطية ما ذكرنا سابقاً .

• إلى هنا يتبقى تحديد وموضع محور التعادل (N.A) بالنسبة للمقطع وهذا يمكن إيجاده من الفرض أن محصلة القوى العمودية على القطاع تساوى صفراً .

$$i.e \int_A \sigma_y \cdot dA = 0$$

$$\text{or } \int \frac{E}{R} \cdot y \cdot dA = \frac{E}{R} \int dA \cdot y = 0$$

$$\int_A dA \cdot y = 0 \quad \text{وحيث أن } \frac{E}{R} \text{ لا يساوى صفر } \therefore \text{المقدار}$$

وحيث أن هذا المقدار يساوى $A \cdot y'$

$$\text{i.e } A \cdot y' = 0 \quad \dots\dots\dots (10)$$

حيث (A) مساحة المقطع وهذا يعنى أن موضع محور التعادل (N.A) يعرف ويحدد بالمسافة $y' = 0$ أى أن محور التعادل لابد وأن ينطبق ويمر بالمحور المار بمركز ثقل المقطع .

• هذا ومع الأخذ فى الاعتبار إشارات البعد (y) فى الاعتبار

\therefore قيمة الإجهاد العمودى الناجم عن عزم الإنحناء (M_z) يعادل

$$\sigma_y = \pm \frac{M_z}{I_z} y \quad \dots\dots\dots (11)$$

وعليه فإن أقصى إجهادات ضغط على الألياف العليا تعادل

$$\sigma_{\max. comp.} = \frac{M_z}{I_z} \cdot C_1 = \frac{M_z}{Z_{el_1}} \quad \dots\dots\dots (12)$$

وأقصى إجهادات شد على الألياف السفلى تعادل

$$\sigma_{\max. tension.} = \frac{M_z}{I_z} \cdot C_2 = \frac{M_z}{Z_{el_2}} \quad \dots\dots\dots (13)$$

حيث (C_1) ، (C_2) هما أقصى بعد من محور التعادل بالنسبة للألياف العليا والسفلى للمقطع ، القيم

$$Z_{el_1} = \frac{I_z}{C_1} \quad (cm^3)$$

$$\dots\dots\dots (14)$$

$$، \quad Z_{el_2} = \frac{I_z}{C_2} \quad (cm^3)$$

تسمى بمعايير القطاع المرن (Section Elastic Modulus) وهى تعادل بصفة عامة

$$Z_{el} = \frac{I_z}{C} \quad (cm^3)$$

وهي قيمة ثابتة تتوقف على شكل وأبعاد المقطع حيث أنه إذا كان القطاع مستطيل أبعاده :
(b) هو العرض ، (d) هو العمق فإن مركز الثقل يقع على مساحة $\left(\frac{d}{2}\right)$ فى المنتصف

$$Z_{el} = \frac{I_z}{C} \quad \text{و يمر به محور التعادل وعليه فإن المقدار}$$

$$C = \frac{d}{2}, \quad I_z = \frac{bd^3}{12} \quad \text{حيث } (cm^4) \text{ للمستطيل ،}$$

$$\therefore Z_{el} = \frac{bd^2}{6} \quad (cm^3)$$

- مما جاء بعاليه من المعادلات (١١) ، (١٢) ، (١٣) فإنه تبين إذا ما كانت (M) بوحدات (كجم.سم) وحدات عزم الإنحناء ، (I_z) بوحدات (cm^4) ، (y) ، (C_1) ، (C_2) ، (C) بوحدات (cm) فإن وحدات الإجهاد العمودى الناتج من عزم الإنحناء ويسمى إجهاد العزم (Bending Stress) أو (Flexural Stress) سواء شد أو ضغط سوف تكون بوحدات (كجم/سم^٢) وأن أقصى إجهادات شد أو ضغط تقع عند الألياف القصوى ذات أكبر بعد (C_1) ، (C_2) من محور التعادل (N.A) المار بمركز ثقل المقطع .

٤-٢-٣ التشكلات (الترخيم) نتيجة لعزوم الإنحناء :

DEFORMATION (DEFLECTION) DUE TO BENDING MOMENTS:

- عادة إن التغيرات فى طول الألياف لأى كمره معرضة لأحمال مستعرضة (Transverse Loads) وبالتالي الإنفعالات المحورية المصاحبة لعزوم الإنحناء المتولدة نتيجة لهذه الأحمال المستعرضة تعتبر ليست ذات أهمية من وجهة النظر التطبيقية أو العملية حيث الأهم منها هو التشكلات المستعرضة لهذه الكمره .
- يتم التعبير عن التشكلات المستعرضة المتولدة فى الكمرات بدلالة قيم ترخيم المحور الطولى المار بمركز ثقل الكمره عند القطاعات المختلفة للكمره والذى يسمى بخط الإنحناء المرن (Elastic Line) ، وبناءً على ماسبق فإن مشكلة تعيين وتقدير قيم التشكلات المستعرضة (الترخيم) يمكن حلها لو تم معرفة قيم الإزاحة الرأسية (y) لأى نقطة على هذا الخط (الخط المرن) .
- هذا وتجدر الإشارة إلى أن أقصى قيم للترخيم متولدة عند أى نقطة على كامل طول محور الكمره يجب ألا تتعدى قيم معينة ومحددة حتى لا تضر بالشكل العام للكمره

ويتسبب عنها أوجه عيوب إنشائية معينة ، وهذه القيم عادة ما تعطى بدلالة قيمة محددة من بحر الكمرة بمعرفة الكودات المختلفة .

- مما سبق يتضح أهمية حساب وتقدير قيم أقصى ترخيمات على نفس المستوى تقدير لقيم أقصى إجهادات متولدة في أى كمرة محملة بأحمال إستاتيكية محددة .
- هذا وتجدر الإشارة إلى أنه توجد العديد من الطرق المختلفة لحساب وتقييم قيم الترخيم الحادث في الكمرات المعرضة لأحمال مستعرضة ، لكل طريقة من هذه الطرق عيوب ومميزات خاصة بها . من هذه الطرق تلك الطريقة التي تعتمد على المعادلة التفاضلية لخط الإنحناء المرن (Differential Equation of Elastic Line) .

* طريقة حساب الترخيم المرن باستخدام المعادلة التفاضلية لخط الإنحناء المرن :

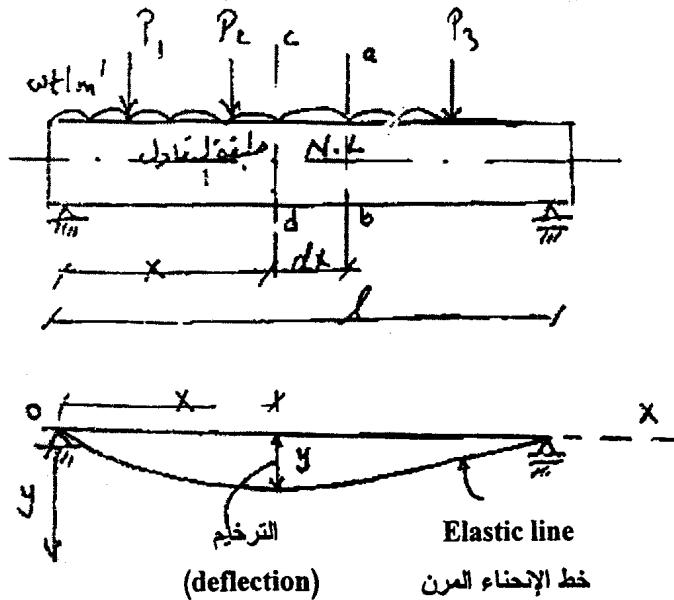
Method of Evaluation of Elastic Deflection By Using Differential Equation of Elastic Line :

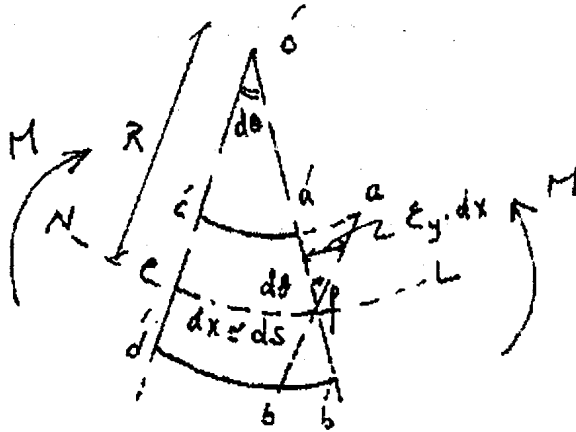
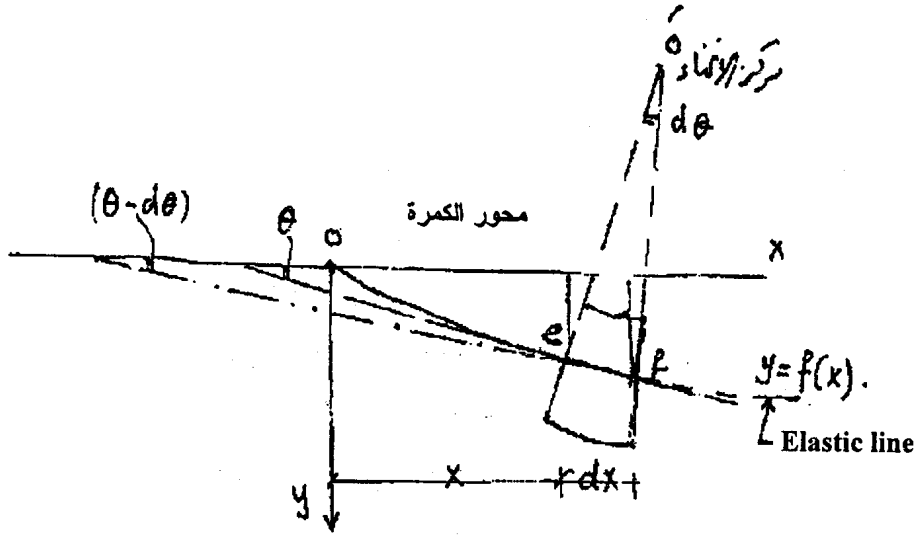
• الإفتراضات :

نفس الإفتراضات التي تم فرضها عند حساب وتقدير قيم إجهادات الإنحناء ، بالإضافة إلى هذه الإفتراضات ما يلي :

- إهمال الترخيم الناجم عن تأثير القوى القاصة أى أن الترخيم ناجم عن عزوم الانحناء فقط .

- الكمرة ذات محور مستقيم وليس منحنيًا سواء في المستوى الرأسى أو المستوى الأفقى .





شكل (٣-٤)

• بالإشارة إلى إتجاه الإشارات والقوى المؤثرة على القطاعات المختلفة الواردة بالشكل

السابق (٣-٤) وبفرض أن معادلة الخط المرن للترخيم هي : $y = f(x)$

بمعنى أن قيمة الترخيم (y) عند أى نقطة تبعد مسافة (x) من نقطة الأصل وهى قيمة الإحداثى الرأسى بين محور الكمرة والخط المرن كما هو مبين ، وأن ميل المماس للمنحنى عند نفس النقطة (x) بالنسبة للمحور الأفقى هى قيمة الزاوية (θ) .

• وبفرض جزء من الكمرة طوله (dx) معرض إلى عزم إنحناء قدره (M) كما هو مبين حيث أنه نتيجة لعزم الإنحناء يحدث ترخيم ودوران لمقطعيه عند نهايتى هذا الجزء (dx)

بزاوية صغيرة قدرها $(d\theta)$ وعليه فإنه عند نقطة (e) على المحور يكون ميل المماس للمنحنى يساوى (θ) والميل المناظر عند نقطة (f) والتي تبعد مسافة (dx) عن (e) يعادل $(\theta - d\theta)$.

وحيث أن العمودين على الخط المرن عند هاتين النقطتين يتقابلان عن مركز الإنحناء للمنحنى وهى النقطة (o') حيث نصف قطر المنحنى أو الخط يعادل (R) .

• بالنظر لمنحنى الترخيم (الخط المرن) عددياً فإن طول المنحنى (ef) يعادل (ds) وهو يساوى (dx) تقريباً (منطقة التعادل) .

وحيث أن قيمة القوس (ds) يعادل $d\hat{s} = R d\theta$ ،

$$\therefore \frac{1}{R} = \text{Curvature} = \text{مقلوب نصف قطر الإنحناء} = \frac{d\theta}{ds} \dots\dots\dots (15)$$

وطبقاً للإشارات الموضحة بالشكل فإنه الزيادة الموجبة فى الطول (ds) يقابلها نقص سالب

فى الزاوية (θ) بمعنى $\left(\frac{d\theta}{ds}\right)$ دائماً الإشارة سالبة

$$i.e \frac{1}{R} = -\frac{d\theta}{ds} \dots\dots\dots (15')$$

وحيث أنه $dx \cong ds$

$$\therefore \frac{1}{R} = -\frac{d\theta}{dx} \dots\dots\dots (16)$$

وحيث أن (y) دالة فى (x) $\therefore y = f(x)$

أى أن ميل المماس يعادل تفاضل (y) بالنسبة إلى (x) $i.e \tan \theta = \frac{dy}{dx}$

وحيث أن قيمة (θ) صغيرة $\therefore \tan \theta \cong \theta = \frac{dy}{dx}$

$$i.e \frac{d\theta}{dx} = \frac{d^2y}{dx^2} \dots\dots\dots (17)$$

$$\therefore \frac{1}{R} = \frac{d^2y}{dx^2} \dots\dots\dots (18)$$

وبالإشارة إلى الشكل فإن مقدار الإستطالة لنقطة على بعد (y) من مستوى التعادل تساوى مقدار الإنفعال $(\epsilon_y) \times (dx)$

$$i.e \epsilon_y . dx = Y . d\theta$$

$$i.e \epsilon_y = Y . \frac{d\theta}{dx} = \frac{Y}{R} \dots\dots\dots (19)$$

حيث (ϵ_y) مقدار الإنفعال الحادث عند نقطة تبعد مسافة (Y) من محور التعادل وحيث أن الإجهاد العمودى عند نقطة تبعد مسافة (Y) من محور التعادل تساوى

$$\sigma_y = E . \epsilon_y \quad \text{وأيضاً} \quad \frac{M.Y}{I_x} = (\sigma_y)$$

$$\therefore E . \epsilon_y = \frac{M.Y}{I_x}$$

$$\frac{Y}{R} = (\epsilon_y) \text{ وبالتعويض عن قيمة}$$

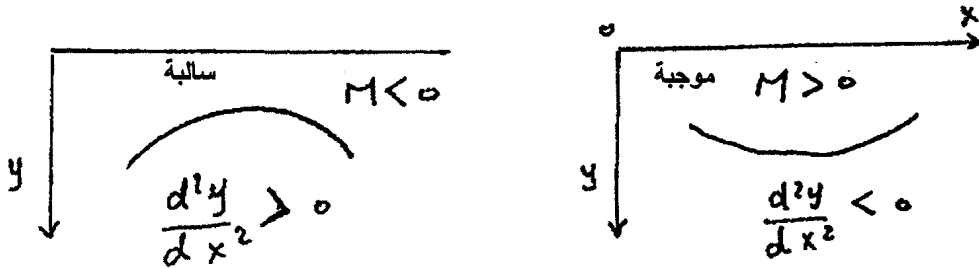
$$\therefore \frac{1}{R} = \frac{M}{EI_x} \quad (17) \text{ وهى نفس المعادلة رقم}$$

حيث القيمة (EI_x) التى فى المقام تمثل وتعبر عن جساءة الكمره فى الإنحناء والتى تسمى جساءة الإنحناء (Flexural stiffness أو Flexural rigidity) ومن المعادلات رقم (٧) ورقم (١٨)

$$\therefore \frac{d^2 y}{dx^2} = y'' = -\frac{M}{EI_x} \dots\dots\dots (20)$$

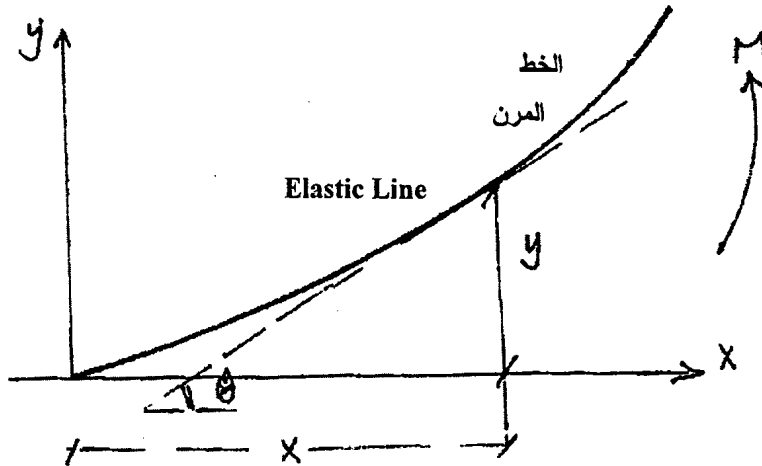
وهذه تمثل المعادلة التفاضلية لخط الإنحناء المرن للكمرة حيث (M) هى قيمة عزم الإنحناء عند قطاع يبعد مسافة (x) من نقطة الأصل ، (y) هو قيمة الترخيم المناظر عند هذا القطاع.

- بالنظر إلى المعادلة رقم (٢٠) نجد أنه إذا كان عزم الإنحناء (M) موجب (i.e $M > 0$) فإن القيمة $\frac{d^2 y}{dx^2}$ هى قيمة سالبة ، والعكس بالعكس أى إذا كانت (M) سالبة (i.e $M < 0$) فإن قيمة $\frac{d^2 y}{dx^2}$ تكون موجبة كما هو موضح بالشكل التالى (٤-٤) :



شكل (٤-٤)

- هذا وتجدر الإشارة إلى أن المعادلة رقم (٢٠) يمكن إستنتاجها أيضاً رياضياً من علاقة الإحداثيات (y) مع (x) كما هو مبين بالشكل التالي (٥-٤) الذي يمثل منحنى خط الإحناء المرن (elastic line) نتيجة لعزم الإحناء المؤثر (M) ، (y) ، (x) هما إحداثيات أى نقطة على هذا المنحنى



شكل (٥-٤)

حيث علاقة نصف قطر الإحناء الرياضية كما يلي

$$\frac{1}{R} = \frac{y''}{(1 + y'^2)^{3/2}} \dots\dots\dots (21)$$

حيث : (y'') هى مقدار التفاضل الثانى للقيمة (y) وهى الترخيم ، $\frac{d^2y}{dx^2}$ ، (y') هى ميل

المماس للمنحنى وهى مقدار التفاضل الأول حيث

$$y' = \frac{dy}{dx} = \tan \theta \cong \theta$$

وحيث أن قيمة (θ) صغيرة \therefore قيمة $y'^2 = \left(\frac{dy}{dx}\right)^2$ يمكن إهمالها بالمقارنة بالواحد الصحيح الذى فى المقام

$$i.e \frac{1}{R} \cong y'' \cong \frac{d^2y}{dx^2}$$

$$\frac{1}{R} = -\frac{M}{EI_x} \quad \text{وحيث أن}$$

$$\therefore \frac{d^2y}{dx^2} = y'' = -\frac{M}{EI_x}$$

وهى نفس المعادلة السابق إستنتاجها فى المعادلة رقم (٢٠) وهذه المعادلة تنص على أن قيمة عزم الإنحناء (M) عند أى نقطة على بعد (x) من نقطة الأصل تتناسب مع مقدار التفاضل الثانى للترخيم (y) عند نفس النقطة .

• وحيث أن قيمة القوة القاصة (Q) = تفاضل عزم الإنحناء بالنسبة إلى (x) والوزن على

المتر الطولى (ω) = - تفاضل القوة القاصة بالنسبة إلى (x)

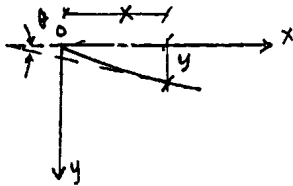
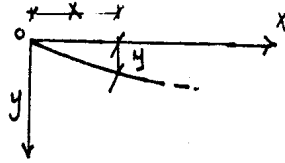
$$i.e \therefore Q = -\frac{dM}{dx} \quad , \quad \omega = -\frac{dQ}{dx}$$

وعليه فإن القيم التالية تعبر عن العلاقات المختلفة التى تربط قيمة الترخيم (y) وميل المماس

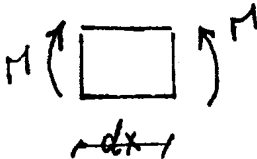
للمنحنى (θ) وقيم كل من عزم الإنحناء (M) ، والقوى القاصة (Q) ، قيمة الحمل المؤثر

الموزع على الكرة (ω) :

الترخيم دالة فى (x) $y = f(x)$



$$y' = f'(x) = \frac{dy}{dx} = \theta = \text{ميل المماس}$$



$$y'' = f''(x) = -\frac{M}{EI_x} = - \frac{\text{عزم الإنحناء}}{\text{صلابة الإنحناء}}$$

$$\begin{array}{c} \uparrow Q \quad \downarrow Q \\ \boxed{} \\ \text{---} dx \text{---} \end{array} \quad y''' = f'''(x) = -\frac{Q}{EI_x} = -\frac{\text{القوة القاصة}}{\text{صلابة الإنحناء}}$$

$$\begin{array}{c} \omega t/m' \\ \boxed{} \\ \text{---} dx \text{---} \end{array} \quad y^{iv} = f^{iv}(x) = \frac{\omega}{EI_x} = \frac{\text{كثافة توزيع الحمل}}{\text{صلابة الإنحناء}}$$

- وتبعاً لما جاء بهاليه فإنه لحالة عامة للكمرة ذات صلابة متغيرة (variable stiffness) أى المقطع غير ثابت أى قيمة ($E I_x$) غير ثابتة على كامل الطول

$$\left. \begin{array}{l} \therefore \theta = -y' \\ ' M = -EI_x y'' \\ Q = (-EI_x y')' \\ ' \omega = (-EI_x y'')' \end{array} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

بينملا فى حالة كمرة ذات قطاع ثابت (مقدار ثابت $E I_x$) فإن هذه القيم تصبح

$$\left. \begin{array}{l} \theta = -y' \\ ' M = -EI_x y'' \\ Q = -EI_x y''' \\ ' \omega = EI_x y^{iv} \end{array} \right\} \dots\dots\dots (21')$$

- بالنظر وبفحص المعادلات والعلاقات السابقة يتبين أنه فى حالة كمرة ذات مقطع ثابت

ومعرضة إلى حمل موزع بانتظام ذو قيمة ثابتة $\omega H_m'$ إذن مقدار ثابت $y^{iv} = \frac{\omega}{EI_x}$

وبالتالى فإن شكل منحنى الترخيم بمحور الكمرة (خط الإنحناء المرن) سوف يكون

عبارة عن منحنى من الدرجة الرابعة ، وأيضاً إذا ما كانت قيمة الحمل الموزع ($\omega = 0$)

(i.e $Q = \text{constant}$) أى معرضة إلى قوة قاصة (Q) ذات قيمة ثابتة فى أى كمرة ما

فإن الكمرة سوف تتحنى على شكل منحنى من الدرجة الثالثة .

- هذا وتجدر الإشارة إلى أن المعادلات والعلاقات السابقة لا يصح تطبيقها إلا فى حالة الكمرات الجاسئة (rigid beams) أى التى لها عمق كبير نسبياً بالنسبة إلى عرض قطاعها ولكن لا يصح تطبيقها فى الكمرات النحيفة نتيجة للإزاحات المحتمل تولدها فى المستوى العمودى على الحمل وعليه فى مثل هذه الحالات من الكمرات النحيفة فإنه يجب تطبيق المعادلة العامة لخط الإنحناء المرن (Elastic Line) وهى

$$-\frac{M}{EI_x} = \frac{y'''}{(1+y'^2)^{3/2}}$$

٤-٢-٤ طرق حساب الترخيم المرن الناتج عن عزم الإنحناء :

METHODS OF CALCULNTING ELASTIC DEFLECTIONS DUE TO BENDING MOMENT :

- توجد طرق كثيرة لحساب قيم الترخيم المرن الناتج من عزم الإنحناء فى الكمرات نذكر بعضها فيما يلى :

- طريقة التكامل المزدوج Double Integration Method
 - طريقة الأوزان المرنة Elastic-Weight Method
 - طريقة العزم والمساحة Moment-area Method
 - طريقة المعادلة العامة للتخيم Universal Equation Method
- وفىما يلى شرح لهذه الطرق

٤-٢-٤-١ طريقة التكامل المزدوج Double Integration Method :

- فى هذه الطريقة يمكن الحصول على قيمة الترخيم عند أى نقطة فى كمره ما نتيجة لعزم الإنحناء عن طريق المعادلة التفاضلية التى تربط قيمة الترخيم مع المسافة (x) وقيمة عزم الإنحناء المؤثر عند نفس النقطة وهى

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M_x}{EI_x}$$

- حيث يمكن إيجاد قيمة عزم الإنحناء (M) عند أى نقطة (x) تبعد عن نقطة الأصل وذلك بدلالة المسافة (x) وبتكاملها مرة نحصل على ميل المماس ثم بتكاملها مرة ثانية نحصل على قيمة الترخيم (y) عند هذه النقطة وذلك كالاتى :

$$\frac{dy}{dx} = \int -\frac{M}{EI_x} dx + C_1$$

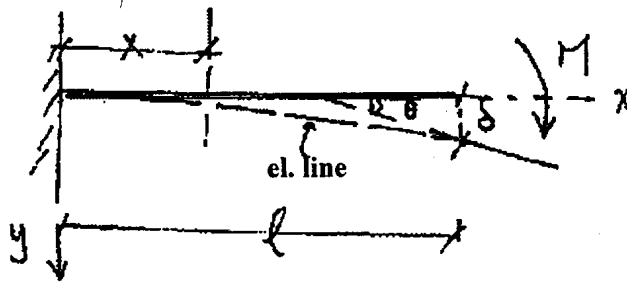
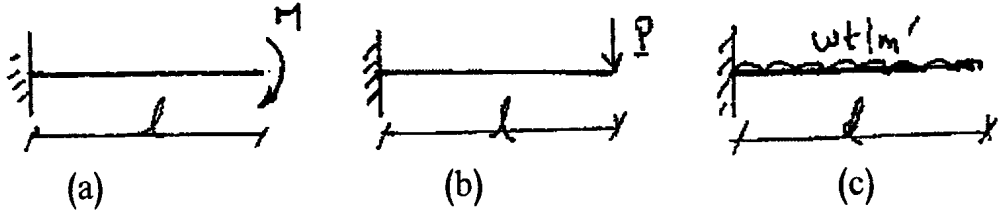
وبتكامل هذه المعادلة مرة ثانية نحصل على قيمة (y) وهو الترخيم

$$i.e y = \int \frac{dy}{dx} . dx = \iint - \frac{M}{EI} . dx . dx + C_1 . x + C_2$$

حيث (C₁) ، (C₂) ثوابت يمكن إيجادهما وتحديدتهما من ظروف تحميل ونهايات الكمرة وطريقة إرتكازها ومن قيم الترخيم وميل المماس عند نقاط محددة معروفة كما سوف يتضح من الأمثلة التالية :

مثال رقم (١) :

المطوب حساب قيمة الترخيم وميل المماس عند نهاية الكمرات الكابولية التالية والمعرضة إلى الأحمال المبينة بالشكل وذات (EI_x) مقدار ثابت



الحل : الحالة (a) :

$$\therefore \text{المعادلة التفاضلية هي } \frac{d^2 y}{dx^2} = - \frac{M_x}{EI_x}$$

حيث (M_x) هو قيمة عزم الإنحناء عند أى نقطة تبعد مسافة (x) عند نقطة الأصل (0)

$$\therefore M_x = - M$$

$$\therefore \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M}{EI_x}$$

وبالتكامل مرة بالنسبة إلى (x)

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \int \frac{M}{EI_x} . x + C_1$$

وبالتكامل مرة ثانية

$$\therefore y = \int \frac{dy}{dx} = \frac{Mx^2}{2EI_x} + C_1 \cdot x + C_2$$

حيث (C_1) ، (C_2) ثوابت يمكن إيجادهما من (Boundary Conditions) حيث الترخيم $(y) = \text{صفر عند } (x) = \text{صفر}$

$$\therefore 0 = 0 + 0 + C_2 \rightarrow \therefore C_2 = 0$$

، ميل المماس $y' = 0$ عند $x = 0$: $x = 0$ ، $\frac{dy}{dx} = y' = 0$ at $x = 0$

$$\therefore 0 = 0 + C_1 \rightarrow C_1 = 0$$

وعليه تصبح معادلات كل من ميل المماس والترخيم بعد تكاملهما بالنسبة إلى (x) والتعويض عن قيم (C_1) ، (C_2) كالاتى :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{M}{EI_x} \cdot x = \tan \theta = \theta$$

$$y = \frac{M}{2EI_x} \cdot x^2$$

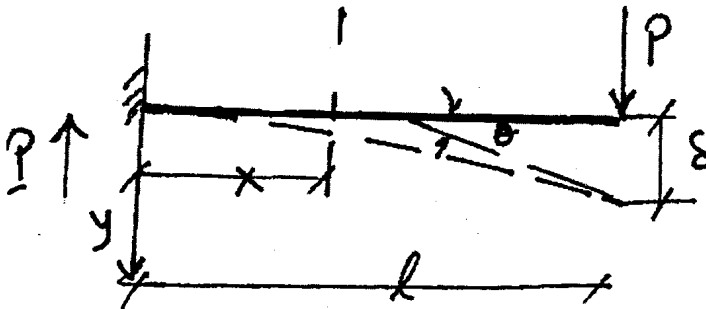
وعليه فإنه عند نهاية الكمره أى عند $x = \ell$ يصبح

$$\theta_{x=\ell} = \frac{M\ell}{EI_x} \quad * \quad \text{ميل المماس}$$

$$\delta = \frac{M\ell^2}{2EI_x} \downarrow \quad * \quad \text{والترخيم}$$

وهو بإشارة موجبة أى إلى أسفل

الحاله (b) :



• قيمة عزم الإنحناء عند قطاع على بعد مسافة (x) من نقطة الأصل (0) يساوى

$$M_x = -P(\ell - x)$$

وهذه المعادلة صالحة في الحدود $0 \leq x \leq \ell$

$$\therefore \frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{M_x}{EI_x} = \frac{P(\ell - x)}{EI_x}$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \int \frac{P(\ell - x)}{EI_x} dx = \frac{P}{EI_x} \left(\ell x - \frac{x^2}{2} \right) + C_1$$

حيث (C_1) ثابت بتعيين من $\frac{dy}{dx} = y'$ ميل المماس = 0 عند $x = 0$

$$\therefore 0 = 0 + C_1 \rightarrow C_1 = 0$$

وعليه فإن

$$\frac{dy}{dx} = \frac{P}{EI_x} \left(\ell x - \frac{x^2}{2} \right)$$

وبالتكامل

$$\therefore y = \frac{P}{EI_x} \int \left(\ell x - \frac{x^2}{2} \right) dx$$

$$y = \frac{P}{EI_x} \left(\frac{\ell x^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right) + C_2$$

حيث (C_2) ثابت يتعين من $y = 0$ عند $x = 0$

$$\therefore 0 = 0 + C_2 \rightarrow C_2 = 0$$

$$\therefore y = \frac{P}{EI_x} \left(\frac{\ell x^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right)$$

وهي معادلة منحنى الترخيم

وعليه فإن قيم ميل المماس (θ) عند $x = \ell$ والترخيم (δ) عند $x = \ell$ من المعادلات

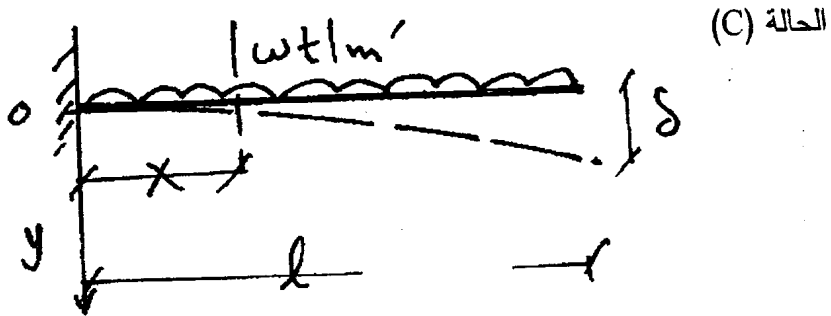
السابقة

$$\therefore \theta_{x \text{ at } x=\ell} = \frac{P}{EI_x} \left(\ell \cdot \ell - \frac{\ell^2}{2} \right)$$

$$= \frac{P\ell^2}{2EI} \quad (\text{موجب})$$

$$\therefore \delta_{x \text{ at } x=\ell} = \frac{P}{EI_x} \left(\frac{\ell \cdot \ell^2}{2} - \frac{\ell^3}{6} \right)$$

$$= \frac{P\ell^3}{3EI_x} \quad \downarrow \quad (\text{موجب إلى أسفل})$$



وبإتباع نفس الخطوات والطريقة فإن :

$$M_x = -\frac{\omega(\ell-x)^2}{2} \quad 0 \leq x \leq \ell$$

$$\therefore \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{\omega(\ell-x)^2}{2EI_x}$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \int \frac{\omega(\ell-x)^2}{2EI_x} \cdot dx = \frac{\omega}{2EI_x} (\ell^2 x - \ell x^2 + \frac{x^3}{3}) + C_1$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{\omega}{2EI_x} \left(\ell^2 x - \ell x^2 + \frac{x^3}{3} \right) + C_1$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = 0 \quad \text{at } x=0 \quad \text{then} \rightarrow C_1 = 0$$

$$\therefore y = \frac{\omega}{2EI_x} \left[\frac{\ell^2 x^2}{2} - \frac{\ell x^3}{3} + \frac{x^4}{12} \right] + C_2$$

$$\therefore y = 0 \quad \text{at } x=0 \rightarrow C_2 = 0$$

$$\therefore \theta_{\text{at } x=\ell} = \frac{\omega}{2EI_x} \left(\ell^3 - \ell^3 + \frac{\ell^3}{3} \right) = \frac{\omega \ell^3}{6EI} \quad (\text{موجب})$$

$$y_{\text{at } x=\ell} = \frac{\omega}{2EI_x} \left(\frac{\ell^4}{2} - \frac{\ell^4}{3} + \frac{\ell^4}{12} \right)$$

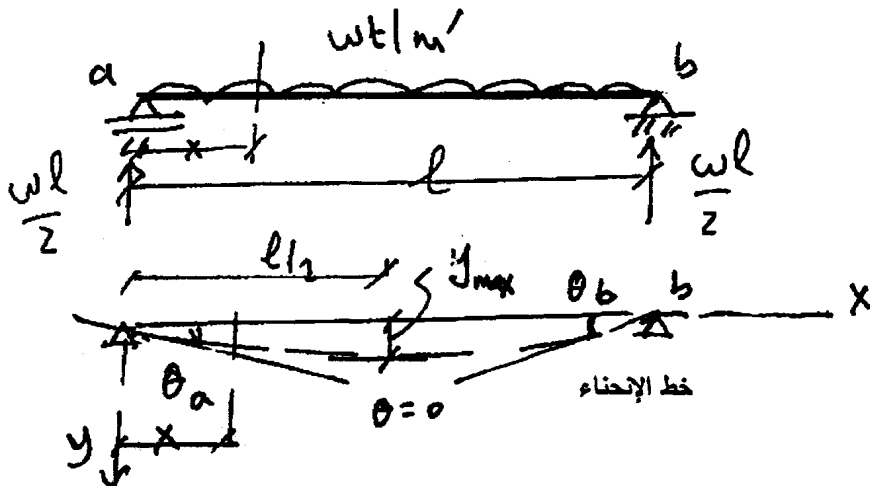
$$= \frac{\omega \ell^4}{8EI_x} \quad (\text{موجب إلى أسفل})$$

مثال رقم (٢) :

للكمرة البسيطة الإرتكاز ذات الطول (ℓ) والمعرضة إلى حمل موزع بانتظام قدره ($\text{wt/m}'$)

المطلوب :

حساب قيمة ميل المماس عند النقطتين (a) ، (b) وكذلك قيمة أقصى ترخيم ومكانه .



الحل :

يتم إيجاد قيم ردود الأفعال عند كل من التركيزين (a) ، (b) والذي يساوى $\left(\frac{\omega \ell}{2}\right)$

∴ عزم الإنحناء عند مسافة (x) مقاسة من نقطة (a) وهى نقطة الأصل

$$\therefore M_x = \frac{\omega \ell}{2} \cdot x - \frac{\omega x^2}{2} \quad 0 \leq x \leq \ell$$

$$\therefore \frac{d^2 y}{dx^2} = - \left(\frac{\omega \ell}{2} \cdot x - \frac{\omega x^2}{2} \right) \frac{1}{EI_x}$$

$$\therefore EI_x \cdot \frac{dy}{dx} = \int - \left(\frac{\omega \ell}{2} \cdot x - \frac{\omega x^2}{2} \right) dx$$

$$\therefore EI_x \cdot \frac{dy}{dx} = - \frac{\omega \ell x^2}{4} + \frac{\omega x^3}{6} + C_1$$

حيث ميل المماس للمنحنى = صفر عند $x = \frac{\ell}{2}$ ، ∴ $\frac{dy}{dx} = 0$ at $x = \frac{\ell}{2}$

$$\therefore 0 = - \frac{\omega \ell \cdot \ell^2}{16} + \frac{\omega \ell^3}{48} + C_1 \rightarrow C_1 = \frac{\omega \ell^3}{24}$$

$$\therefore EI_x \cdot \frac{dy}{dx} = - \frac{\omega \ell x^2}{4} + \frac{\omega x^3}{6} + \frac{\omega \ell^3}{24}$$

$$\theta_{a \text{ at } x=0} = \frac{1}{EI_x} \cdot \frac{\omega \ell^3}{24} = \frac{\omega \ell^3}{24 EI_x} \text{ (+ve) موجب}$$

$$\theta_{b \text{ at } x=\ell} = - \frac{\omega \ell^3}{24 EI_x} \text{ (-ve) سالبة}$$

وبتكامل معادلة ميل المماس بالنسبة إلى (x)

$$\therefore EI_x \cdot y = \frac{-\omega \ell x^3}{12} + \frac{\omega x^4}{24} + \frac{\omega \ell^3}{24} \cdot x + C_2$$

$$0 \leq x \leq \ell$$

$$y = 0 \text{ at } x = 0 \rightarrow C_2 = 0 \quad \text{حيث}$$

∴ معادلة الترقيم هي

$$y = \frac{-\omega}{12EI_x} \left[\ell x^3 - \frac{x^4}{2} - \frac{\ell^3 x}{2} \right]$$

وحيث أن أقصى ترقيم يحدث عند $y' = 0$ أي عند $x = \ell/2$

$$\therefore y_{\max} = \delta_{\max} = \text{أقصى ترقيم}$$

$$= \frac{-\omega}{12EI_x} \left[\frac{\ell^4}{8} - \frac{\ell^4}{32} - \frac{\ell^4}{4} \right] = \frac{5}{384} \frac{\omega \ell^4}{EI_x}$$

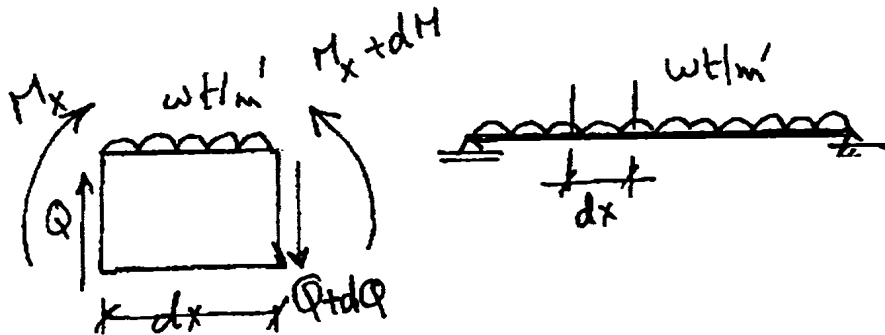
(↓ موجب) موجب إلى أسفل

٢-٤-٢-٤ طريقة الأوزان المرنة : Method of Elastic Weight

- كما برهنا سابقاً بأن العلاقة بين ترقيم أي كمر (y) عند أي نقطة على بعد (x) يتحدد من المعادلة التفاضلية التالية

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = - \frac{M_x}{EI_x} \quad \dots\dots\dots (20)$$

حيث (M_x) قيمة العزم المؤثر على جزء من الكمر طول (dx) ويبعد مسافة (x) من نقطة الأصل كما هو موضح بالشكل التالي (٦-٤) :



شكل (٦-٤)

• فلو فرضنا جزء طوله (dx) من الكمرة تم إستخراجه مع بيان القوى للداخلية المؤثرة عليه وهى عزوم الإنحناء (M) والقوة القاصة (Q) عند القطاع الذى على الشمال وعند القطاع الذى على اليمين والذى يبعد عنه (dx) فيكون معرض إلى حمل موزع قدره (wt/m') على الطول (dx) وإلى أسفل بالإضافة إلى عزم إنحناء قدره (M+dM) وقوة قاصة إلى أسفل قدرها (Q + dQ) .

ومن إتزان القوى سواء عزوم الإنحناء أو القوى الرأسية على هذا الجزء

$$\therefore M + Qdx = M + dM \rightarrow Q = \frac{dM}{dx}$$

أى أن القوة القاصة عند أى مسافة (x) تعادل تفاضل قيمة العزم بالنسبة للمسافة (dx)

$$Q - \omega \cdot dx = Q + dQ \rightarrow \omega = -\frac{dQ}{dx}$$

أى أن قيمة الحمل الموزع عددياً تساوى تفاضل قيمة القوة القاصة (Q) بالنسبة للمسافة (dx)

$$\therefore \omega = -\frac{d}{dx} \left(\frac{dM}{dx} \right) = -\frac{d^2 M}{dx^2} \dots\dots\dots (21)$$

بمعنى أن التفاضل الثانى لقيمة عزم الإنحناء عند أى مسافة (x) يساوى قيمة الحمل الموزع (wt/m') على المسافة (dx) وفى إتجاه معاكس

• وبمقارنة المعادلتين التفاضليتين رقم (٢٠)، (٢١) يتبين أن لهما نفس الفورمة أى أن

علاقة الترخيم (y) بالمقدار $\left(\frac{M}{EI_x} \right)$ هى نفس العلاقة بين عزم الإنحناء (M) بالمقدار (ω) وهذا يعنى أن قيمة الترخيم (y) عند أى نقطة يمكن الحصول عليها بسهولة حيث أنها تساوى قيمة عزم الإنحناء لكمرة محملة بحمل تخيلى يعادل قيمة $\left(\frac{M}{EI_x} \right)$ حيث

(M) هى قيمة عزم الإنحناء الواقع على الكمرة .

• وبفرض أن قيمة $\left(\frac{M}{EI_x} \right)$ ما هى إلى حمل تخيلى كما ذكرنا يطلق عليه الأوزان المرنة

(Elastic Weights) وهذه الأوزان المرنة تعتبر موجبة إذا كان عزم الإنحناء موجباً

وإتجاهها إلى أسفل والعكس بالعكس أى تعتبر سالبة إذا كان عزم الإنحناء سالباً وإتجاهها إلى أعلى .

وبتكامل المعادلة رقم (٢١)

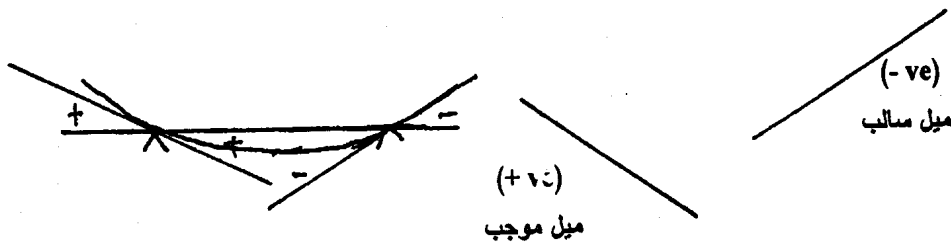
$$\therefore \frac{dM}{dx} = - \int \omega dx$$

$$, \frac{dy}{dx} = - \int \frac{M}{EI_x} . dx$$

$$i.e Q = - \int \omega dx \dots\dots\dots (22)$$

$$, \theta = slope = \frac{dy}{dx} = - \int \frac{M_x}{EI} dx \dots\dots\dots (23)$$

- أيضاً المعادلات (٢٢)، (٢٣) متشابهان ومتماثلان حيث يتبين منهما أن ميل الخط المرن يمكن إيجاده وحساب قيمته بأنه يعادل قيمة القوى القاصة عند أى نقطة بكمرة محملة بوزن مرن قدره $\left(\frac{M}{EI_x} \right)$ ، وفى هذه الحالة يسمى منحنى القوى القاصة نتيجة للأوزان المرنه بالمنحنى المرن للقوى القاصة وكذلك عزوم الإنحناء نتيجة لهذه الأوزان المرنه يسمى منحنى عزم الإنحناء المرن .
- هذا ويعتبر الميل موجب إذا كانت القوى القاصة المرنه موجبة والعكس بالعكس كما هو مبين بالشكل (٧-٤)



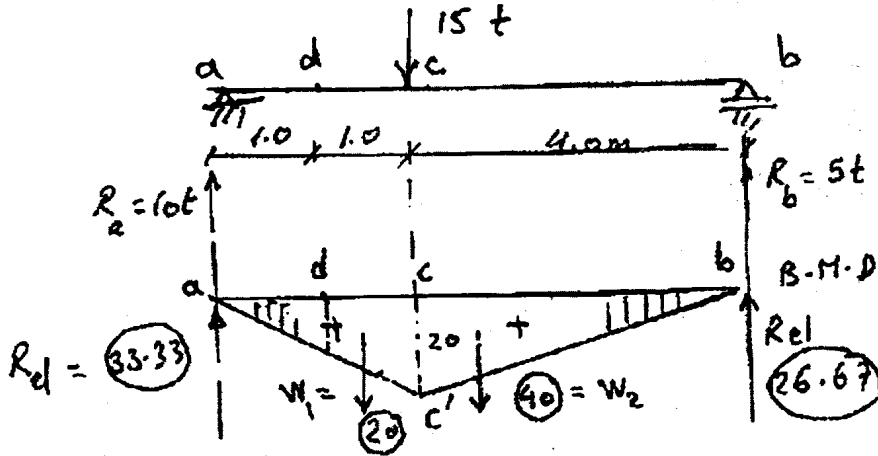
شكل (٧-٤)

ملحوظة هامة :

- إذا ما كان قيمة القص الناتج من الأوزان المرنه عند قطاع ما يساوى صفراً فإن ذلك يعنى أن ميل للمماس لمنحنى خط الإنحناء المرن يساوى صفر وبالتالي قيمة الترخيم عند هذا القطاع تكون ذات أقصى قيمة (δ_{max}) .

مثال (٣) :

المطلوب حساب قيمة ميل المماسات عند النقاط (a) ، (b) ، (c) وكذلك قيم الترخيم عند النقاط (c) ، (d) بالإضافة إلى قيمة أقصى ترخيم للكمرة المعرضة للأحمال والمبينة بالشكل حيث $(EI = \text{مقدار ثابت})$ شكل (٨-٤) .



شكل (٨-٤)

الحل :

الخطوات :-

• نوجد قيم ردود الأفعال عند الركائز

$$R_b = \frac{15 \times 2}{6} = 5.0 t, R_a = 15 - 5 = 10 t$$

• يتم رسم منحنى عزوم الإحناء (B.M.D) كما هو موضح وهي عبارة عن مثلث ذو أقصى قيمة تعادل ٢٠ طن.م عند نقطة (c) تحت الحمل المركز وهي علاقة خطية حيث الحمل حمل مركز وهو عزم إحناء موجب .

• يتم اعتبار منحنى عزوم الإحناء أوزان مرنة تؤثر إلى أسفل حيث أنها موجبة وذات قيم (W_1) ، (W_2) حيث :

$$W_1 = \frac{1}{2} \times 20 \times 2 = 20 \downarrow \text{موجبة}$$

وتؤثر في مركز ثقل المثلث (a c c')

$$W_2 = \frac{1}{2} \times 20 \times 4 = 40 \downarrow \text{موجبة}$$

وتؤثر في مركز ثقل المثلث (b c c')

• يتم إيجاد قيم ردود الأفعال المرنة لهذه الأوزان المرنة عند كل من (a) ، (b)

$$M_{@} = 0$$

$$\therefore R_{elb} = \frac{1}{6} \times 20 \times \frac{4}{3} + \frac{40 \times 10}{3} = 26.67 \text{ m}^2.t \quad \uparrow \quad \text{إلى أعلى}$$

$$M_{@} = 0$$

$$\therefore R_{ela} = \frac{1}{6} \times 40 \times \frac{8}{3} + 20 \times \frac{14}{3} = 33.33 \text{ m}^2.t \quad \uparrow \quad \text{إلى أعلى}$$

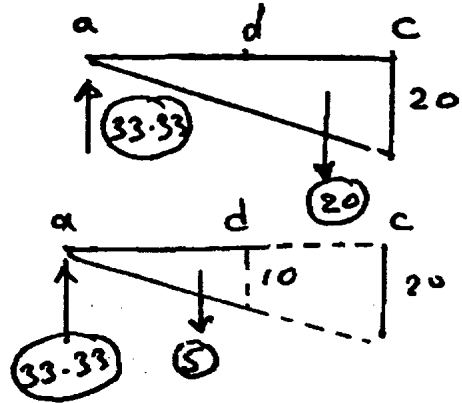
$$\text{Check } \Sigma Y = 0 \quad \therefore 33.33 + 26.67 - 20 - 40 = 0 \quad (o.k)$$

وباعتبار عزوم الإحناء أوزان وكذلك ردود الأفعال المرنة فإنه يمكن حساب قيم ميل المماس وقيم الإحناء حيث ميل المماس يعادل قيمة القوى القاصة عند المقطع المطلوب حساب ميل المماس عنده مقسوماً على (E I) وقيمة الترخيم يعادل قيمة عزم الإحناء الناتج عن الأوزان المرنة عند هذا القطاع مقسوماً على (E I) وحسب الإشارات المتعارف عليها .
- ميل المماس عند النقاط المختلفة (a) ، (b) ، (c)

$$\theta_a = + \frac{33.33}{EI_x} \quad (\text{موجب})$$

$$\theta_b = - \frac{26.67}{EI_x} \quad (\text{سالب})$$

$$\theta_c = \frac{1}{EI_x} [33.33 - 20] = \frac{+13.33}{EI_x} \quad (\text{موجب})$$



الترخيم عند نقطة (c)

$$\therefore \delta_c = \frac{1}{EI_x} \left[33.33 \times 2 - 20 \times \frac{2}{3} \right] = \frac{53.33}{EI_x} \quad \downarrow \quad (\text{موجب إلى أسفل})$$

، الترخيم عند نقطة (d)

(موجب إلى أسفل) (↓)

• ولحساب قيمة أقصى ترخيم يحدث في الكمرة يكون ذلك عند القطاع أو النقطة التي

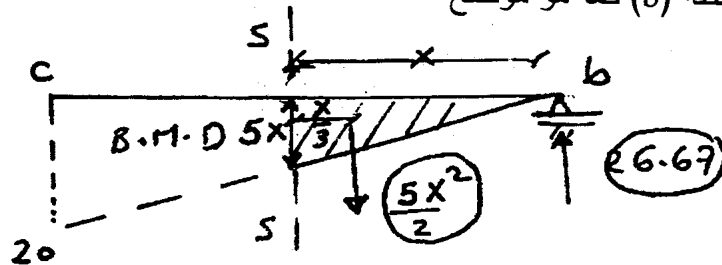
عندها ميل المماس لمنحني الخط المرن يساوي صفر

i.e at $\theta = 0$

وحيث أن قيمة (θ_a) أكبر من قيمة (θ_b) ، ذات إشارة موجبة

∴ القطاع الذى عند $\theta = 0$ يحدث عند قطاع (s-s) يقع بعد نقطة (c) أى على بعد مسافة

(x) من النقطة (b) كما هو موضح



• يتم حساب قيمة (θ_{s-s}) عند القطاع $(s-s)$ ونساويها بالصفر

$$ie\theta_{s-s} = \frac{1}{EI_x} \left[-26.67 + \frac{5x^2}{2} \right] = 0 \rightarrow \therefore x = 3.27 \text{ ms}$$

وعليه فإن قيمة δ_{\max} عند القطاع (s - s) تساوى

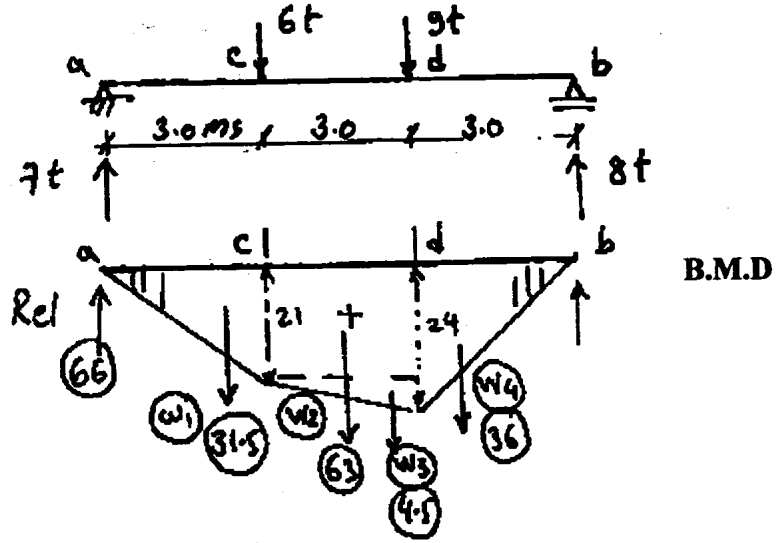
$$\delta_{\max} = \frac{1}{EI_x} \left[26.67 \times 3.27 - \frac{5}{2} \cdot (3.27)^2 \cdot \frac{3.27}{3} \right]$$

$$= + \frac{58.07}{EI_x} \quad \downarrow \text{(موجب إلى أسفل)}$$

مثال (۴) :

المطلوب حساب قيمة ميل المماس والترحيم عند النقطتين (c) ، (d) وكذلك قيمة أقصى

ترخيص للكمرة المحملة بالأحمال المبينة بالشكل $E I = 10000 \text{ m}^2.t$ شكل (٩-٤) .



شكل (٩-٤)

الحل :

يتم إيجاد ردود الأفعال ثم يتم رسم منحنى توزيع عزم الإحناء على الكمرة (B.M.D)

$$R_a = 7t, \quad R_b = 8t$$

• يتم إيجاد قيم الأوزان المرنة w_1, w_2, w_3, w_4 وهي تساوى المساحات لمنحنى عزم الإحناء

$$i.e \quad w_1 = \frac{1}{2} \times 3 \times 21 = 31.5$$

$$w_2 = 3 \times 21 = 63$$

$$w_3 = \frac{1}{2} (24 - 21) \times 3 = 4.5$$

$$w_4 = \frac{1}{2} \times 24 \times 3 = 36$$

• يتم إيجاد قيم ردود الأفعال المرنة عند (a) ، (b)

$$\therefore R_{db} = \frac{1}{9} [31.5 \times 2 + 4.5 \times 63 + 4.5 \times 5 + 36 \times 7]$$

$$= 69 \uparrow m^2.t$$

$$, \quad R_{da} = 31.5 + 63 + 4.5 + 36 - 69 = 66 \uparrow m^2.t$$

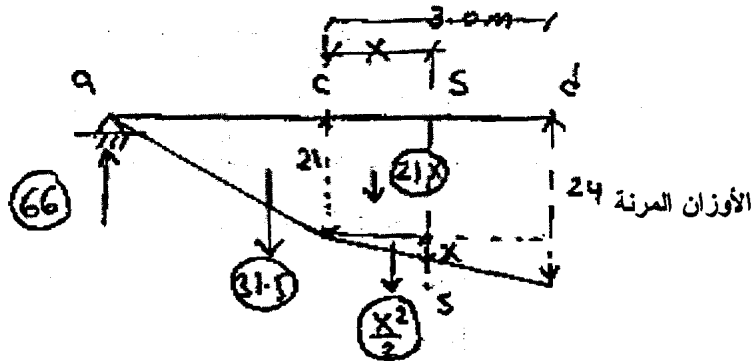
$$\therefore \theta_c = \frac{+66-31.5}{10000} = +0.00345 \quad (\text{موجب})$$

$$\therefore \theta_d = \frac{+66-63-31.5-4.5}{10000} = -0.0033 \quad (\text{سالب})$$

$$\therefore \delta_c = \frac{66 \times 3 - 31.5 \times 1.0}{10000} = +0.01665m. \quad \downarrow \quad (\text{موجب إلى أسفل})$$

$$\therefore \delta_d = \frac{69 \times 3 - 36 \times 1.0}{10000} = +0.0171m. \quad \downarrow \quad (\text{موجب إلى أسفل})$$

• ولإيجاد قيمة أقصى ترخيم فإنه يحدث ميل المماس يساوى صفر i.e at $\theta = 0$ حيث القطع الذى عنده قيمة القص المرن يساوى صفر أى يقع عند قطاع بين نقطتى (c,d) أى عند قطاع (s-s) ببعد مسافة (x) من نقطة (c) كما هو موضح



$$\therefore \theta_{s-s} = \frac{1}{EI} \left[66 - 31.5 - 21x - \frac{x^2}{2} \right] = 0$$

$$\therefore x^2 + 42x - 69 = 0.$$

$$\therefore x = 1.7 \text{ ms.}$$

$$\therefore \delta_{\max} = \frac{1}{EI} \left[66 \times 4.7 - 31.5 \times 2.7 - 21 \times 1.7 \times \frac{1.7}{2} - \frac{(1.7)^2}{2} \times \frac{1.7}{3} \right]$$

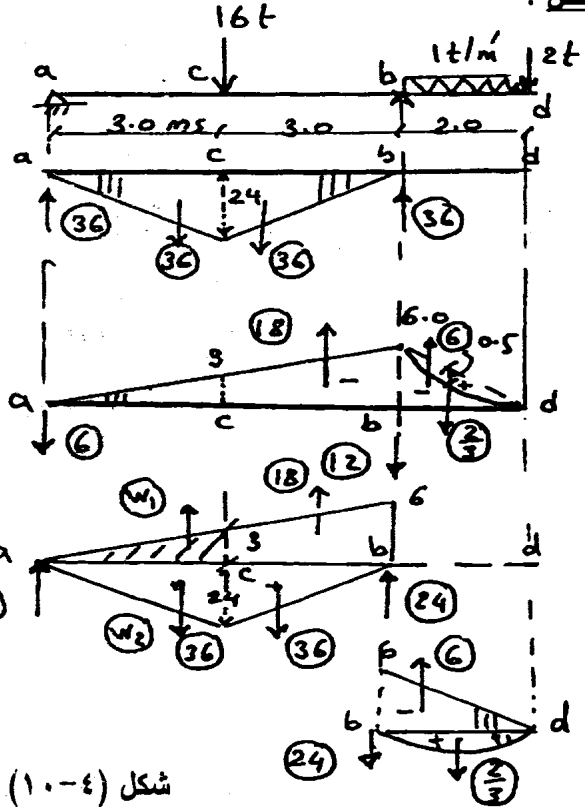
$$= + \frac{193.986}{10000} = +0.0194 \text{ m} \quad \downarrow \quad (\text{موجبة إلى أسفل})$$

مثال (٥) :

المطلوب حساب ميل المماس عند النقاط (a) ، (b) ، (c) وأيضاً أوجد قيمة الترخيم المتولد عند نقطة (c) ، نقطة (d) فى نهاية الكابولى للكمرة المحملة بالأحمال المبينة بالشكل . $E I_x = \text{constant}$ ، شكل (١٠-٤) .

الحل :

عزم الإنحناء الموجب بين (a) ، (b)
نتيجة للحمل (١٦) طن عند نقطة (c)



عزم الإنحناء السالب على طول الكمرة
نتيجة للأحمال الواقعة على الكابولى (bd)

شكل (١٠-٤)

- يتم رسم منحنيات عزوم الإنحناء الموجبة والسالبة على كامل طول الكمرة .
- يتم حساب الأوزان المرنة بين الركائز فقط (مساحات عزوم الإنحناء بين الركائز فقط) وذلك لحساب ردود الأفعال المرنة عند كل من الركائز (a) ، (b) كما يلى :

$$R_{ela} = 36 - 6 = 30 \text{ m}^2 \cdot \text{t} \quad \uparrow$$

$$R_{elb} = 36 - 12 = 24 \text{ m}^2 \cdot \text{t} \quad \uparrow$$

$$\therefore \theta_a = \frac{+30}{E I_x} (+ve)$$

$$\theta_b = \frac{-24}{E I_x} (-ve)$$

- ولإيجاد ميل المماس والترخيم عند نقطة (c) يتم حساب الأوزان المرنة حتى القطاع عند (c) كالآتي :

$$w_1 = \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = 4.5 \text{ m}^2.t \quad \uparrow$$

$$w_2 = 36 \text{ m}^2.t \quad \downarrow$$

$$\therefore \theta_c = \frac{+30 + 4.5 - 36}{EI_x} = \frac{-1.5}{EI_x} (-ve)$$

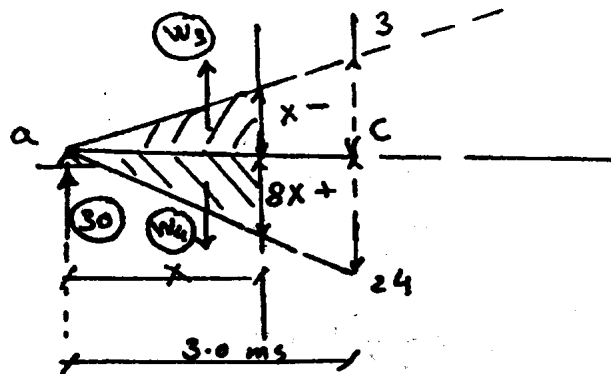
$$\delta_c = \frac{30 \times 3 + 4.5 \times 1.0 - 36 \times 1}{EI_x} = \frac{+57.5}{EI_x} \quad \downarrow \quad (\text{موجب إلى أسفل})$$

- ولحساب ميل المماس والترخيم عند نقطة (d) في نهاية الكابولي يتم أخذ الكابولي لوحده مع عكس رد الفعل المرن ($R_{e/b}$) عند نقطة (b) إلى أسفل وأخذ الأوزان المرنة بين النقطتين (b)، (d) على كامل طول الكابولي كما هو مبين عند حساب كل من ميل المماس والترخيم

$$\therefore \theta_d = \frac{-24 + 6 - \frac{2}{3}}{EI_x} = \frac{-18\frac{2}{3}}{EI_x} (-ve)$$

$$\delta_d = \frac{-24 \times 2 + 6 \times \frac{2}{3} \times 2 - \frac{2}{3} \times 1}{EI_x} = \frac{-40\frac{2}{3}}{EI_x} \quad \uparrow \quad (\text{إلى أعلى سالب})$$

- ولحساب أقصى قيمة ترخيم فإنها سوف تكون عند قطاع يقع بين نقطة (a)، (d) حيث ميل المماس يساوى صفراً وليكن هذا القطاع على بعد مسافة (x) من نقطة (a) كما هو مبين



$$\therefore w_3 = \frac{1}{2} \cdot x^2 = \frac{x^2}{2} \quad \uparrow$$

$$w_4 = \frac{1}{2} \cdot 8x^2 = 4x^2 \quad \downarrow$$

$$\therefore \theta_x = \frac{30 + \frac{x^2}{2} - 4x^2}{EI_x} = 0$$

$$\therefore 30 = 4x^2 - \frac{x^2}{2} = \frac{7}{2}x^2$$

$$\therefore x = \sqrt{\frac{2 \times 30}{7}} = 2.93 \text{ ms.}$$

$$\therefore \delta_{\max} = \frac{1}{EI_x} \left[30 \times 2.93 + \frac{(2.93)^2}{2} \times \frac{(2.93)}{3} - \frac{3}{2} (2.93)^2 \times \frac{2.93}{3} \right]$$

$$= \frac{+58.55}{EI_x} \quad \downarrow \quad (\text{موجب إلى أسفل})$$

$$\theta_a = \frac{+30}{EI_x} (+ve)$$

$$\theta_b = \frac{-24}{EI_x} (+ve)$$

٤-٢-٣ طريقة عزم - المساحة Moment - Area Method :

- إن هذه الطريقة أكثر ملائمة للإستخدام والتطبيق مقارنة بطريقة التكامل المزدوج وذلك لحساب كل من الترخيم وميل المماس لخط الإنحناء المرن .
- إن هذه الطريقة تعتمد أساساً على شكل منحنى الخط المرن للكمرة تحت الإعتبار وكذلك على العلاقة المتبادلة بين كل من التغير في ميل المماس للمنحنى وقيمة عزم الإنحناء عند أى نقطة على منحنى خط الإنحناء المرن .
- بإعتبار جزء من كمرة ذو طول (BD) وهذا الطول غير مجهود أصلاً من البداية ، وعند التحميل على هذا الجزء فإن منحنى توزيع عزم الإنحناء على هذا الطول وأن منحنى

شكل (١١-٤)

- $$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{M}{EI}$$

$$i.e \int_{x_1}^{x_2} \frac{d^2 y}{dx^2} \cdot dx = -\frac{1}{EI} \int_{x_1}^{x_2} M dx$$

$$\text{or } \left(\frac{dy}{dx} \right)_{\text{at } x_1} - \left(\frac{dy}{dx} \right)_{\text{at } x_2} = \frac{A_m}{EI}$$

حيث (A_m) هي مساحة منحنى عزم الإحناء بين النقطتين (1)، (2) أى عند الإحداثيات (x_1) ، (x_2) وهذا يعنى أن

$$\theta_2 - \theta_1 = \frac{A_m}{EI} \dots\dots\dots (24)$$

بمعنى أن الفرق بين ميل المماس لمنحنى خط الإحناء عند نقطتين لكمرة ما يساوى ويعادل [مساحة جزء منحنى عزم الإحناء / EI] بين هاتين النقطتين .

• وبالرجوع إلى المعادلة التفاضلية $\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{M}{EI}$ وبضرب طرفى المعادلة فى (x) وتكاملها بين النقطتين (1)، (2)

$$\therefore - \int_{x_1}^{x_2} \frac{d^2 y}{dx^2} \cdot x \cdot dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{M}{EI} \cdot x \cdot dx$$

$$، \therefore - \int_{x_1}^{x_2} \frac{d^2 y}{dx^2} \cdot x \cdot dx = - \int_{x_1}^{x_2} x d\left(\frac{dy}{dx}\right)$$

$$= - \left[x \frac{dy}{dx} \right]_{x_1}^{x_2} - [y]_{x_1}^{x_2}$$

$$\therefore -x_2 \theta_2 + x_1 \theta_1 + y_2 - y_1 = (y_2 - x_2 \theta_1) - (y_1 - x_1 \theta_1)$$

. $ab - oa = a.b$ = الفرق بين الإحداثيين الرأسيين عند (b) ، (a) .

$$، \therefore \int_{x_1}^{x_2} \frac{M}{EI} \cdot x \cdot dx = \frac{A_m \bar{x}}{EI}$$

• من المعادلات السابقة يمكن إستنتاج أن

$$ab = \frac{A_m}{EI} \cdot \bar{x} \dots\dots\dots (25)$$

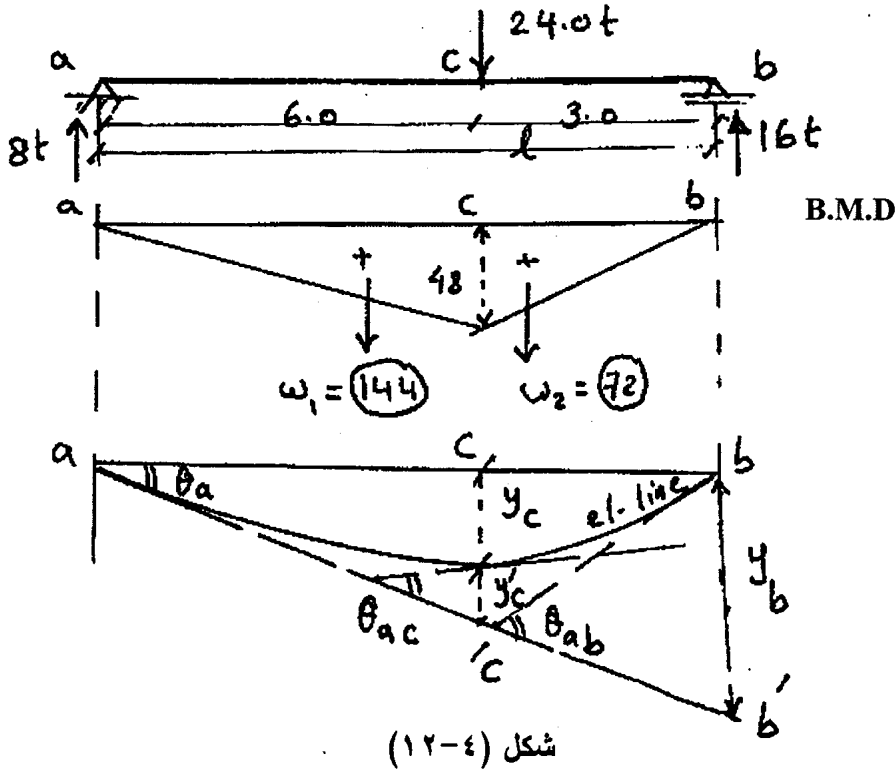
• وهذا يعنى أن الترخيم عند أى نقطة على منحنى الخط المرن منسوبة إلى المماس عند نقطة أخرى يعادل [مساحة منحنى عزم الإحناء الموجود بين هاتين النقطتين / EI] وذلك حول النقطة الحادث عندها الترخيم .

مثال (١٢) :

باستخدام طريقة مساحة عزم الإحناء احسب ميل المماس للمنحنى المرن عند النقط (a)، (b) وكذلك قيمة الترخيم عند نقطة (c) للكمرة المحملة بالحمل المركز (ab) - شكل (١٢-٤).

الحل :

- يتم إيجاد قيم ردود الأفعال عند (a) ، (b) .
- يتم رسم منحنى عزم الإحناء (B.M.D) .
- يتم حساب الأوزان المرنّة أى مساحة منحنى عزم الإحناء المحصورة بين النقط (ac) ، (cb) وهما يعادلان $w_1 = (144) \downarrow$ $w_2 = (72) \downarrow$ إلى أسفل .



شكل (١٢-٤)

- من منحنى الخط المرن فإن ميل المماس عند نقطة (a) يعادل $\left(\frac{y_b}{l}\right)$

$$\frac{bb'}{EI} = \frac{\text{عزم مساحة منحنى عزم الإحناء بين النقطتين (a)، (b) حول (b)}}{EI} \quad \text{حيث } (y_b) \text{ يعادل}$$

$$i.e \ y_b = \frac{72 \times 2 + 144 \times 5}{EI} = \frac{864}{EI} \downarrow \quad (\text{موجب})$$

$$\therefore \theta_a = \frac{864}{9EI} = +\frac{96}{EI} \text{ (موجب) (a) أي ميل المماس عند نقطة}$$

• أن قيمة الترخيم عند نقطة (c) يساوي (y_c) يعادل القيمة $(y'_c - cc')$ ، البعد (cc') يعادل

$$\therefore y_c = \frac{2}{3} y_b - y'_c \quad (y_b \text{ البعد } 3/2)$$

وحيث أن المسافة (y'_c) تساوي الفرق بين المماسين عند نقطة (a) ، (c) لمنحنى خط الإنحناء المرن وهو يساوي

$$\frac{\text{قيمة عزوم الإنحناء عند هذه النقطة}}{EI}$$

$$\therefore y'_c = \frac{144 \times 2}{EI} = \frac{188}{EI} \downarrow \text{ (موجب إلى أسفل)}$$

$$\therefore y_c = \frac{2}{3} = \frac{864}{EI} - \frac{188}{EI} = \frac{388}{EI} \downarrow \text{ (موجب إلى أسفل)}$$

$$\therefore \theta_{ab} = -\frac{144 + 72}{EI} = -\frac{216}{EI}$$

$$\therefore \theta_b = \theta_{ab} + \theta_a = \frac{-216}{EI} + \frac{96}{EI} = \frac{-120}{EI} \text{ (-ve) (سالِب)}$$

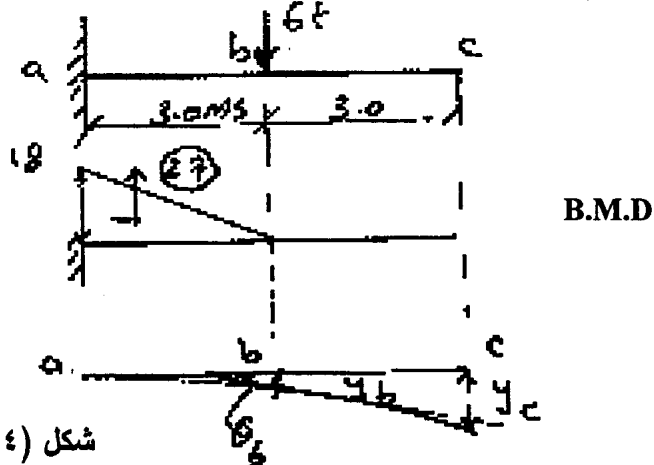
$$\theta_{ac} = \frac{-144}{EI} \text{ (-ve)}$$

$$\therefore \theta_c = \theta_a + \theta_{ac} = \frac{96}{EI} - \frac{144}{EI} = \frac{-48}{EI} \text{ (-ve)}$$

مثال (٤) :

احسب ميل المماس وقيم الترخيم عند النقط (b)، (c) للكمرة الكابولية المبينة بالشكل وذلك بإستخدام

طريقة مساحة عزوم الإنحناء $EI = \text{constant}$ شكل (٤-١٣)



الحل :

يتم رسم منحنى عزوم الإنحناء وحساب مساحة منحنى عزوم الإنحناء

$$\therefore y_b = \frac{27 \times 2}{EI} = \frac{+54}{EI}$$

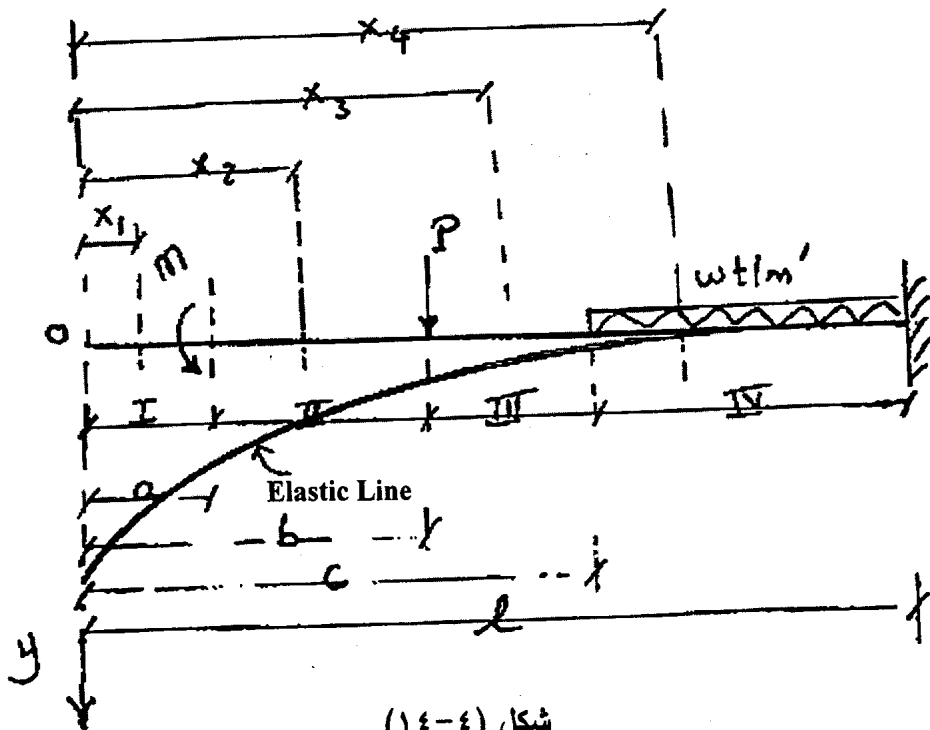
$$\theta_b = \frac{-(-27)}{EI} = \frac{27}{EI}$$

$$\theta_c = \frac{-(-27)}{EI} = \frac{27}{EI}$$

$$y_c = \frac{27 \times 5}{EI} = \frac{135}{EI} (\downarrow)$$

٤-٤-٢-٤ طريقة المعادلة العامة للمنحنى المرن :

The Universal Equation of the Elastic Curve :



- كما بينا سابقاً أنه للكمرات ذات جزء واحد محمل بأحمال خارجية ، فإن معادلة منحنى الإنحناء المرن (Elastic Curve) بعد تكاملها تحتوى على عدد إثنين ثوابت أو مجاهيل (Two Constants) . فإذا ما كانت الكمرة تحتوى على عدد (n) جزء محمل فإنه لحلها يتطلب الأمر عدد (2 n) من المعادلات (أى ضعف عدد الأجزاء المحملة) بعد

تكاملاً وهذه الثوابت أو المعادلات يمكن تبسيطها وتبسيطها عن طريق استخدام المعادلة العامة للمنحنى المرن كما يلي :

- بفرض كمرّة معرضة إلى جميع أنواع الأحمال المحتملة في الطبيعة والتطبيق العملي أي إلى عزم إنحناء مركز (Concentrated moment) $(m \cdot t)$ (m) ، حمل مركز (concentrated load) $(p \cdot t)$ وإلى حمل موزع بالتساوي ذو قيمة (wt/m') وذلك في الإتجاهات الموضحة بالشكل السابق - شكل (٤-٤) .
- وبفرض أن نقط وقطاعات تأثير هذه القوى من نقطة الأصل (o) هي على أبعاد ومسافات (a) ، (b) ، (c) وذلك للكمرة ذات الطول (ℓ) والمبين إرتكازها وخط إنحنائها كما بالشكل أي أنها مكونة من أربعة أجزاء على التوالي (I) ، (II) ، (III) ، (IV) .
- مما سبق ومن شكل الإنحناء ونقط تأثير الأحمال الخارجية وإتجاهاتها فإن المعادلة التفاضلية لخط الإنحناء المرن لكل جزء على حدة كما يلي :

- للجزء رقم (I) :

حيث معادلة عزم الإنحناء عند أي قطاع يبعد (x_1) من نقطة الأصل

$$M_{x1} = 0$$

$$\therefore EI y''_I = 0 \quad \text{والمعادلة التفاضلية هي}$$

$$EI y'_I = C_1 \quad \text{وبتكاملها}$$

$$EI y_I = C_1 x_1 + D_1$$

- للجزء رقم (II) :

$$M_{x2} = -m = -m(x_2 - a)^0$$

$$\therefore EI y''_{II} = m(x_2 - a)^0 \quad \text{والمعادلة التفاضلية هي}$$

$$\therefore EI y'_{II} = m(x_2 - a) + C_{II} \quad \text{وبتكاملها}$$

$$EI y_{II} = \frac{m(x_2 - a)^2}{2} + C_{II} \cdot x_2 + D_{II}$$

- للجزء رقم (III) :

$$M_{x3} = -m(x_3 - a)^0 - P(x_3 - b)$$

$$\therefore EI y''_{III} = m(x_3 - a)^0 + P(x_3 - b)$$

$$\therefore EI y'_{III} = m(x_3 - a) + \frac{P(x_3 - b)^2}{2} + C_{III}$$

$$EI y_{III} = \frac{m(x_3 - a)^2}{2} + \frac{P(x_3 - a)^2}{6} + C_{III} \cdot x_3 + D_{III}$$

- الجزء رقم (IV) :

$$M_{x_4} = -m(x_4 - a)^0 - P(x_4 - b) - \frac{w(x_4 - c)^2}{2}$$

$$\therefore EI y''_{iv} = -m(x_4 - a)^0 + P(x_4 - b) + \frac{w(x_4 - c)^2}{2}$$

$$EI y'_{iv} = -m(x_4 - a) + \frac{P(x_4 - b)^2}{2} + \frac{w(x_4 - c)^3}{6} + C_{iv}$$

$$EI y_{iv} = \frac{m(x_4 - a)^2}{2} + \frac{P(x_4 - b)^3}{6} + \frac{w(x_4 - c)^4}{24} + C_{iv} x_4 + D_{iv}$$

• وبفحص المعادلات السابقة تبين أنها تحتوى على عدد ثمانية ثوابت والتي يمكن تعيينها

من الشروط الحدودية التالية (Boundary Coditions) :-

عند $a = x_1 = x_2$ حيث ميل المماس والترخيم للجزئين (I)، (II) متساويان

$$\text{i.e at } x_1 = x_2 = a \rightarrow y'_I = y'_{II}$$

$$y_I = y_{II}$$

$$C_I = C_{II} \quad , \quad D_I = D_{II} \quad \text{وعليه فإن الثوابت}$$

$$\text{at } x_2 = x_3 = b \rightarrow y'_{II} = y'_{III} \quad , \quad y_{II} = y_{III} \quad \text{وأيضاً}$$

$$C_{II} = C_{III} \quad , \quad D_{II} = D_{III} \quad \text{وعليه فإن الثوابت}$$

$$\text{at } x_3 = x_4 = C \rightarrow y'_{III} = y'_{iv} \quad , \quad y_{III} = y_{iv} \quad \text{وأيضاً}$$

$$C_{III} = C_{iv} \quad , \quad D_{III} = D_{iv} \quad \text{وعليه أيضاً فإن الثوابت}$$

$$C_I = C_{II} = C_{III} = C_{iv} = C \quad \text{وبناءً على ذلك فإن الثوابت :}$$

$$D_I = D_{II} = D_{III} = D_{iv} = D$$

أى أن الثمانية ثوابت تم إختصارها إلى ثابتين اثنين فقط هما (C)، (D) والتي من السهل

تعيينها وتقدير قيمهم من الحالتين الأخيرتين .

• من التحليل السابق يمكن كتابة المعادلة التالية :

$$EIy = D + Cx + \frac{m(x-a)^2}{2} + \frac{P(x-b)^3}{6} + \frac{w(x-c)^4}{24}$$

وكما أشرنا سابقاً فإن الثابت (D) يمثل قيمة الترخيم عند نقطة الأصل (y_0) مضروباً في (EI) والثابت (C) يمثل قيمة ميل المماس عند نقطة الأصل (θ_0) مضروباً في (EI).

$$\text{i.e } C = EI \theta_0, \quad D = EI y_0$$

• وبالتعويض عن قيم هذه الثوابت في المعادلة الأخيرة لوضعها في صورة معادلة تسمى المعادلة العامة للتخيم وهي

$$EIy = EIy_0 + EI\theta_0 x + \frac{\sum m(x-a)^2}{2} + \frac{\sum p(x-b)^3}{6} + \frac{\sum w(x-c)^4}{24} \dots\dots\dots (26)$$

حيث : (m) ، (p) ، (w) هي قيم العزوم والقوى الخارجية المؤثرة على مسافات (a)،(b) مقاسه من نقطة الأصل بالنسبة لتأثير (m)،(p) ومقاسه من نقطة الأصل عند بداية تأثير الجزء المعرض إلى حمل موزع بانتظام (c) على التوالي .

• وبالمثل بتفاضل المعادلة السابقة فإن المعادلة رقم (٢٦) تصبح

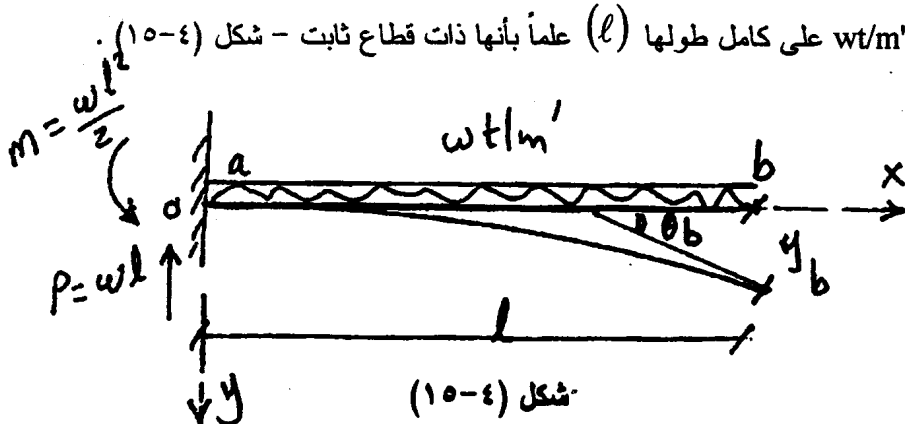
$$EIy' = EI\theta_0 + \sum (m-x) + \frac{\sum p(x-b)^2}{2} + \frac{\sum w(x-c)^3}{6} \dots\dots\dots (27)$$

• هذا وتجدر الإشارة إلى أن المعادلات رقم (٢٦) ، (٢٧) العامة للتخيم وميل المماس لا يصح تطبيقها إلا إذا كانت الكمرة ذات جساءة ثابتة ($EI = \text{constant}$) على كامل طول الكمرة .

مثال (١٣) :-

باستخدام المعادلة العامة لمنحنى الإنحناء المرن

المطلوب : حساب قيمة الترخيم وميل المماس عند نهاية الكمرة الكابولية المعرضة للحمل الموزع wt/m' على كامل طولها (l) علماً بأنها ذات قطاع ثابت - شكل (١٥-٤).



الحل : نوجد ردود الأفعال $\Sigma M = 0$, $\Sigma y = 0$, $\Sigma x = 0$

$$\therefore R_a = P = w \cdot \ell \quad \uparrow \quad \text{at } b = 0$$

حسب الإتجاهات المفروضة فى المعادلة العامة $M_a = m = \frac{w\ell^2}{2} \downarrow (+) \text{ at } a = 0$

$$, w = w \text{ at } c = 0$$

• وبما أن المعادلة العامة لمنحنى خط الإنحناء هى :

$$EI y = EI y_o + EI \theta_o \cdot x + \frac{\sum m(x-a)^2}{2} + \frac{\sum p(x-b)^3}{6} + \frac{\sum w(x-c)^4}{24}$$

ومن الـ Boundary conditions

$$y = 0 \quad \text{at } x = 0$$

$$, y' = 0 \quad \text{at } x = 0 \quad \therefore \theta_o = 0$$

وبالتعويض فى المعادلة السابقة عن هذه القيم وقيم القوى الخارجية المؤثرة

$$\therefore EI y = \frac{w\ell^2}{4}(x-o)^2 - \frac{w\ell(x-o)^3}{6} + \frac{w(x-o)^4}{24}$$

$$, EI y' = \frac{w\ell^2}{2}(x-o) - \frac{w\ell(x-o)^2}{2} + \frac{w(x-o)^4}{6}$$

ولحساب قيم (y) , (y') عند $x = \ell$ عند نقطة (b)

$$\therefore EI y_b = \frac{w\ell^4}{4} - \frac{w\ell^4}{6} + \frac{w\ell^2}{24} = \frac{w\ell^4}{8}$$

$$\therefore y_b = \frac{w\ell^4}{8EI} \quad (\downarrow) \quad \text{موجبة}$$

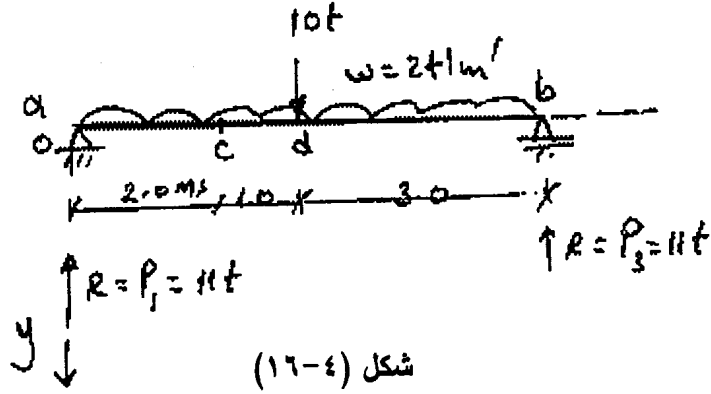
$$, EI y'_b = \frac{w\ell^3}{2} - \frac{w\ell^3}{2} + \frac{w\ell^3}{6} = \frac{w\ell^3}{6}$$

$$\therefore y'_b = \frac{w\ell^3}{6EI} \quad (\angle \theta) \quad \text{موجبة}$$

مثال (٢) :-

للكمرة البسيطة الارتكاز (ab) المبينة بالشكل (١٦-٤)

المطلوب : حساب ميل المماس لخط الإنحناء وقيم الترخيم عند النقاط (a) ، (c) ، (b) مستخدماً المعادلة العامة لخط الإنحناء المرن



الحل :

بفرض نقطة الأصل عند (a) وإحداثيات خط الإنحناء المرن هما (x) ، (y) في الإتجاهين الموجبين الموضحين بالشكل .

• وباستخدام المعادلة العامة لخط الإنحناء المرن

$$\therefore EI y = EI y_o + EI \theta_o \cdot x + \frac{\sum m(x-a)^2}{2} + \frac{\sum p(x-b)^3}{6} + \frac{\sum w(x-c)^4}{24}$$

حيث حسب الإتجاهات المفروضة في المعادلة

$$M = 0 , P_1 = -11.0 , b_1 = 0 , P_2 = 10 \text{ t} , b_2 = 3 \text{ m} .$$

$$, w = 2 \text{ t/m'} \text{ at } c = 0$$

$$\therefore EI y = EI y_o + EI \theta_o \cdot x - \frac{11(x-0)^3}{6} + \frac{10(x-3)^3}{6} + \frac{2(x-0)^4}{24}$$

$$y = 0 \text{ at } x = 0 \rightarrow y_o = 0$$

حيث

at $x = \ell$, $y = 0$

$$\therefore 0 = EI\theta_o \cdot 6 - \frac{11 \times (6)^3}{6} + \frac{10 \times (3)^3}{6} + \frac{2 \times (6)^4}{24}$$

$$\therefore EI\theta_o = \frac{243}{6}$$

$$\therefore EI y = \frac{243}{6} \cdot x - \frac{11 \cdot (x)^3}{6} + \frac{10(x-3)^3}{6} + \frac{2(x)^4}{24} \quad *$$

$$, EI y' = \frac{243}{6} - \frac{11(x)^2}{2} + \frac{10(x-3)^2}{2} + \frac{2(x)^3}{6} \quad *$$

وهي المعادلات العامة التي تربط كلاً من قيم (y) ، (y') عند أي نقطة تبعد مسافة (x) من نقطة الأصل .

\therefore at $x = 2$

\therefore عند نقطة (c)

$$\therefore y_c = \frac{1}{EI} \left[\frac{243}{6} x 2 - \frac{11(2)^3}{6} + \frac{2(2)^4}{24} \right]$$

$$= \frac{67.66}{EI} \quad (\downarrow) \quad \text{موجب إلى أسفل}$$

$$, y'_c = \frac{1}{EI} \left[\frac{243}{6} - \frac{11 \times (2)^2}{2} + \frac{2 \times (2)^3}{6} \right] = + \frac{21.16}{EI} \quad (\downarrow) \quad \text{موجب}$$

، عند نقطة (a) حيث ، at $x = 0$

$$\therefore y'_a = 0$$

$$, y'_a = \frac{243}{EI} (+ve)$$

وعند النقطة (d) حيث : $x = 3$ ms

$$\therefore y_d = \frac{1}{EI} \left[\frac{243}{6} \times 3 - \frac{11 \times (3)^3}{6} + \frac{2 \times (3)^4}{24} \right] = \frac{+78.75}{EI} \quad (\downarrow) \quad \text{موجب}$$

$$y'_d = \frac{1}{EI} \left[\frac{243}{6} - \frac{11 \times (3)^2}{2} + \frac{2 \times (2)^3}{6} \right] = 0$$

وهذا يعنى أن ميل المماس عند نقطة (d) يساوى صفر أى هى النقطة التى يحدث عندها أقصى ترخيم موجب

$$\therefore \delta_{\max} \text{ occurs at point } (d) \text{ ويساوى } \left(\frac{78.75}{EI} \right)$$

٤-٢-٥ السلوك والتحليل اللدن للمواد المعرضة إلى عزوم إنحناء :

Plastic Behaviour and Analysis of Materials Subjected to Bending:

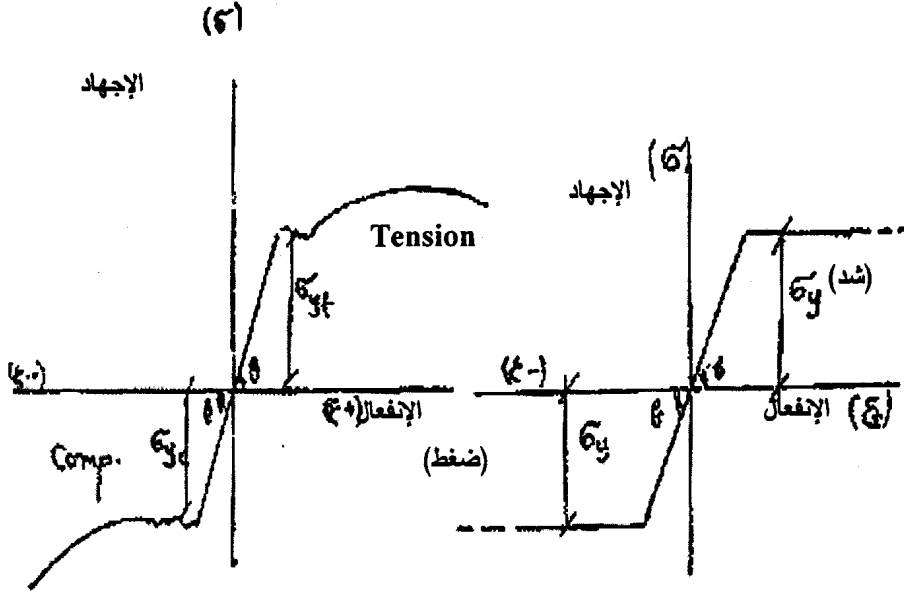
- كما رأينا ووضحنا سابقاً فإنه لكمرة ما معرضة إلى عزم إنحناء فإن ذلك يولد إجهادات عمودية على القطاع وهذه الإجهادات ذات قيمة قصوى عند الألياف الخارجية ومع زيادة قيم عزم الإنحناء المؤثر فإن هذه الإجهادات تزداد بعلاقة خطية حيث $\sigma = \frac{M \cdot y}{I}$ حتى تفقد هذه الألياف الخارجية مرونتها وتصل إلى نقطة الخضوع للمادة أو تزيد عن قيمة حد التناسب للمادة الأمر الذى يصبح توزيع الإجهادات على كامل عمق القطاع ليس ذو علاقة خطية كما هو الحال فى مرحلة المرونة التى يكون فيها عزم الإنحناء مرناً .
- ومما هو جدير بالذكر فإن مشكلة التحليل الإنشائي الرئيسية معقدة حيث أن ذلك يعتمد أساساً على عدة عوامل منها :

- نوع المادة المعرضة للإنحناء .
- شكل العلاقة بين كل من الإجهاد والإنفعال لكل من الشد والضغط للمادة .
- شكل وحجم وأبعاد مقطع الكمرة .

لذلك فإننا هنا سوف نتعامل مع المادة المتجانسة (Homogeneous material) مثل الصلب الطرى والذى يتميز بخاصية توليد تشكلات لدنة بعد نقطة الخضوع عند تعرضه إلى أحمال تتعدى حد المرونة الأمر الذى يجعل التحليل اللدن (Plastic Analysis) سهل ويمكن تطبيقه فى حالة الصلب الطرى للأسباب التالية :

- يقاوم تشكلات لدنة كبيرة عند التحميل بعزم إنحناء .
- أن خواصه الميكانيكية فى الشد تقريباً هى نفس الخواص فى الضغط .
- أن معايير المرونة فى الشد يساوى معايير المرونة فى الضغط .

- ولتبسيط التحليل اللدن في حالة الصلب الطرى فإن منحني الإجهاد والإنفعال في كل من الشد والضغط يمكن جعله نموذجياً ومتساوياً لكل من الشد والضغط حيث العلاقة خطية حتى حد المرونة ولا يتعدى إجهاد الخضوع $[\sigma_{yt} = \sigma_{yc} = \sigma_y]$ وأن الإجهاد يظل ثابتاً خلال مرحلة اللدونة لا يتعدى (σ_y) كما هو مبين بالشكل (٤-١٧) .



المنحني النموذجي المفروض للعلاقة بين الإجهاد والإنفعال للصلب الطرى في الشد والضغط
المنحني الطبيعي للعلاقة بين الإجهاد والإنفعال للصلب الطرى في الشد والضغط

شكل (٤-١٧)

- وحيث أنه في مرحلة المرونة فإن كل من الإجهادات والإنفعالات المتولدة على كامل عمق الكمرية نتيجة لعزم الإنحناء تكون موزعة خطياً وأنها ذات أكبر قيمة عند الألياف القصوى للقطاع سواء في الشد والضغط وعليه فإن الإجهادات المتولدة عند الألياف القصوى تصل إلى قيمة إجهاد الخضوع (σ_y) سوف تساوى

$$\sigma_y = \frac{M_y}{Z_{el}}$$

$$i.e M_y = \sigma_y \cdot Z_{el} = \frac{1}{6} b d^2 \sigma_y \dots \dots \dots (28)$$

حيث (M_y) هو قيمة عزم الإنحناء المؤثر عند وصول الإجهادات القصوى لقيم إجهاد الخضوع (σ_y)

$$-Z_{el} = cm^3 \quad \text{معايير القطاع المرن}$$

$$\left(\frac{I_x}{y_{max}} \right) \quad \text{وهو يتوقف على شكل القطاع ويساوى}$$

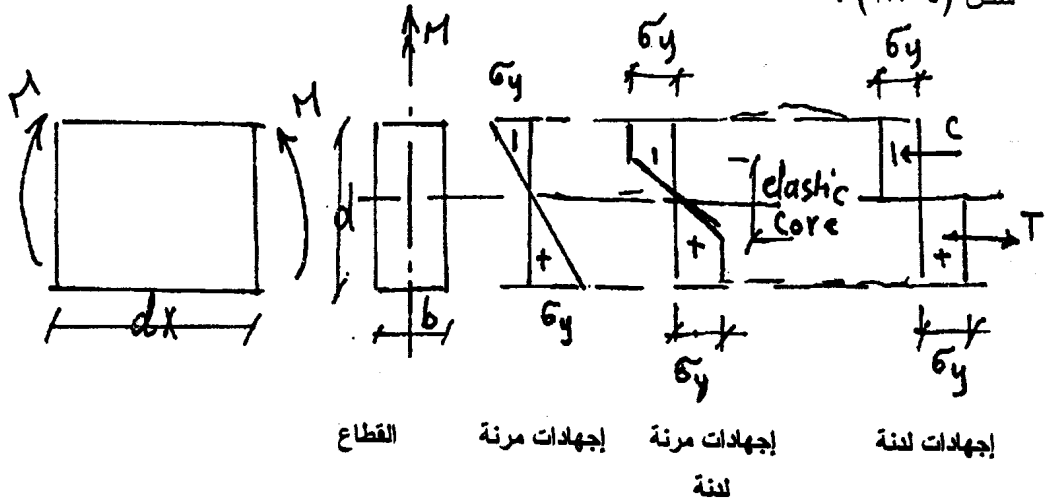
$$\text{حيث أنه يساوى } \frac{bd^2}{6} = \frac{2.bd^3}{12.d} \quad \text{للقطاع المستطيل المقطع ذو العرض (b) والعمق (d)}$$

على التوالي .

• وبزيادة قيمة عزم الإنحناء عن (M_y) فإن القطاعات تظل مستوية أيضاً كما هو الحال في مرحلة المرونة وأن محور التعادل (N.A) يمر بمركز الثقل الخاص بالمقطع وأن أقصى إنفعالات تحدث عند الألياف القصوى العليا والسفلى للقطاع ولكن مع عدم زيادة في قيم الإجهادات المصاحبة لها أي أن الإجهادات لا تتعدى (σ_y) .

• هذا وتجدر الإشارة إلى أنه في مرحلة متوسطة بعد حد المرونة فإن الألياف الخارجية تصل إلى حد الخضوع وأصبحت لدنة بالرغم من أن الإجهادات المتولدة على الجزء الأوسط لم تصل بعد إلى إجهاد الخضوع أي ما زالت مرنة كما هو مبين بالشكل التالي

شكل (١٨-٤) .



شكل (١٨-٤)

• هذا ومع زيادة عزم الإنحناء فإن الإجهادات اللدنة تستمر في الانتقال إلى الداخل مع إنحصار للإجهاد المرن الذي في المنتصف وفي نفس الوقت عدم زيادة أقصى إجهادات عند الألياف القصوى للقطاع حتى يصل إلى الحد الذي تكون فيه الإجهادات كلها لدنة على كامل القطاع كما هو مبين ويسمى القطاع في هذه الحالة القطاع اللدن وأن القطاع

وصل إلى مرحلة اللدونة ، وفي هذه الحالة يسمى عزم الإنحناء المؤثر على القطاع بعزم الإنحناء اللدن (M_p) وأن قيمة عزم الإنحناء اللدن للقطاع المستطيل هي كالآتي حيث أن مركز ثقل القطاع ينطبق مع محور التعادل وهو في المنتصف

$$i.e M_p = \frac{1}{2}bd \sigma_y \cdot \frac{d}{2} = \frac{1}{4}bd^2 \sigma_y \dots\dots\dots (29)$$

$$\therefore M_p = \sigma_y \cdot Z_{pl}$$

حيث (M_p) هو أقصى عزم لدن يتحمله القطاع
(Z_{pl}) هو يسمى بمعابر القطاع اللدن (Plastic Section Modulus) حيث

$$Z_{pl} = \frac{bd^2}{4} \text{ للقطاع المستطيل الشكل}$$

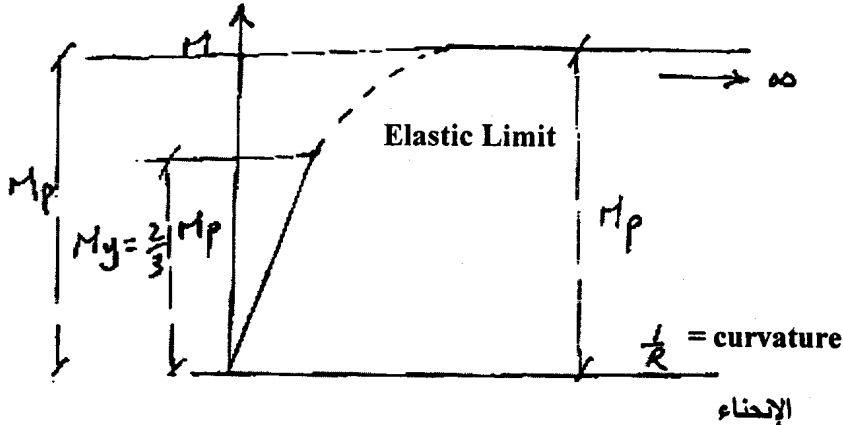
$$M_p = \frac{3}{2}M_y \text{ نجد أن } (M_p) , (M_y) \text{ وبمقارنة المعادلتين}$$

أى أن الإنهيار اللدن للقطاع المستطيل يحدث عند عزم إنحناء لدن يزيد بمقدار ٥٠% من قيمة عزم الإنحناء المرن الذى يظهر عنده بداية الخضوع للمادة .

$$\frac{M_p}{M_{el}} = \frac{Z_{pl}}{Z_{el}} = \lambda \text{ أيضاً من المعادلات}$$

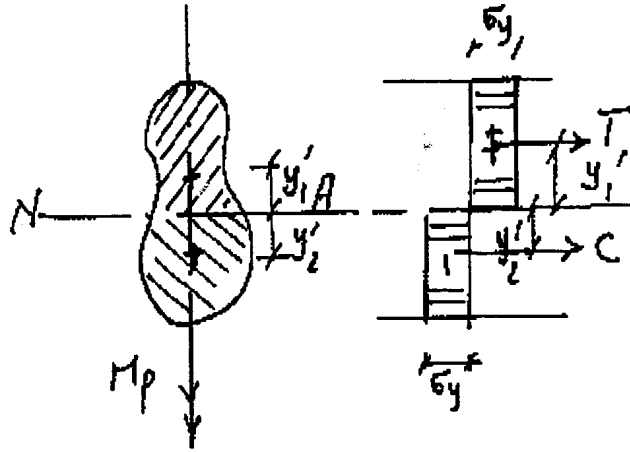
وتسمى هذه النسبة أحياناً بمعامل الشكل للقطاع لأنها تتوقف على شكل مقطع الكمره .
(Shape factor)

• ويبين الشكل التالى (١٩-٤) منحنى العلاقة بين عزم الإنحناء المؤثر على كمره من الصلب والإنحناء المصاحب لهذا العزم حيث $M_p = 1.5 M_y$



شكل (١٩-٤) منحنى العلاقة بين عزم الإنحناء ومقدار الإنحناء لقطاع مستطيل من الصلب

- ولتعميم الحالة السابقة لتقييم قيمة عزم الإحناء اللدن للصلب الطرى لأى قطاع ذو شكل معين شكل (٢٠-٤) ، وبفرض شكل عام للمقطع فإن محور التعادل (N. A) يمكن إيجاده كما يلى



شكل (٢٠-٤)

وحيث أن قوة الشد تساوى قوة الضغط $C = T$

$$\therefore A_1 \cdot \sigma_y = A_2 \cdot \sigma_y \text{ i.e } A_1 = A_2$$

حيث (A_1) ، (A_2) هى مساحة المقطع أعلى وأسفل محور التعادل وذلك يعنى أن محور التعادل يقسم المساحة الكلية إلى مساحتين متساويتين فوقه وتحتة

$$\therefore M_p = A_1 \sigma_y y'_1 + A_2 \sigma_y y'_2 = \frac{1}{2} A \sigma_y (y'_1 + y'_2) \dots\dots\dots (30)$$

حيث (y'_1) ، (y'_2) هما بعد مركز ثقل المساحتين (A_1) ، (A_2) عن محور التعادل (N. A)

وحيث أن $M_p = Z_p \cdot \sigma_y$

$$\therefore Z_p = \frac{1}{2} A (y'_1 + y'_2) \dots\dots\dots * (31)$$

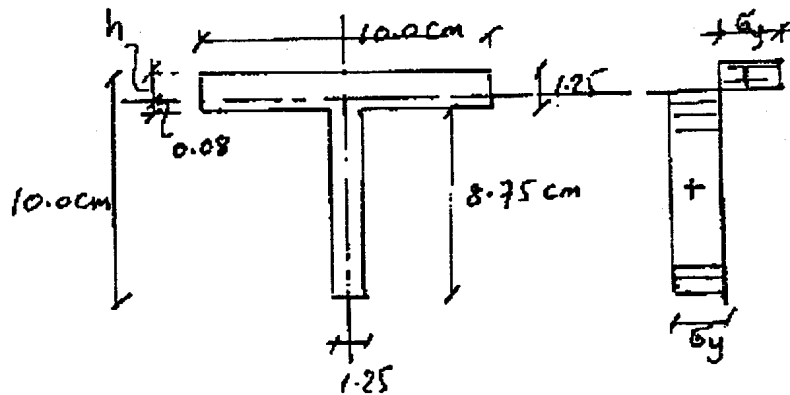
$$Z_{pl} = \frac{I_x}{y_{\max}} \text{ وحيث أن}$$

$$\therefore \lambda = \frac{Z_{pl}}{Z_{el}} \text{ أى أن عامل الشكل } (\lambda) \text{ بصفة عامة يعادل}$$

$$= \frac{A(y'_1 + y'_2)y_{\max}}{2I_x} \dots\dots\dots (32)$$

مثال :

قطاع من الصلب الطرى مقطعه على شكل حرف T ذو أبعاد ١٠×١٠ سم ومنتظم السمك بمقدار ١,٢٥ سم - شكل (٢١-٤) .
المطلوب : حساب قيمة عامل الشكل لهذا المقطع حول محور عمودى على العصب .



شكل (٢١-٤)

الحل :

أولاً : موضع محور التعادل فى منطقة اللدونة يقسم القطاع إلى مساحتين متساويتين وبفرض أن محور التعادل (N. A) يبعد مسافة قدرها (h) من السطح العلوى لشفة القطاع

$$\text{i.e } A_1 = A_2$$

$$\therefore 10 h = 10 (1.25 - h) + 8.75 \times 1.25$$

$$\text{ومنها } h = 1.17 \text{ cm}$$

$$Z_{pl} = \frac{A}{2}(y'_1 + y'_2) \quad \text{وحيث أن معايير القطاع اللدن}$$

$$\therefore y'_1 = \frac{h}{2} = \frac{1.17}{2} = 0.585 \text{ cm}$$

$$y'_2 = \frac{8.75 \times 1.25 \times \left(\frac{8.75}{2} + 0.08 \right) + 10 \times 0.08 \times \frac{0.08}{2}}{8.75 \times 1.25 + 10 \times 0.08} = 4.15 \text{ cm}$$

$$\therefore Z_{pl} = 10 \times 1.17 (0.585 + 4.15) = 55.4 \text{ cm}^3$$

$$Z_{el} = \frac{I_x}{y_{\max}}$$

$$Z_{el} = 31.3 \text{ cm}^3$$

$$\therefore \lambda = \frac{Z_{pl}}{Z_{el}} = \frac{55.4}{31.3} = 1.76 > 1.0 \quad (o.k)$$

٤-٢-٦ اختبار الإحناء الإستاتيكي STATIC BENDING TEST :

٤-٢-٦-١ الغرض Object :

• كما رأينا من التحليل السابق والذي تضمن المعادلات التي يجب تطبيقها لتقدير قيمة كل من أقصى إجهادات عمودية عند الألياف القصوى وقيمة الترخيم عند أى نقطة وكمره ذات قطاع ثابت معرضة إلى أحمال مستعرضة خارجية ، ولتحقيق هذه القيم لابد من الوقوف على السلوك المعملى لهذه الكمرات عند تعريضها إلى هذه الأحمال - لذلك فإن الغرض من إجراء هذه الاختبارات المعملية ما يلى :

- الوقوف على السلوك الحقيقى للمواد تحت تأثير مثل هذا النوع من التحميل لمقارنتها بالتحليل النظرى للكمرات خاصة أن هناك بعض العوامل التى لم يتم أخذها فى الاعتبار فى هذا التحليل النظرى ممثلة فى توليد بعض الإجهادات الموضعية فى المنشآت بالإضافة إلى توليد بعض التشكلات اللدنة أيضاً .

- تعيين الخواص الميكانيكية للمواد عند تعرضها للإحناء مثل الصلابة والرجوعية والمقاومة ... إلخ .

- الحصول على أساس المعلومات التى سوف يبنى عليها أسس التصميم وإشترطات التنفيذ للمواد عند تعرضها لمثل هذا النوع من الأحمال والتى على أساسها سوف يتم اختيار هذه المواد وكذلك سهولة مقارنة بعضها البعض .

• يستخدم إختبار الإنحناء فى أغلب الأحيان لإختبار قبول لعدد من المواد (أساساً وخصيصاً للمواد القصيفة) مثل حديد الزهر ، الخرسانة ، الطوب ، الخشب وأنواع مختلفة من البلاستيك ، حيث أنه فى حالة إجراء الإختبار على بعض المواد المطيلة (Ductile Materials) فإن هذه المواد تستمر فى التشكل بدون حدوث إنهيار أو كسر لها لذلك يجرى هذا الإختبار عادة على المواد القصيفة .

• يعتبر إختبار الإنحناء إختبار مميز بالمقارنة بالإختبارات الأخرى للمواد وذلك لعدة إعتبارات منها :

- سهولة إجراء الإختبار .

- الدقة العالية التى يمكن الحصول عليها لنتائج الإختبار .

- بساطة الإختبار وتكلفته القليلة .

وذلك للأسباب التالية :

- الأحمال المسببة للإنهيار صغيرة نسبياً بالمقارنة بتلك الأحمال اللازمة لإختبارات الشد والضغط ناهيك إلى السهولة فى تطبيق الأحمال .

- التشكلات المصاحبة للإنحناء وهى الترخيم أضعاف أضعاف الإنفعالات والتشكلات المصاحبة لإختبارات الضغط والشد ناهيك عن سهولة رصدها وتعيينها .

• للأسباب السابقة يعتبر إختبار الإنحناء من أهم الإختبارات الضرورية اللازمة نظراً لإعتماد معظم المواصفات القياسية عليه بإعتباره إختبار قبول (Acceptance Test) للمواد القصيفة كما ذكرنا سابقاً

٤-٢-٦-٢ طريقة وإجراء الإختبار :

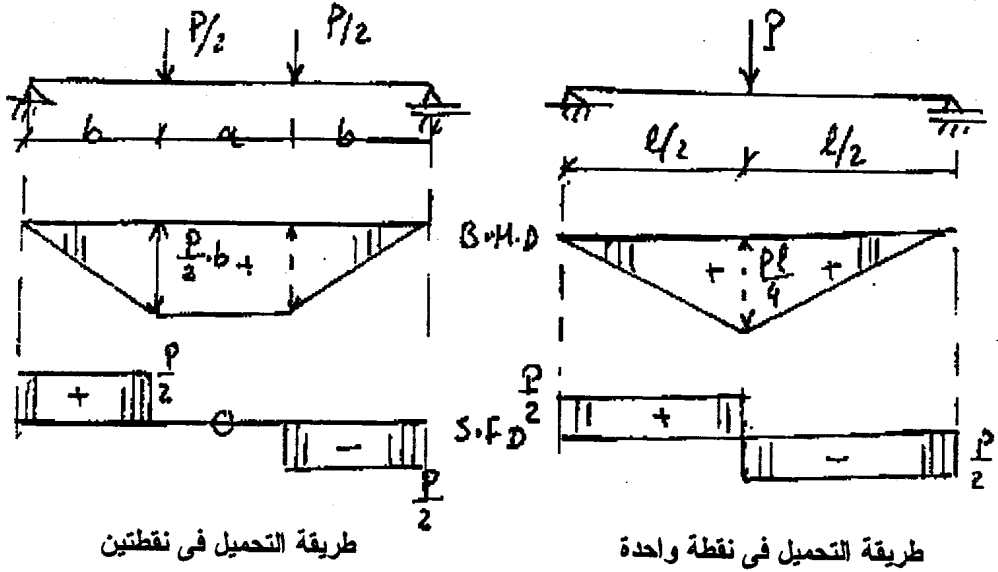
Method of Testing and Conduct of Test :

• يجرى عادة إختبار الإنحناء على عينات قياسية فى صورة كمرات بسيطة الإرتكاز يتم تحميلها بأحمال مستعرضة رأسية عمودية على المحور الطولى للكمرة وفى مستوى التماثل لمقطع القطاع الرأسى .

• إن أبعاد هذه العينات يعتمد على نوع المادة المختبرة وعادة ما يتم إختبار هذه الأبعاد على أسس حدوث الإنهيار للمادة بسبب عزوم الإنحناء المتولدة دلخياً وليس بسبب القوى القاصية المتولدة أيضاً دلخياً فى الكمرة - لهذا السبب يتم أخذ نسبة بحر الكمرة

(المسافة بين الركيزتين) إلى عمقها ما بين (٨-١٢) متوقفاً على نوع المادة المختبرة ونظام تحميل الكمرة .

- هناك نظامان وطريقتان شائعتان للتحميل والتي يطلق عليهما طريقة التحميل عند نقطتين الثلث للكمرة (two third point loading system) وطريقة التحميل المركزي (central loading system) والمبينان بالشكل (٤-٢٢) .



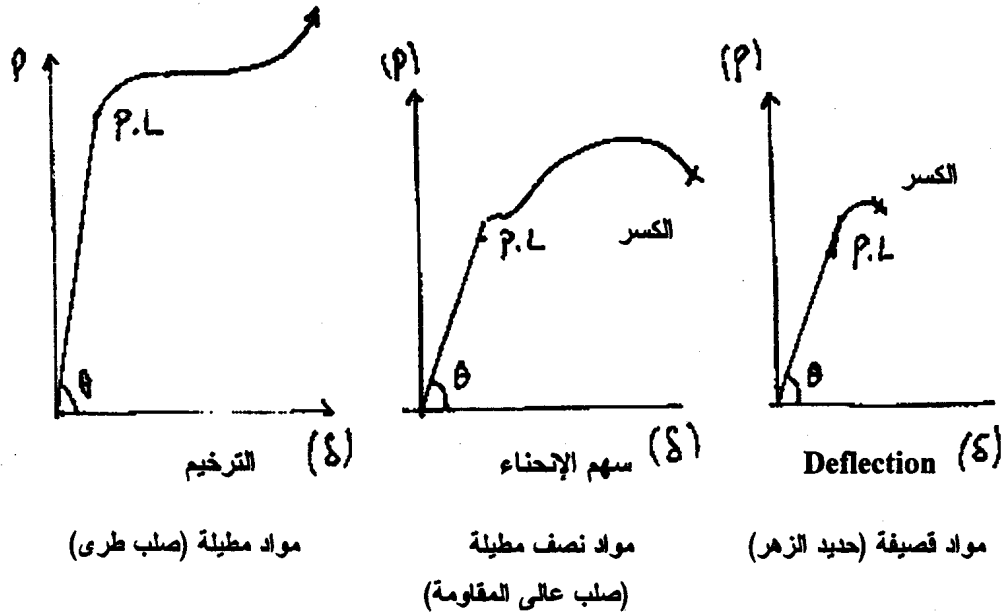
شكل (٤-٢٢)

- وتستخدم الطريقة الأخيرة وهي التحميل في نقطة واحدة في المركز في إختبارات الخشب ، الطوب وحديد الزهر بينما الطريقة الأولى وهي التحميل في نقطتين غالباً ما تستخدم لمعظم المواد الأخرى بما فيها الخرسانة .

- هذا لمعظم إختبارات الإحناء يتم تثبيت العينة وتعريضها للتحميل عن طريق إستخدام ماكينات الإختبار الجامعة أو أية ماكينة خاصة تدار يدوياً تؤدي الغرض من الإختبار ، يتم وضع وتثبيت مقياس إنفعال لقياس أقصى ترخيم يحدث في الكمرة وذلك تحت بطنية الكمرة وعند منتصفها وذلك من بداية التحميل حتى حدوث الإنهيار . يتم التأثير بالحمل تدريجياً وبمعدلات وزيادات ثابتة مع قياس قيمة أقصى ترخيم منظره لكل حمل وكل زيادة .

- من قراءات الأحمال وقيم الترخيمات المناظرة لكل حمل يتم رسم منحنى يسمى منحنى العلاقة بين الحمل والترخيم (سهم الإحناء) ويوضح الشكل التالى منحنى الحمل والترخيم

لبعض المواد الشائعة [المطيلة (الصلب الطرى) والنصف مطيلة (الصلب العالى المقاومة) والقصفة (الحديد الزهر)] - شكل (٤-٢٣) .



شكل (٤-٢٣) منحنى العلاقة بين الحمل والترخيم للمواد المختلفة

- كما هو واضح من هذه الأشكال أنه للمواد المطيلة مثل الصلب الطرى يحدث ترخيم كبير بدرجة لا يحدث عندها كسر للمادة بينما يحدث كسر لكل من المواد النصف مطيلة والقصفة .

٤-٢-٦-٣ الخواص الميكانيكية للمواد فى الإحناء :

Mechanical Properties of Materials in Bending :

- بمعلومية ومعرفة منحنى العلاقة بين الحمل والترخيم المناظر فإنه يمكن الحصول على الخواص الميكانيكية المختلفة للمادة فى الإحناء وتقييمها كما يلى :

أ- الخواص ذات الصلة بالمقاومة : Strength Properties :

- المقاومة المرنة Elastic Strength :

- وهذه المقاومة تمثل أقصى إجهاد مرّن يحدث للمادة عند الألياف القصوى لها عند تعرضها لعزم إحناء والمناظرة لحد التناسب (نهاية الخط المستقيم) أو حمل الخضوع وتسمى إجهاد حد التناسب للإحناء (σ_p) بوحدات الإجهاد

$$i.e \sigma_p = \frac{M_p \cdot y}{I} \dots\dots\dots (33)$$

حيث : قيمة عزم الإنحناء المناظر لحد التناسب أو حمل الخضوع M_p

$$M_p = \frac{P_p \cdot \ell}{4}$$

وهو يساوى فى حالة الحمل المركزى

$$، M_p = \frac{P_p \cdot \ell}{6}$$

فى حالة التحميل فى نقطتى الثلث من الكمرة ، حمل حد التناسب أو حمل الخضوع ، $P_p =$

عزم القصور للذلى حول المحور الذى يدور حوله عزم الإنحناء $I =$

المسافة بين محور التعادل أو الخمول إلى أقصى ألياف يتم حساب الإجهاد عندها $Y =$

- المقاومة القصوى (معايير الكسر) :

Ultimate Strength (Modulus of Rapture) :

- إن تعيين وتقدير المقاومة القصوى فى الإنحناء لا يمكن حسابها بإستخدام المعادلة السابقة (٣٣) وذلك بوضع أقصى حمل بدلاً من حمل الخضوع أو حمل حد التناسب وذلك لأن المادة بعد حد التناسب لا تخضع لقانون هوك لأنها غير مرنة ، لذلك كان من الضرورى البحث عن قيمة تعبر عن المقاومة القصوى بغرض المقارنة بين المواد مع إستخدام نفس صيغة المعادلة السابقة ولكن عند أقصى حمل وهذه القيمة تم التعبير عنها بما يسمى بمعايير الكسر (Modulus of Rapture) .

وعليه فإن قيمة معايير الكسر تساوى

$$\sigma_{max} = \frac{M_U \cdot y}{I} \dots\dots\dots (34)$$

حيث : (M_U) هى قيمة أقصى عزم إنحناء عند الإنهيار وهى تساوى

$$M_U = \frac{P_U \cdot \ell}{4}$$

فى حالة الحمل المركزى فى نقطة المنتصف

$$= \frac{P_U \cdot \ell}{6}$$

فى حالة الحمل فى نقطتى الثلث من الكمرة

- وبفحص المعادلة السابقة (٣٤) يتبين أن توزيع الإجهاد على كامل القطاع هو علاقة خطية أى المادة مازالت مرنة بالرغم من أن الحمل تعدى حد التناسب ومنطقة الأمر وهذا مخالف للتوزيع الحقيقى للإجهاد فى هذه المرحلة وهو علاقة غير خطية .

ب- الخواص ذات الصلة بالتشكل : Deformation Properties :

- الصلابة : Stiffness :

- كما فى إختبار الشد الإستاتيكي فإن مقاومة للمادة للتشكلات المرنة يعبر عنها بصلابة المادة وتقاس بمعلومية معايير المرونة للمادة (E) Modulus of Elasticity .
- فى إختبار الإنحاء يمكن تقدير قيمة وحساب معايير المرونة (E) للمادة وذلك بإستخدام العلاقة النظرية بين قيمة الحمل المؤثر والترخيم فى مرحلة المرونة حتى حد المرونة .
- من العلاقة المعروفة النظرية بين قيمة الحمل المركز (P) وقيمة الترخيم المركزى أو أقصى ترخيم (δ) وهى

$$\delta = K_b \frac{P\ell^3}{EI}$$

حيث : (K_b) هو ثابت يعتمد على موضع الأحمال المركزية المؤثرة على طول الكمرة ذات البحر (ℓ) وكذلك على نوع وحالة إرتكاز هذه الكمرة (Supporting Conditions) فمثلاً لكمرة بسيطة الإرتكاز ومعرضة إلى حمل مركزى فى المنتصف فإن :

$$\delta = \frac{P\ell^3}{48EI} \dots\dots\dots (35)$$

ولكمرة بسيطة الإرتكاز ومعرضة إلى حملين مؤثرين فى نقطتى الثلث لبحر الكمرة فإن :

$$\delta = \frac{23P\ell^3}{1296EI} \dots\dots\dots (36)$$

وعليه فإن قيمة معايير المرونة (E) تساوى :

$$E = \frac{\ell^3}{48I} \cdot \frac{P}{\delta} \quad (\text{فى حالة حمل مركزى فى المنتصف})$$

$$, E = \frac{23\ell^3}{1296I} \cdot \frac{P}{\delta} \quad (\text{فى حالة التحميل فى نقطتى الثلث للكمرة})$$

أو بصفة عامة فلن

$$E = K \cdot \frac{P}{\delta} = K \cdot \tan \theta$$

حيث (K) مقدار ثابت

$$K = \frac{\ell^3}{48I} \quad (\text{في حالة حمل مركزي في المنتصف})$$

$$\text{or } K = \frac{23 \ell^3}{1296 I} \quad (\text{في حالة التحميل في نقطتي الثلث للكمرة})$$

هو ميل الخط المستقيم لمنحنى العلاقة بين الحمل والترخيم ، $\tan \theta =$

- هذا وتجدر الإشارة إلى أن قيم معايير المرونة المستخلصة عن طريق إختبار الإنحناء يمكن أن تختلف عن نظيرتها المستخلصة والمستنتجة عن طريق إختبار الشد لنفس المادة ، وهذا الاختلاف يعزى إلى الأخطاء المحتملة في إجراء الإختبار نفسه وكذلك إلى الإفتراضات النظرية التى إستخدمت في إستنتاج معادلات الترخيم .

- المطولية Ductility :

- وهذه الخاصية عادة ما يتم قياسها طبقاً لنوع المادة المختبرة ، حيث للمواد القصيفة مثل حديد الزهر فإنها تقاس بمعلومية أقصى ترخيم أو بقيمة الترخيم عند الكسر .
- إن أهمية مقياس قيمة أقصى ترخيم تعتمد على أبعاد و بحر الكمره وكذلك على طريقة التحميل .
- هذا وتجدر الإشارة إلى أنه في حالة المواد المطيلة التى لا يحدث لها كسر تحت هذا النوع من التحميل في الإنحناء فإنه يجرى عليها ما يسمى بإختبار التشى على البارد (Cold bending test) كما سوف يتم شرحه بعد ذلك .

جـ بالنسبة لتخواص ذات الصلة بالطاقة الممتصة :

Energy – Absorption Porperties :

- الرجوعية : Resilience :

- وهى تعبر عن الطاقة المرنة المخزونة في المادة عند تعرضها للإنحناء والتى يمكن قياسها والتعبير عنها بمتوسط الشغل المبذول لوحدة الحجوم للمادة أو العينة المختبرة في الإنحناء وذلك حتى نهاية حد التناسب أو حمل الخضوع للمادة .

- لذلك فلكمرة بسيطة الإنحناء محملة في منتصفها بحمل مركز مستعرض فإن قيمة الشغل المبذول لوحدة الحجم في مرحلة المرونة وهو معايير الرجوعية يساوى (M.R)

$$M.R = \frac{1}{2} P_p \cdot \delta_p \cdot \frac{1}{A \cdot \ell} \quad kg/cm^2.$$

- حيث : (P_p) هو حمل حد التناسب نهاية الخط المستقيم .
- (δ_p) هو قيمة الترخيم المناظر لحمل حد التناسب .
- (A) هو مساحة مقطع الكمرة .
- (ℓ) هو بحر الكمرة بين الركيزتين .
- هذا ويمكن التعبير عن قيمة معايير الرجوعية بدلالة إجهاد حد التناسب لحالة الحمل المركز في المنتصف لكمرة بسيطة الإرتكاز كما يلي :

$$M.R = \frac{1}{96} \frac{P_p^2 \ell^2}{E I A} = \frac{\sigma_p^2 I}{6 E y^2 A} \dots\dots\dots (37)$$

- المتانة Toughness :

- للمواد القصيفة يمكن قياس هذه الخاصية عن طريق متوسط الشغل الكلى المبذول لوحدة الحجم من الكمرة حتى حدوث الكسر .
- لكمرة بسيطة الإرتكاز ومعرضة لحمل مركز في المنتصف فإن قيمة المتانة يمكن تعيينها وهى تساوى المساحة تحت منحنى العلاقة بين الحمل والترخيم حتى الكسر مقسوماً على حجم الكمرة .
- هذا وتجدر الإشارة إلى أنه لكلاً من المواد المطيلة والقصيفة فإنه يمكن التعبير عن هذه الخاصية وقياسها أحياناً عن طريق إختبار الصدم (Impact Test) .

٤-٢-٦-٤ العوامل التى تؤثر على مقاومة المادة للإنحناء :

Factors Affecting the Flexural Strength of a Material :

- إن نتائج إختبار الإنحناء على المواد المختلفة تبين منه أن قيمة مقاومة الإنحناء تتأثر بمجموعة من العوامل منها :-

١- معدل التحميل Rate of Loading :

حيث تبين أن كلما زاد معدل التحميل (معدل زيادة الحمل مع الزمن) كلما زادت المقاومة المناظرة .

٢- نوع الكمرة ، نوع الحمل المؤثر وكيفية ومواقع تأثيره :Type of Beam , Type of Load and its Arrangement :

- تم ملاحظة أن المقاومة القصوى للإنحناء للمادة تتوقف على نوع الكمرة سواء كمرة بسيطة أو كمرة كابولية بالإضافة إلى موضع الحمل بالنسبة للكمرة (التحميل في نقطتي الثلث للكمرة أو في نقطة واحدة في المنتصف) ، حيث وجد الآتي :-
- في حالة للكمرة البسيطة الإرتكاز وجد أن التحميل في نقطة واحدة في المنتصف يعطى نتائج أكبر لقيم معايير الكسر (في حدود ما بين ١٠ ، ٢٥%) من تلك المناظرة للتحميل في نقطتي الثلث للكمرة .
- أيضاً للكمرة الكابولية المحملة في نهايتها تبين أنها تعطى نتائج أكبر بدرجة طفيفة من نظيرتها المحملة في نقطة واحدة في المنتصف ولو أن متوسط الفرق في النتائج ليست كبيراً بالدرجة الملحوظة .

٣- طول بحر الكمرة Span Beam Length :

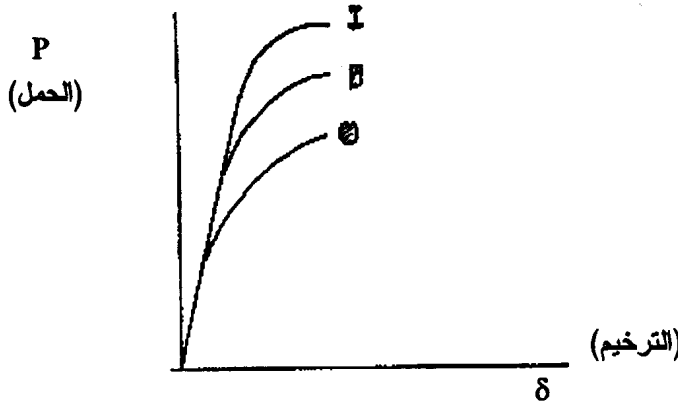
- كلما قل طول بحر الكمرة كلما زاد معايير الكسر للمادة والعكس كلما قلت قيمة معايير المرونة للمادة .

٤- أبعاد وحجم مقطع الكمرة :Dimensions and Size of the Cross – Section :

- تم ملاحظة أنه عادة تتأثر مقاومة الإنحناء بأبعاد وحجم قطاع الكمرة (وخاصة عمقها) حيث وجد أنه كلما زادت أبعاد المقطع كلما قلت مقاومة الإنحناء للمادة .

٥- شكل مقطع القطاع Shape of Cross-Section :

- عادة ما يؤثر شكل مقطع للقطاع بدرجة عالية ذات إعتبار على مقاومة المادة للإنحناء حيث تبين أنه لمقاطع لها نفس قيم عزم للقصور الذاتي (I) للمقاوم لعزم الإنحناء المؤثر فإن مقاومة الإنحناء تكون كبيرة في القطاعات على شكل حرف I يليها القطاعات للمستطيلة ثم للقطاعات الدائرية كما هو موضح بالشكل (٤-٢٤) .



شكل (٤-٢٤)

٤-٢-٦-٥ بعض الملاحظات والإحتياطات الهامة التي يجب أخذها في الإعتبار عند إجراء إختبار الإنحناء :

Some Important Remarks and Precautions in Carrying out Bending Test :

i - شكل وأبعاد عينة الإختبار :

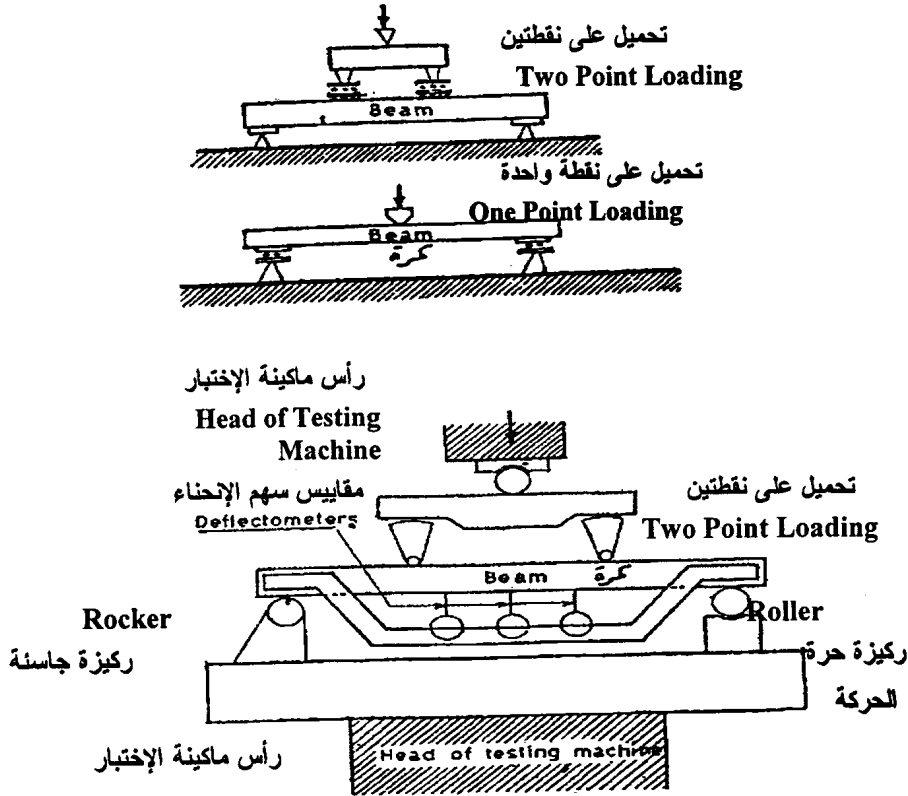
Shape and Dimensions of the Test Specimen :

إن شكل وأبعاد عينة الإختبار يختلف بدرجة كبيرة حسب طبيعة ونوع المادة المختبرة هذا بالإضافة إلى ضرورة التأكد من الحقيقة العلمية الضرورية وهي يجب ألا يقل طول أو بحر الكمرة المختبرة إلى عمقها (L/d) عن (٦) وتكون هذه النسبة في الحدود من (٦-١٢) وذلك بغرض جعل الكسر هو نتيجة لعزم الإنحناء فقط وليس نتيجة للقوى القاصة أي لمنع حدوث ما يسمى بكسر القص في هذا الإختبار ، لذلك حدوث المواصفات بأبعاد قياسية لكل من قطاع بحر الكمرات لكل مادة على حدة للخرسانة العادية بأن أبعاد العينة هي ١٠×١٠×٥٠ سم أو ١٥×١٥×٧٥ سم ببحر صافية تساوي ٤٠ سم في العينة الأولى ، ٦٠ سم في العينة الثانية وذلك في حالتى التحميل عند نقطة واحدة في منتصف البحر أو عند نقطتى الثلث من بحر الكمرة ، بينما لعينات الخشب فإن العينة تكون بأبعاد ٧٥×١٥×٥ سم (البحر يعادل ٧٠ سم) .

ii - الركائز Supports :

- يجب أن تكون الركائز عبارة عن كتل معدنية ذات نهايات مستديرة تحقق الإشتراطات التالية :-

- شكل الركائز يحقق ويتلائم مع عزم الإنحناء المتولد عند أى جزء من الكمره .
- يجب أن تكون الركائز سهلة الحركة وذلك بالكيفية التى تحقق إمكانية ضبط كل من المحور الطولى والعرضى للكمرة المختبرة وبالتالي نمنع توليد أى نوع من قوى أخرى غير عزوم الإنحناء مثل تقييد العينة وتوليد عزم لى من بداية التحميل وأثناء الإختبار وحتى حدوث الكسر .
- إن نقطة تأثير ونقل الحمل الخارجى إلى الكمره وبالتالي مساحة سطح التلامس بين العينة أو الكمره وبلوك التحميل يجب ألا ينشأ عنه تركيز فى الإجهادات عند هذه المساحة ، لذلك يجب إستخدام ألواح صغيرة من المطاط فى حالة إختبار المواد الغير معدنية (الخشب أو الخرسانة) وذلك لضمان توزيع الحمل وبالتالي عدم حدوث تهيئيم للمادة عند نقطة التحميل .



شكل (٤-٢٥)

iii - قياس الترخيم Measuring Deflection :

- عند قياس الترخيم في إختبار الإحناء يجب أن يكون مقاساً من نقطة ثابتة لا يحدث لها هبوط أو إزاحة أثناء التحميل ويجب أن يقاس عند منتصف العينة المختبرة أسفل بطنية الكمره .
- هذا وتجدر الإشارة إلى أن الإختبار عن طريق التحميل في نقطتي الثلث من الكمره مفضل عن التحميل في نقطة واحدة عند المنتصف وذلك للميزة الخاصة بهذا النوع من التحميل وهو أن الجزء الأوسط معرض فقط إلى عزوم إحناء حيث قيم القوى القاصة تساوى صفر وهو ما يجعل الإختبار هو إختبار إحناء خالص .

٤-٢-٦-٦ إنهاء المواد في الإحناء :

Bending Failure of Materials :

- إن إنهاء المواد في الإحناء يمكن أن يحدث في عدة صور مختلفة طبقاً لنوع المادة المختبرة كما يلي :-

◆ بالنسبة للمواد المطيلة W.R.T Ductile Material :

- إن إنهاء الإحناء في هذا النوع من المواد يمكن أن يحدث نتيجة وبسبب الآتي :
 - i. خضوع أقصى ألياف في المقطع Yielding of Extreme Fibers :
- وهذا يعني وصول أقصى إجهادات نتيجة للإحناء عن الألياف القصوى للمقطع قيمة مقاومة الخضوع للمادة (Yielding Strength) ، وفي هذه الحالة فإن قيم الترخيم المناظر تكون عالية وكبيرة بدرجة تحد من إستخدام الكمره كعنصر إنشائي يمكن الإعتماد عليه في التحميل حيث أن التشكلات المصاحبة أصبحت تشكلات لدنة شوهت شكل الكمره ولا يمكن إسترجاعها بعد زوال الحمل المؤثر .

ii. عدم إستقرار الكمره جانبياً وإنبعاجها Buckling and Lateral Instability :

- وهذه الظاهرة غالباً ما تحدث في الكمرات ذات البحور الكبيرة وذات عرض المقطع الصغير والتي تعمل إجهادات الضغط الكبيرة على المقطع كعمل الإجهادات التي تقع على الأعمدة المعرضة لضغط محوري .
- إن ظاهرة الإنبعاج هذه أساساً ما تكون السبب في حدوث الإنهيار أو يمكن إعتبارها سبب ثانوي لحدوث عدم الإستقرار الجانبى لقطاع الكمره نتيجة للإجهادات العالية التي تقع على الألياف القصوى للكمره .

- هذا وغالباً ما يحدث الإنبعاج فى الإتجاه العرضى العمودى على مستوى تحميل الكمره والذى بسببه يحد من قيم الإجهادات القصوى التى تتحملها المادة أو الكمره فى حالة الكمرات العميقة وذات العرض الصغير نسبياً كما هو الحال فى الكمرات التى على شكل حرف I أو ذات شكل المجرى (channels) .
- iii. الإجهادات الموضعية أو المحلية أو إجهادات الإرتكاز :

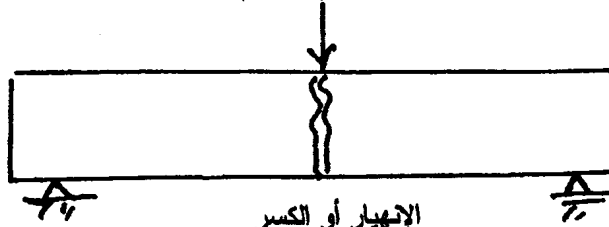
Local or Bearing Stresses :

- فى بعض أجزاء الكمرات المجاورة لنقاط الإرتكاز أو مناطق التحميل عند الركائز والتى عندها تنتقل ردود الأفعال المركزة إلى الكمرات ، حيث تتولد فى هذه المناطق إجهادات ضغط محلية عالية القيمة مثل التى تحدث فى الكمرات التى على شكل حرف I أو شكل المجرى (channels) ، فإذا ما زادت وتعدت قيم هذه الإجهادات مقاومة الخضوع للمادة عند منطقة إتصال العصب مع الشفة الخاصة بالكمره فإنه غالباً ما يحدث إنهيـار موضعى عند هذه الأماكن نتيجة للإجهادات الزائدة وتركيز الإجهادات عند هذه المواضع.

◆ بالنسبة للمواد القصيفة W.R.T Brittle Materials :

i. الخرسانة العادية وحديد الزهر : Plain Concrete and Cast Iron :

- إن إنهيـار المواد القصيفة غالباً ما يكون فجائياً ، حيث الإنهيـار ينشأ ويتولد عند الألياف السفلى المعرضة لأقصى إجهادات شد لهذه المواد وذلك لأن المواد ضعيفة فى مقاومة الشد بالمقارنة بمقاومة القص والضغط لها . وبما أن مقاومة الشد لهذه المواد غالباً ما تعادل ١٠% من مقاومتها للضغط فى حالة الخرسانة العادية ، ٢٥% من مقاومتها للضغط لحديد الزهر الأمر الذى سوف يحدث الإنهيـار عند القطاع أو المنطقة المعرضة لأقصى عزم إنحناء ومن أسفل فى بطنية الكمره ويستمر إلى أعلى حتى يصبح القطاع غير قادر لمقاومة عزم الإنحناء المؤثر فيحدث الكسر وذلك على مستوى رأسى عمودى على المحور الطولى للكمره كما هو مبين بالشكل (٤-٢٦) .



شكل (٤-٢٦)

ii. الخرسانة المسلحة Reinforced Concrete :

- إن إنهيار مثل هذا النوع من الكمرات غالباً ما يعتمد على عدة عوامل منها :
 - * مساحة حديد التسليح الطولى ونسبته بالنسبة لمقطع الخرسانة .
 - * هل يوجد حديد فى منطقة الضغط أم لا وكميته ونسبته .
 - * رتبة الخرسانة المستخدمة (مقاومتها للضغط بعد ٢٨ يوماً) .
 - * رتبة الحديد المستخدم (وهل هو صلب طرى أو صلب عالى المقاومة) .
 - * شكل المقطع وأبعاده .
 - * نسبة بحر القص (a) إلى العمق الفعال للكمرة (d) وهو ما يسمى بنسبة (a/d) .
- لذلك فإنه للكمرات الخرسانية المسلحة لابد وأن نميز بين نوعين أساسيين لإحتمالات الإنهيار وهما :

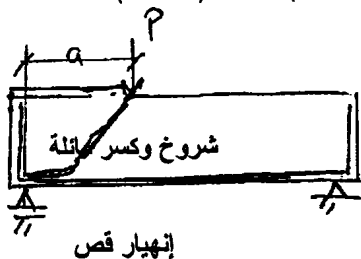
I. الإنهيار نتيجة لعزم الإحناء ويسمى Flexural Failure :

- وهذا النوع من الإنهيار غالباً ما يحدث نتيجة لفعل عزم الإحناء فقط وذلك فى حالة الكمرات ذات نسبة بحر إلى عمق الكمرة (a/d) أكبر من ثلاثة .
- وهذا النوع من الإنهيار غالباً ما يحدث فى الكمرات ذات نسبة تسليح واطية صغيرة نسبياً وهى تسمى كمرات ذات حديد تسليح أقل من اللازم (under-reinforced seets) وهذا النوع من الكمرات يطلق على الكمرات ذات نسبة حديد تسليح أقل من نسبة حديد التسليح المتوازن (Balanced Steel Ratio) والأخيرة هى نسبة حديد التسليح التى يحدث عندها وصول حديد التسليح الرئيسى فى الشد إلى الخضوع فى نفس اللحظة التى تصل فيها الألياف القصوى فى منطقة الضغط إلى التهشيم أى أن السبب الأساسى لحدوث الإنهيار هو وصول الحديد فى منطقة الشد إلى الخضوع قبل وصول الخرسانة فى منطقة الضغط إلى أقصى مقاومة لها ولكن فى النهاية يحدث الإنهيار نتيجة لتهشيم الخرسانة فى منطقة الضغط وهذا غالباً ما يكون فى المنطقة أو القطاع المعرض لأقصى عزم إحناء مصحوباً بتوليد شروخ رأسية واسعة من أسفل وتقل كلما إتجهنا إلى أعلى حتى محور الخمول فى منطقة الشد حتى حدوث الإنهيار .

■ الإنهيار نتيجة للقص (الإنهيار القصي) : Shear Failure :

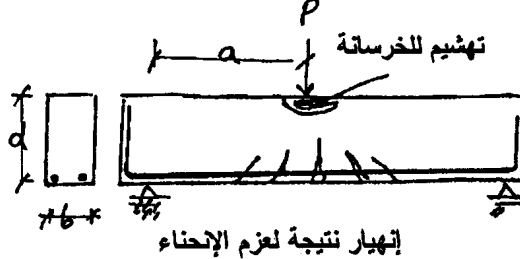
• وهذا غالباً ما يحدث ويكون نتيجة للفعل المركب والمكون من كل عزم الإحناء والقوى القاصة (Combined M&Q) ويمكن أن يكون أيضاً نتيجة للقوى والإجهادات القاصة فقط .

• فإذا ما أخذنا عنصراً في منطقة القص فإن هذا العنصر يكون معرضاً إلى عزم إحناء وقوى قاصة - عزم الإحناء ينجم عن إجهادات عمودية على المقطع (Normal Stresses) بينما القوى القاصة ينجم عنها إجهادات قاصة موازية للمقطع (Shear Stresses) لذلك فإنه نتيجة لهذا الفعل المركب من الإجهادات العمودية والإجهادات القاصة أو ربما نتيجة للإجهادات القاصة عند عناصر تقع على محور الخمول للكمرة فإن هذه الإجهادات تكون مصحوبة بإجهادات شد قطرية (Diagonal Tension) وإجهادات ضغط قطرية (Diagonal Compression) وهذه الإجهادات تعمل على مستويات مائلة وهي المستويات الرئيسية (Principle Planes) وتسمى هذه الإجهادات بالإجهادات الرئيسية (Principle Stresses) إحداها شد والأخرى ضغط . وحيث أن الخرسانة بطبيعتها كمادة قصيفة ضعيفة في الشد فإن انهيار المادة في هذه الحالة يكون في صورة شرخ على مستوى مائل عمودي على اتجاه قوة الشد أو إجهادات الشد الأساسية وذلك عند منتصف القطاع ، سرعان هذه الشروخ المائلة ما تمتد إلى أعلى أو إلى أسفل ثم موازية أفقياً لحديد التسليح الرئيسي في الكمرات البسيطة الإرتكاز والذي في النهاية يتم انهيار الكمرة على مستوى مائل وهذا النوع من الإنهيار يسمى بانهيار القص (Shear Failure) وهو غالباً ما يحدث في الكمرات القصيرة الطول أو التي بها نسبة بحر القص إلى العمق الفعال (a/d) أقل من ثلاثة (أنظر أشكال الإنهيار المحتملة للكمرات الخرسانية المسلحة) شكل (٤-٢٧) .



(Shear Failure)

$$a/d < 3$$



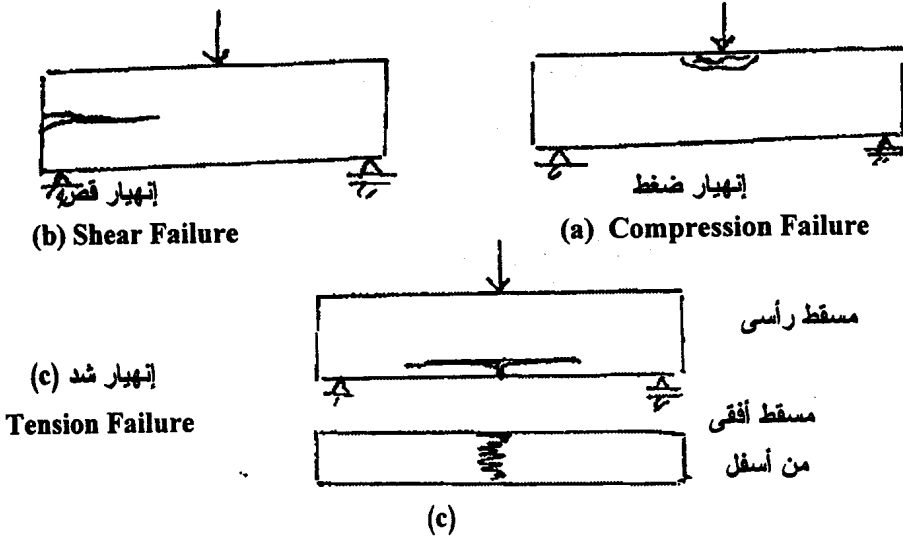
(Flexural Failure)

$$a/d \geq 3$$

شكل (٤-٢٧)

٤-٢-٧ بالنسبة للأخشاب W.R.T Timber:

- إن انهيار الأخشاب المعرضة لعزوم إحناء يمكن أن يحدث في عدة أشكال مختلفة كما هو مبين بالشكل (٤-٢٨) منها :-
 - ◊ انهيار ضغط في الألياف العلوية للكمرة نتيجة للتهديش .
 - ◊ انهيار قص وهو يحدث في صورة شرخ أفقى عند منتصف قطاع الكمرة في المنطقة المعرضة إلى أقصى قص بالقرب من الركيزة .
 - ◊ انهيار شد وهو يحدث في صورة شرخ رأسى عند بطنية الكمرة سرعان ما تتحول إلى انفصال أفقى وشرخ أفقى عند القطاع المعرض لأقصى إجهادات شد موازية للألياف .

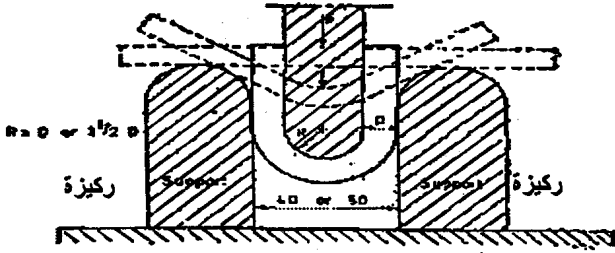


شكل (٤-٢٨) أشكال الإهيار فى الخشب المعرض إلى عزوم إحناء

٤-٢-٧ اختبار الثنى على البارد : Cold Bending Test

- يعتبر إختبار الثنى على البارد من أكثر الإختبارات شيوعاً للمعادن وخاصة المطيلة منها حيث أنه يقدم طريقة ويعتبر وسيلة سهلة ومرضية للتعبير عن خاصية الممتطولية لهذه المواد .
- يتلخص الإختبار أساساً فى إحناء قضيب من المعدن بدرجة إحناء كبيرة من خلال ثنيه بزاوية كبيرة مع ملاحظة هل حدث كسر للمادة أو تكوين شروخ على السطح الخارجى للجزء الذى حدث له إحناء ، مع رصد وتقييم قيمة زاوية الإحناء التى بدأ عندها التشريح .

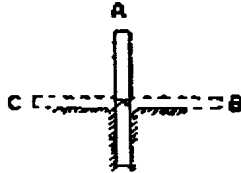
- يبين الشكل التالي كيفية إنحناء وثني قضيب على البارء - شكل (٢٩-٤) .



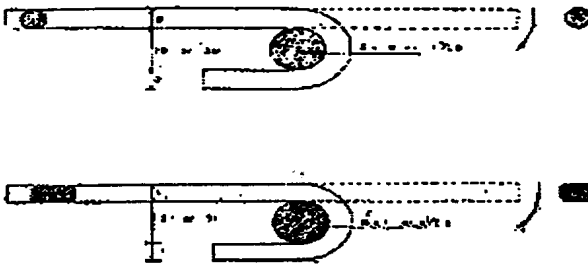
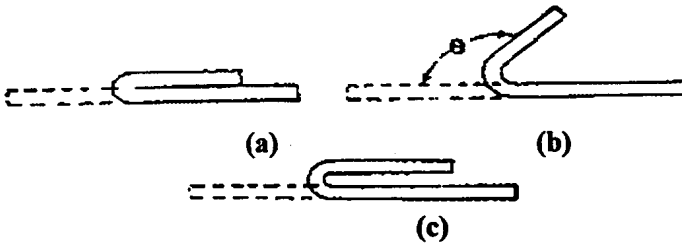
Head of testing machine

رأس ماكينة الإختبار

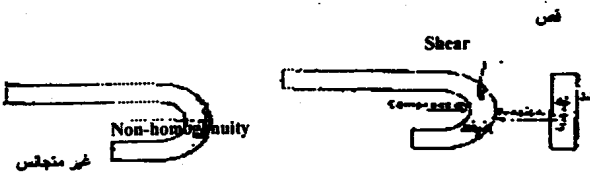
إختبار الثني على البارء باستخدام مكنة الإختبار العامة



Reverse bend test.



إختبار الثني على البارء للقضبان والألواح الرقيقة



شكل (٢٩-٢)

• هذا وتتص معظم المواصفات القياسية على إجراء هذا الإختبار على جميع أنواع الصلب خاصة تلك التى فى صورة أسياخ أو ألواح مثل أسياخ حديد التسليح للخرسانة ، ومسامير البرشام والصلب الإنشائى وقضبان الحديد المطاوع إلخ هذا ويستخدم أيضاً إختبار الثنى على البارد لإختبار مطولية اللحام .

• إن طريقة إجراء هذا الإختبار تتلخص فى إحناء وثنى القضبان أو الألواح المعدنية حول درفلة مستديرة (Pin) وذلك بزاوية 180° حتى يصبح جوانب العينة متوازيان . إن نصف قطر الدرفلة المستديرة (Pin) وهو (R) كالاتى :-

- إذا كان قطر (D) أو سمك (t) العينة المختبرة أقل من أو يساوى واحد بوصة فإن $R < D \text{ or } t$.

- إذا كان قطر (D) أو سمك (t) العينة المختبرة أكبر من واحد بوصة فإن $R < 1 \frac{1}{2} D \text{ or } 1 \frac{1}{2} t$.

• هذا وتجدر الإشارة إلى أن إختبار الثنى على البارد غالباً ما يجرى بإستخدام ماكينات الإختبار الجامعة أو بإستخدام أى جهاز خاص يصمم خصيصاً لهذا الغرض .

• هذا ويجب التنويه إلى أنه بعد إجراء وتنفيذ الإختبار يجب فحص العينة بكاملها جيداً وذلك بغرض قبولها أو رفضها ، وفى حالة قبولها يجب ألا يكون هناك أية إشارة لحدوث إنهار أو كسر فى الجزء المنحنى من العينة . بينما إذا كان هناك إشارات أو دلالة على حدوث الإنهيار فإن ذلك يتمثل ويعزى إلى الأسباب التالية :-

i. إنهار نتيجة لإنفصال الشد وذلك إذا ما كان هناك شروخ تم ملاحظتها على السطح الخارجى عمودية على المحور الطولى للعينة .

ii. إنهار نتيجة للضغط إذا ما تم ملاحظة وجود شروخ على السطح الداخلى المنحنى عمودية على المحور الطولى للعينة .

iii. إنهار نتيجة لإجهادات قص إذا ما تم ملاحظة وجود شروخ تميل بزاوية 45° مع المحور الطولى للعينة .

iv. إنهار نتيجة وجود خبث أو رمل أو عدم تجانس فى محتويات المادة نفسها إذا ما تم ملاحظة وجود شروخ على السطح عشوائية ليس لها نظام أو إتجاه محدد .

٤-٢-٨ إجهادات التصميم أو التشغيل في الإحناء :

Design or Working Stresses in Bending :

- إن تصميم العناصر المعرضة إلى إحناء عادة ما يكون على أساس ما يسمى بالإجهادات المسموح بها للإحناء (allowable bending stress) والترخيم المسموح به في الإحناء (allowable deflection) .
- هذا وتجدر الإشارة إلى أنه في الكمرات ذات الطول القصير حيث قيم إجهادات القص (shear stresses) تكون كبيرة ويجب أخذها في الاعتبار في التصميم بالمقارنة بالإجهادات العمودية نتيجة لعزوم الإحناء .
- هذا وتجدر الإشارة إلى أن قيم إجهادات الخضوع في الإحناء تزيد قليلاً عن مثيلتها في الشد والضغط للصلب لذلك ومن وجهة نظر التصميم في الإحناء فإنه أخذ قيم إجهادات الخضوع في الشد والضغط كأساس باعتبارها قيم أكثر تحفظاً وعليه فإن :
أقصى إجهادات مسموح بها في الإحناء (Max. allowable Stresses in Bending)

$$f_{all} = \frac{f_y}{n} = \frac{\text{إجهاد الخضوع}}{\text{معامل الأمان}} \text{ (Kg/cm}^2\text{)}$$

أى نفس قيم الإجهادات المسموح بها في الشد والضغط للصلب

٤-٢-٩ أمثلة محلولة Solved Examples :

مثال رقم (١) :

كمرة معدنية مرتكزة إرتكازاً حراً (Simply Supported) في نقطتين المسافة بينهما ٦٠ سم وذات قطاع دائري قطر ١٠ سم . تم تحميل الكمرة في منتصفها بحمل مركز إستاتيكيًا وتم رصد قيم سهم الإحناء (أقصى ترخيم) عند منتصف بحر الكمرة وكانت النتائج كما يلي :

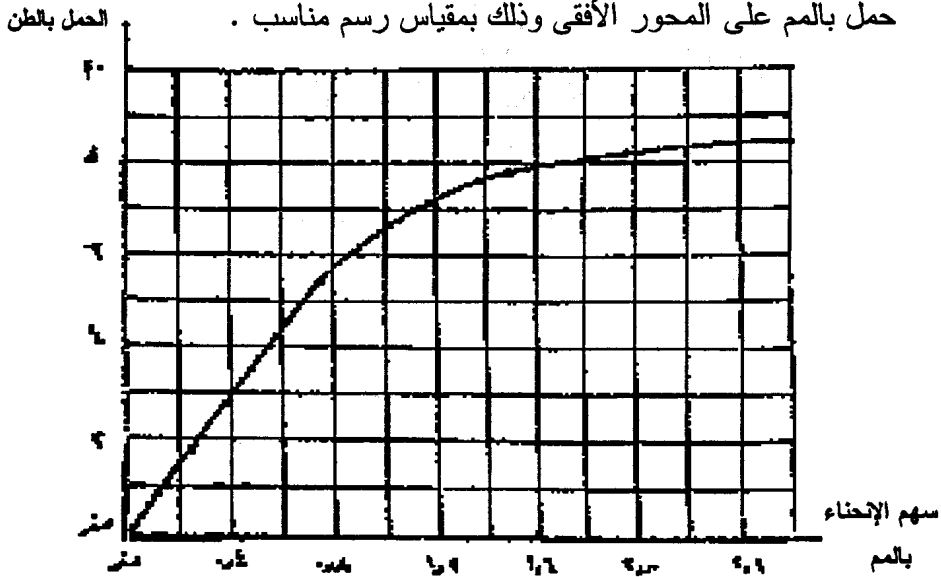
النتائج	صفر	١,٨٠	٣,٦٠	٤,٥٠	٥,٤٠	٦,٦	٧,٨	٨,٢٢	٨,٤٠
سهم الإحناء (سم)	صفر	٠,٢٥	٠,٥	٠,٦٢٥	٠,٧٥	١,٠٠	١,٥	٢,٠٠	٢,٥

المطلوب : رسم منحني الحمل وسهم الإحناء ثم عين الآتي :

إجهاد حد التناسب في الإحناء - معايير الكسر - معايير المرونة في الإحناء - معايير الرجوعية في الإحناء .

الحل :

- يتم رسم العلاقة لمنحنى الحمل بالطن على المحور الرأسى وسهم الإحناء المناظر لكل حمل بالمم على المحور الأفقى وذلك بمقياس رسم مناسب .



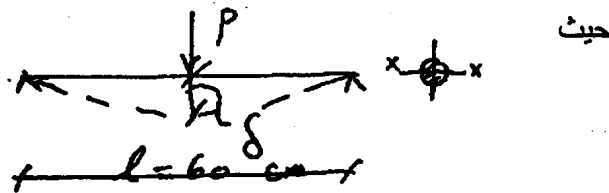
المنحنى البياني للحمل وسهم الإحناء

- من منحنى العلاقة يتبين أنها علاقة شكل مستقيم من نقطة الأصل وذلك حتى نقطة تسمى حد التناسب وهى نهاية الخط المستقيم ثم علاقة غير خطية (منحنى حتى أقصى حمل) ومنها يعين قيم حمل حد التناسب والحمل الأقصى .

- حمل حد التناسب = ٥,٤٠ طن P_p

- الحمل الأقصى = ٨,٤٠٠ طن P_p

تعين قيمة إجهاد حد التناسب من المعادلة العامة $f_s = \frac{M y}{I}$



حيث $f_p = \frac{M_p \cdot y}{I_x}$, $M_p = \frac{P_p \cdot l}{4}$

$= \frac{5.4 \times 10^3 \times 60}{4} = 8100 \text{ kg.cm}$

$$\therefore y = \frac{D}{2} = \frac{10}{2} = 5.0 \text{ cm}$$

$$I = I_x = \frac{\pi D^4}{64} = \frac{3.14 \times (10)^4}{64} = 490.9 \text{ cm}^4$$

$$\therefore f_p = \frac{81000 \times 5}{490.9} = 825.0 \text{ kg/cm}^2$$

• ومعيار الكسر (Modulus of rupture) = أقصى مقاومة للإنحناء

$$f_{\max.} = \frac{M_U \cdot y}{I_x}, \quad M_U = \frac{P_U \cdot \ell}{4} = \frac{8.4 \times 10^3 \times 60}{4} = 126000 \text{ kg.cm}$$

$$\therefore f_{\max.} = f_r = \frac{126000 \times 5}{490.9} = 1283.4 \text{ kg/cm}^2$$

- معيار الرجوعية في الإنحناء = مساحة المثلث حتى حد التناسب
 $\frac{1/2 \times \text{حمل حد التناسب} \times \text{سهم الإنحناء عند حد التناسب}}{\text{حجم العينة}}$

$$= \frac{0.75 \times 0.4 \times 1/2}{6.0 \times 2.5 \times 3.14} = 0.043 \text{ كجم/سم}^2$$

- معيار المرونة في الإنحناء (E)

$$\therefore \delta = \frac{P \ell^3}{48 E I_x}$$

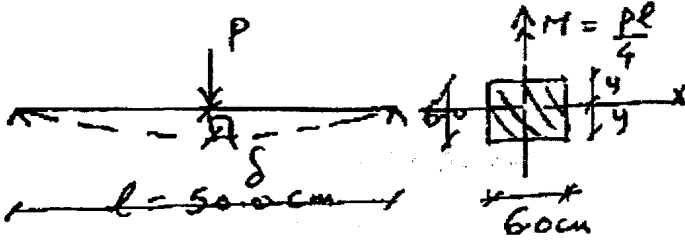
$$\therefore E = \frac{P}{\delta} \cdot \frac{\ell^3}{48 I_x} = k \cdot \tan \theta = \frac{1.800}{0.025} \times \frac{(60)^3}{48 \times 490.9} = 660 \text{ t/cm}^2$$

مثال رقم (٢) :

أجرى اختبار الإنحناء الإستاتيكي على كمر من المعدن بسيطة الإرتكاز بحرهما يساوى ٥٠ سم ومقطعها مربع الشكل ضلعه يعادل ٦ سم . تم تحميل الكمر في منتصفها حيث كان حمل حد التناسب يعادل ٠,٦ طن والحمل الأقصى عند الكسر يعادل ٠,٧ طن وعند حمل قدره ٠,٣ طن كان قيمة سهم الإنحناء الأقصى يعادل ٠,١٥ سم ، المطلوب حساب الآتى :-

إجهاد حد التناسب - معايير المرونة في الإحناء - معايير الرجوعية في الإحناء - معايير الكسر .

الحل :



- إجهاد حد التناسب :

$$f_p = \frac{M_p \cdot y}{I_x}$$

$$M_p = \frac{P_p \cdot l}{4} = \frac{0.6 \times 50}{4} = 7.5 \text{ t.cm}$$

$$I_x = \frac{bd^3}{12} = \frac{6 \times (6)^3}{12} = 1296 \text{ cm}^4$$

$$y = \frac{d}{2} = \frac{6}{2} = 3.0 \text{ cm}$$

$$\therefore f_p = \frac{7.5 \times 10^3 \times 3.0}{1296} = 17.36 \text{ kg/cm}^2$$

- معايير المرونة في الإحناء :

$$E = k \cdot \tan \theta$$

$$= \frac{l^3}{48 I_x} \cdot \frac{300}{0.15} = \frac{(50)^3}{48 \times 1296} \times \frac{300}{0.15} = 4018.7 \text{ kg/cm}^2$$

- معايير الرجوعية في الإحناء :

$$M.R = 1/2 P_p \cdot \delta_p / A \cdot L$$

$$= \frac{1/2 \times \text{حمل حد التناسب} \times \text{سهم الإحناء عند حد التناسب}}{\text{حجم العينة}} =$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \times 600 \times \frac{600}{300} \times 0.15}{6 \times 6 \times 50} = 0.05 \text{ kg/cm}^2$$

- معايير الكسر :

$$f_{\max.} = \frac{M_U \cdot y}{I_x} = \frac{P_U \cdot \ell}{4} \times \frac{y}{I_x}$$

$$= \frac{700 \times 50}{4} \times \frac{3}{1296} = 20.25 \text{ kg/cm}^2$$

مثال رقم (٣) :

تم إجراء إختبار الإنحناء الإستاتيكي على كمر معدنية قطاعها مربع وكانت المسافة بين نقطتي الإرتكاز ١٢٠ سم وكانت الكمرة محملة بحمل مركز في منتصف بحرهما . فإذا كان معايير مرونة المادة في الإنحناء يعادل ٤٠٠ طن/سم^٢ وكانت قراءات الحمل وسهم الإنحناء المناظر لكل حمل عند منتصف الكمر كما يلي :

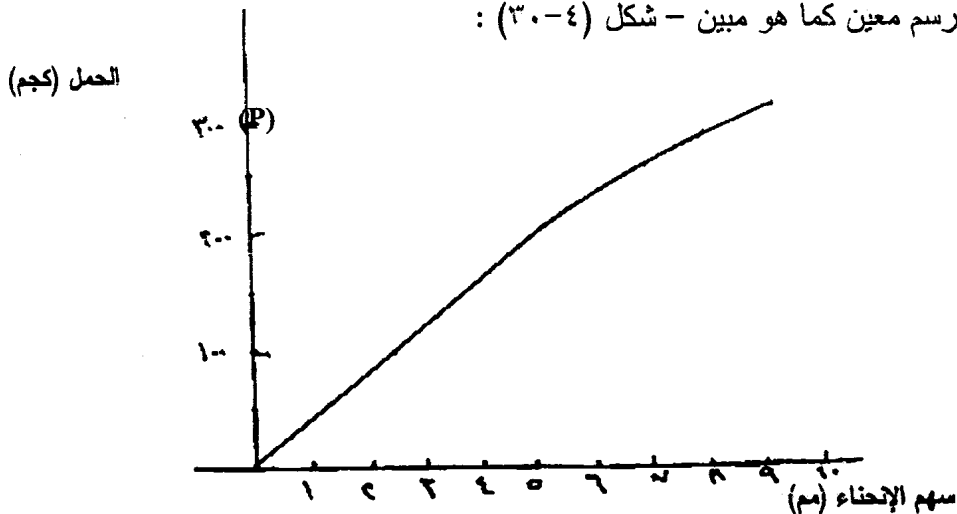
الحمل (كجم)	٢٥	٥٠	٧٥	١٠٠	١٥٠	٢٠٠	٢٢٥	٢٥٠	٢٧٥	٣٠٠
سهم الإنحناء (مم)	٠,٦	١,٢	١,٨	٢,٦	٣,٦	٥,٢	٦,١	٧,٣	٨,٢	٩,٥

المطلوب : رسم المنحنى البياني بين الحمل وسهم الإنحناء ثم حساب الآتي :

أبعاد قطاع الكمرة - إجهاد حد التناسب - معايير الرجوعية في الإنحناء - معايير الكسر - معايير المتانة في الإنحناء .

الحل :

يتم رسم منحنى العلاقة بين الحمل (P) بالكيلو جرام وسهم الإنحناء المناظر بالمم وذلك بمقياس رسم معين كما هو مبين - شكل (٣٠-٤) :

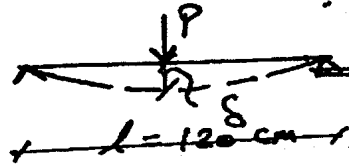


شكل (٣٠-٤)

للعلاقة الخطية

$$E = k \cdot \tan \theta$$

$$= \frac{\ell^3}{48 I_x} \cdot \frac{P}{\delta}$$



$$\therefore 400 \times 10^3 = \frac{(120)^3}{48 \times I_x} \cdot \frac{25}{0.06} \rightarrow I_x = 37.500 \text{ cm}^4$$

$$I_x = \frac{b d^3}{12} = \frac{b^4}{12} = 37.500 \rightarrow b^4 = 450 \text{ cm}^4$$

$$\rightarrow b = 4.6 \text{ cm}$$

- من الرسم حمل حد التناسب يساوى ١٥٠ كجم
 \therefore إجهاد حد التناسب

$$f_p = \frac{M_p \cdot y}{I_x}$$

$$= \frac{150 \times 120 \times 2.3}{4 \times 37.5} = 276 \text{ kg/cm}^2$$

- معايير الرجوعية فى الإنحناء

$$= \frac{1}{2} p_p \cdot \delta_p / A \ell$$

$$= \frac{150 \times 0.36}{2 \times (4.6)^2 \times 120} = 0.011 \text{ kg/cm}^2$$

- معايير الكسر فى الإنحناء

$$f_{\max} = \frac{M_U \cdot y}{I_x}$$

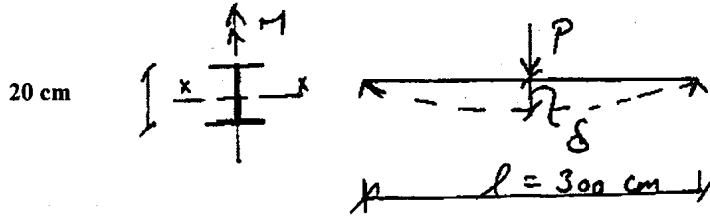
$$= \frac{300 \times 120 \times 2.3}{4 \times 37.5} = 552.0 \text{ kg/cm}^2$$

- معايير المتانة فى الإنحناء = $\frac{\text{المساحة تحت منحنى الحمل وسهم الإنحناء}}{\text{حجم الكمره}}$ (كجم/سم^٢)

مثال رقم (٤) :

كمره بسيطة من الصلب بحرأ ٣,٠٠ متر ومقطعها على شكل (I) إذا كان عزم القصور الذاتي للقطاع حول المحور الأفقى يعادل ١٢٠٠ سم^٤ - أوجد قيمة الحمل المركز الذى تتحمله الكمره عند منتصف البحر بحيث لا يزيد قيمة الإجهاد الواقع على القطاع عن ١٤٠٠ كجم/سم^٢ إذا كان إرتفاع القطاع يعادل ٢٠ سم .

الحل :



$$f = \frac{M \cdot y}{I_x}$$

$$y = \frac{h}{2} = \frac{20}{2} = 10 \text{ cm}, I_x = 1200 \text{ cm}^4$$

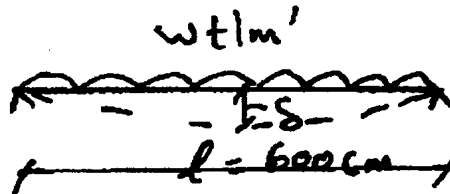
$$f \leq 1400 \text{ kg/cm}^2, M = \frac{P \cdot l}{4}$$

$$\therefore 1400 = \frac{P \times 300 \times 10}{4 \times 1200} \rightarrow P = 2240 \text{ kg.}$$

مثال رقم (٥) :

كمره بسيطة الإرتكاز بحرأ ٦,٠٠ متر ومقطعها متماثل عمقه ٣٠ سم فإذا كان عزم القصور الذاتي للمقطع حول محور الإنحناء يعادل ١٠٠٠٠ سم^٤ والإجهاد المسموح به فى الإنحناء يعادل ١,٢ طن/سم^٢ . المطلوب حساب قيمة الحمل الموزع المسموح به على هذه الكمره .

الحل :



- بفرض الحمل الموزع على الكمره يعادل $w \text{ t/m'}$

$$\therefore M_{\max} = \frac{w \ell^2}{8} = \frac{w \times (600)^2}{8} \text{ kg.cm.}$$

$$f = \frac{M_{\max} \cdot y_{\max}}{I_x} \leq f_{all.}$$

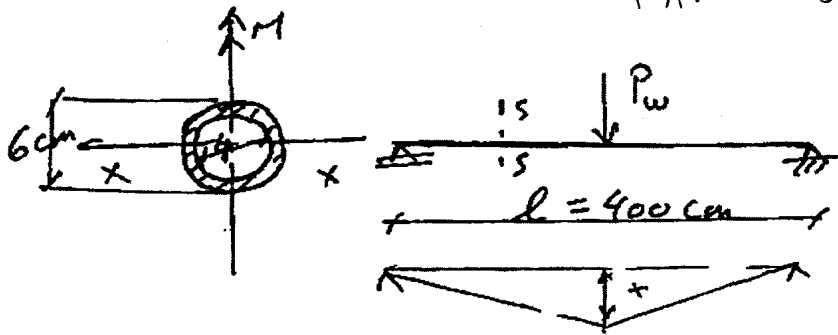
$$\therefore \frac{w \times (600)^2}{8} \times \frac{15}{10000} \leq 1200$$

$$\therefore w = 17.78 \text{ kg/m'}$$

مثال رقم (٦) :

كمره من الصدايب بسيطة الإرتكاز طولها ٤,٠٠ متر وذات مقطع على شكل إنبوبة قطرها الداخلى ٤,٠٠ سم والخارجى ٦,٠٠ سم . المطلوب حساب أقصى حمل مركز فى المنتصف تستطيع الكمره تحمله إذا كان أقصى إجهاد مسموح به للشد والضغط لمادة الكمره هو ١٤٠٠ كجم/سم^٢ .

الحل :



$$M = \frac{P_w \ell}{4}$$

$$I_x = \frac{\pi}{64} (D_o^4 - D_i^4) = \frac{3.14}{64} [6^4 - 4^4] = 51.0 \text{ cm}^4.$$

$$\therefore f_{working} = \frac{M \cdot y_{\max}}{I_x} = \frac{P_w \times 400 \times 3.0}{4 \times 51} \leq 1400$$

$$\therefore P_w = 238 \text{ kg.}$$

أى حمل التشغيل

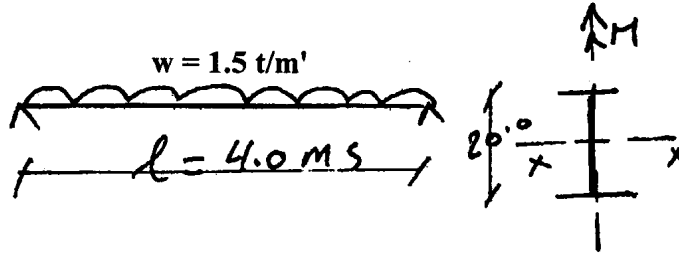
مثال رقم (٧) :

عينة من الصلب الطرى بسيطة الإرتكاز بحرهما يعادل ٤,٠٠ متر تعرضت إلى حمل موزع قدره ١,٥ طن/م . المطلوب التحقق من أمان هذه العينة من أقصى إجهادات عمودية معرضة لها إذا كان مقطعها ذو الشكل على حرف (I) له الخواص التالية :

$$I_x = 2500 \text{ cm}^4, h = 20 \text{ cm}$$

، أقصى إجهاد شد وضغط مسموح به $f_{\max \text{ all}} = \pm 1.4 \text{ t/cm}^2$

الحل :



- كما هو مبين بالرسم

$$M_{\max} = \frac{w \ell^2}{8}$$

فإن أقصى عزم إنحناء يكون في المنتصف موجب وقدره

$$= \frac{1.5 \times (4)^2}{8} = 3.0 \text{ m.t}$$

$$I_x = 2500 \text{ cm}^4, y_{\max} = \pm \frac{h}{2} = \pm 10 \text{ cm}$$

∴ أقصى إجهاد شد وضغط عند الألياف الخارجية للقطاع وتعاذل

$$f_{\max w} = \pm \frac{M_{\max} \cdot y_{\max}}{I_x} = \pm \frac{3.0 \times 10^5 \times 10}{2500} = \pm 1200 \text{ kg/cm}^2$$

$$= \pm 1.2 \text{ t/cm}^2$$

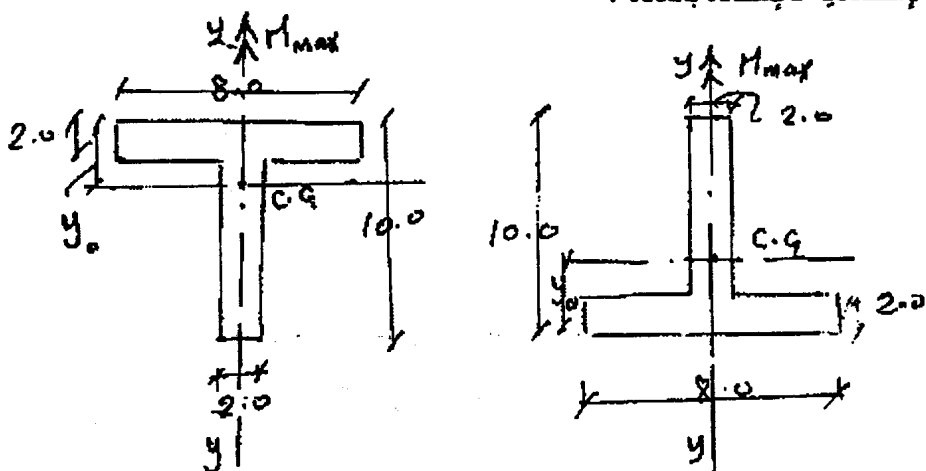
$$< \pm 1.4 \text{ t/cm}^2 (f_{\text{all}})$$

أى أن أقصى إجهادات تشغيل عمودية واقعة على العينة أقل من الإجهادات المسموح بها
إذن العينة آمنة .

مثال رقم (٨) :

كمرة مصنوعة من الحديد الزهر مقطوعها على شكل حرف (T) كما هو مبين بالشكل
(٣١-٤) المطلوب حساب قيمة عزم الإنحناء المسموح به لهذا المقطع إذا كان أقصى
إجهاد شد وضغط مسموح به لمادة الزهر هي ٠,٤ طن/سم^٢ ، ٠,٨ طن/سم^٢ على
التوالى.

فإذا ما تم قلب المقطع رأساً على عقب بحيث أصبحت الشفة من أعلى كم سيكون قيمة عزم الإنحناء المسموح به في هذه الحالة ؟ وأى الوضعين أفضل من الناحية الإنشائية والإقتصادية للإستفادة بالمادة .



شكل (٤-٣١)

الحل :

- حيث أن مقطع الشكل متماثل حول المحور (y) وغير متماثل حول المحور الأفقي إذن يجب إيجاد موضع مركز الثقل وليكن على مسافة (y_o) من الحافة السفلى وهى شفة المقطع حيث (y_o) بأخذ العزوم عند نهاية الشفة

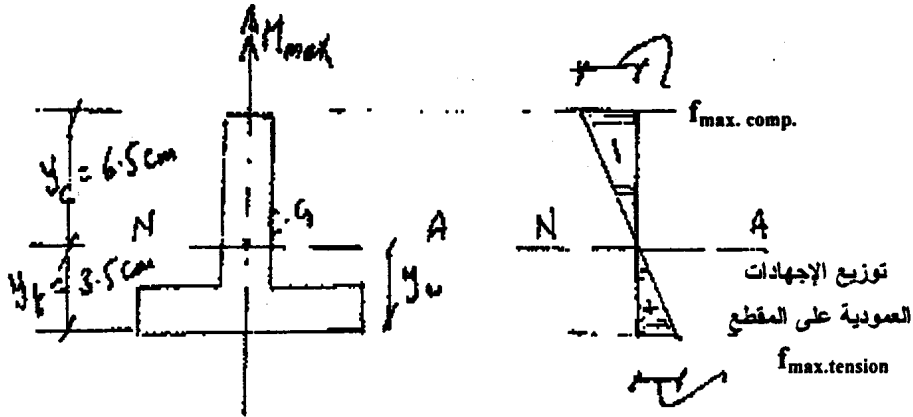
$$\therefore y_o = \frac{8 \times 2 \times 1 + 8 \times 2 \times 6}{8 \times 2 + 8 \times 2} = 3.5 \text{ cm}$$

- يتم حساب عزم القصور الذاتي للمقطع حول المحور (x-x) المار بمركز الثقل وهو محور التعادل في هذه الحالة

$$\therefore I_x = \frac{8 \times (2)^3}{12} + 8 \times 2 \times (2.5)^2 + \frac{2 \times (8)^3}{12} + 8 \times 2 \times (2.5)^2$$

$$= 290.67 \text{ cm}^4$$

وبين الشكل التالى توزيع الإجهادات على المقطع



وحيث أن الإجهادات العمودية هي شد وضغط كما هي موضحة بالشكل وأن أقصى إجهادات شد تكون عند الألياف القصوى للشفة ناحية العزم الموجب (الشد أسفل القطاع ، الضغط أعلى القطاع) وأقصى إجهادات ضغط تكون عند الألياف القصوى فى العصب عند أعلى القطع .

- أقصى إجهادات شد واقعة على القطاع

$$\therefore f_{\max \text{ ten.}} = + \frac{M_{\max}}{I_x} \cdot y_t \leq f_{\text{all ten.}}$$

$$\therefore \frac{M_{\max}}{290.67} \times 3.5 \leq 400 \text{ kg/cm}^2$$

$$\therefore M_{\max} = 33219 \text{ kg.cm} \cong 33.22 \text{ t.cm}$$

أى أن أقصى عزم إحناء يتحمله ومسموح به للقطاع يجب ألا يتعدى ٣٣,٢٢ طن.سم بحيث لا يزيد أقصى إجهاد شد عن القيمة المسموح بها للمادة .
، أقصى إجهاد ضغط واقع على القطاع

$$f_{\max \text{ comp}} = - \frac{M_{\max}}{I_x} \cdot y_c \leq f_{\text{all comp.}}$$

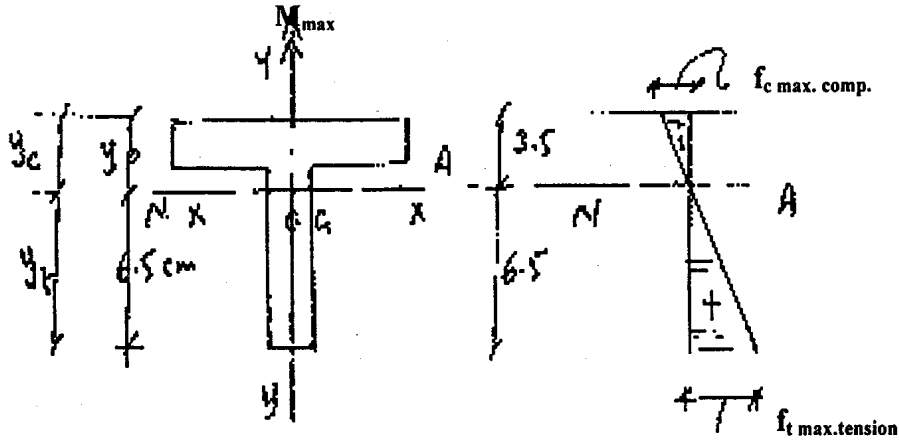
$$\text{i.e. } \frac{M_{\max}}{290.67} \times 6.5 \leq 800 \text{ kg/cm}^2$$

$$\therefore M_{\max} = 35775 \text{ kg.cm} = 35.78 \text{ t.cm}$$

أى أن أقصى عزم إحناء يتحمله ومسموح به للقطاع يجب ألا يتعدى ٣٥,٧٨ طن.سم بحيث لا يزيد أقصى إجهاد ضغط على القيمة المسموح بها للمادة .

∴ أقصى عزم إحناء مسموح به ويتحمله القطاع هو الأصغر فى الاثنين (الناتج من الشد أو الضغط) أى أنه يتحمل ٣٣,٢٢ طن.سم بأمان تام .

• وفى حالة قلب القطاع رأساً على عقب كالاتى يصبح توزيع الإجهادات على القطاع كما يلى :



- أى أن أقصى إجهادات شد واقعة على القطاع

$$f_{max\ tens} = + \frac{M_{max}}{I_x} \cdot y + \leq f_{tall}$$

$$\therefore \frac{M_{max} \times 6.5}{290.67} \leq 400$$

$$\therefore M_{max} = 17887 \text{ kg.cm} = 17.89 \text{ t.cm}$$

أى أن أقصى عزم إحناء يتحمله القطاع فى حالة قلبه بحيث أقصى إجهادات شد لا تتعدى القيمة المسموح بها للمادة يعادل ١٧,٨٩ طن.سم .

- أقصى إجهادات ضغط واقعة على القطاع

$$f_{max\ comp} = \frac{M_{max}}{I_x} \cdot y_c \leq f_{all\ comp.}$$

$$\therefore \frac{M_{max} \times 3.5}{290.67} \leq 800$$

$$\therefore M_{max} = 66.439 = 66.44 \text{ t.cm}$$

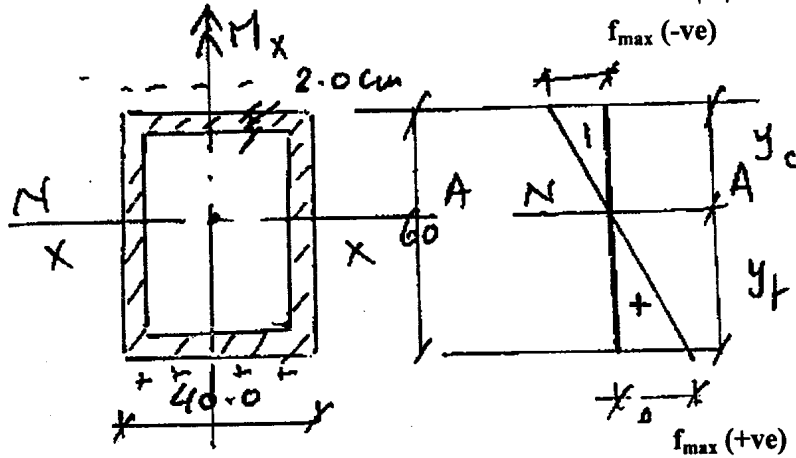
أى أن أقصى عزم إحناء يتحمله القطاع فى حالة قلبه بحيث أقصى إجهادات ضغط لا تتعدى القيمة المسموح بها للمادة يعادل ٦٦,٤٤ طن.سم .

∴ أقصى عزم إحناء مسموح به فى الحالة الثانية وتحمله المادة هو الأقل فى القيمتين أى يعادل ١٧,٨٩ طن.سم بأمان تام

وبمقارنة أقصى عزم إحناء مسموح به فى الحالة الأولى مع الحالة الثانية يتبين أن الوضع الأول يتحمل عزم قدره ٣٣,٢٢ طن.سم وفى الوضع الثانى يتحمل عزم قدره ١٧,٨٩ طن.سم أى أن الوضع الأول أفضل من الوضع الثانى من الناحية الإنشائية وهذا يعنى أن الوضع الأول يتحمل قوى خارجية أكبر من الوضع الثانى لذلك فإن وضع الشفة من أسفل أفضل كفاءة من وضعها من أعلى وذلك بالرغم من أنه نفس القطاع ونفس المادة ونفس الوزن والأبعاد .

مثال رقم (٩) :

للقطاع المبين المطلوب حساب أقصى عزم إحناء يتحمله القطاع حول كل من محورية الرأسى والأفقى إذا كانت مادة القطاع من الصلب ذو إجهاد شد وضغط مسموح به لا يتعدى ١,٤ طن/سم^٢ .



الحل :

الوضع الأول عزم الإحناء حول المحور (X-X) :

∴ الشكل متماثل إذن فمركز الثقل يكون فى المنتصف بالنسبة للمحورين (X-X) ، (Y-Y) وبالتالى فإن محور التعادل يمر بمركز ثقل وينطبق على المحور (X-X) حيث توزيع الإجهادات العمودية لكل من الشكل والضغط كما هو مبين .

- خواص المقطع : الفرق بين عزمى القصور الذاتى للمستطيلين $I_x =$

$$\therefore I_x = \frac{40 \times 60^3}{12} - \frac{36 \times (56)^3}{12} = 720000 - 526848$$

$$= 193152 \text{ cm}^4$$

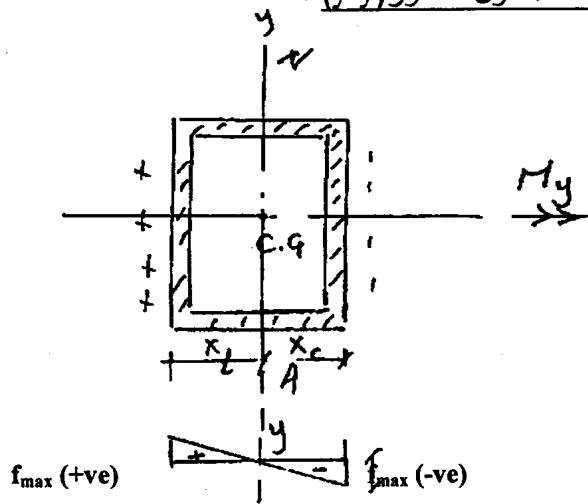
$$y_c = y_t = 30 \text{ cm.}$$

$$\therefore f_{\max} = \pm \frac{M_x}{I_x} \cdot y \leq 1400$$

$$\therefore \frac{M_x}{193152} \times 30 \leq 1400 \rightarrow M_x = 9013760 \text{ kg.cm}$$

$$= 9013.76 \text{ t.cm}$$

الوضع الثاني عزم الإحناء حول المحور (y-y) :



وفي هذه الحالة ينطبق محور التعادل حول المحور (y-y) حيث توزيع الإجهادات العمودية لكل من الشد والضغط كما هو مبين .

- خواص المقطع :

$$I_y = \frac{60 \times (40)^3}{12} - \frac{56 \times (36)^3}{12}$$

$$= 320000 - 217728 = 102272 \text{ cm}^4$$

$$x_c = x_t = 20.0 \text{ cm.}$$

$$\therefore f_{\max} = \frac{M_y}{I_y} \cdot x \leq 1400$$

$$\therefore \frac{M_y \times 20}{102272} \leq 1400 \rightarrow M_y = 7159040 \text{ kg.cm}$$

$$= 7159.04 \text{ t.cm}$$

ومن هذا المثال يتضح أن ($M_x > M_y$) أى أن العزم الذى يتحمله القطاع حول المحور (x) أكبر من العزم الذى يتحمله القطاع حول المحور (y) وعليه فإن الوضع الأول ذو مقاومة للأحمال أكبر بينما الوضع الثانى أقل لذلك يفضل أن تكون القطاعات الخاصة بالكمرات المعرضة إلى أحمال مستعرضة عمقها أكبر من عرضها حتى يمكن الاستفادة القصوى من القطاع ومن مادته .

مثال رقم (١٠) :

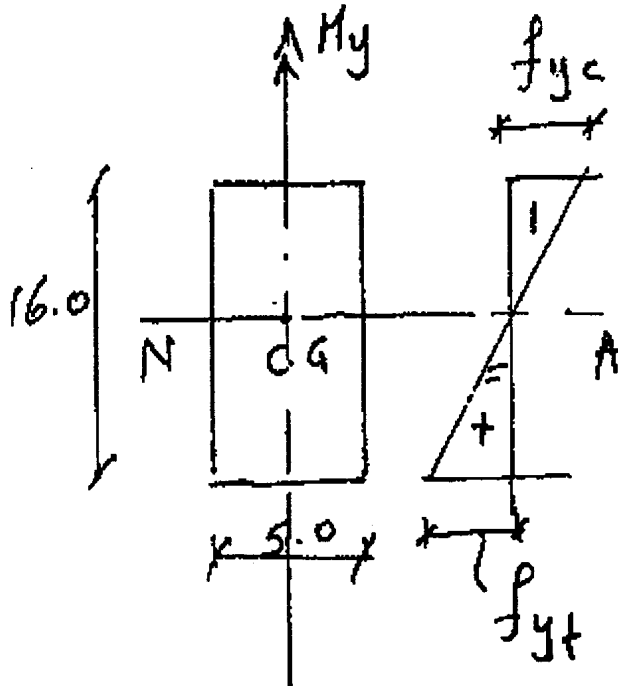
مقطع مستطيل عرضه ٥ سم وعمقه ١٦,٠٠ سم فإذا كانت مادة المقطع من مادة مرنة تامة اللدونة وإجهاد خضوعها فى الشد والضغط يعادل ٢,٤٠ طن/سم^٢ المطلوب حساب:

(أ) عزم خضوع (M_y)

(ب) أقصى عزم لدن (M_p)

(ج) العزم الذى يتسبب فى خضوع نصف المقطع

الحل :



للقطاع المبين المتمثل فإن مركز الثقل يكون فى المنتصف وينطبق محور التعادل مع المحور (x-x)

(أ) للحالة الأولى تكون المادة مازالت مرنة والعلاقة خطية والإجهادات القصوى لا تتعدى إجهاد الخضوع للمادة (f_y)

$$\therefore f_{\max} = f_y = \pm \frac{M_y \cdot y}{I_x}, I_x = \frac{5 \times (16)^3}{12} = 1706.7 \text{ cm}^4$$

$$\therefore y = \frac{t}{2} = 8.0 \text{ cm}$$

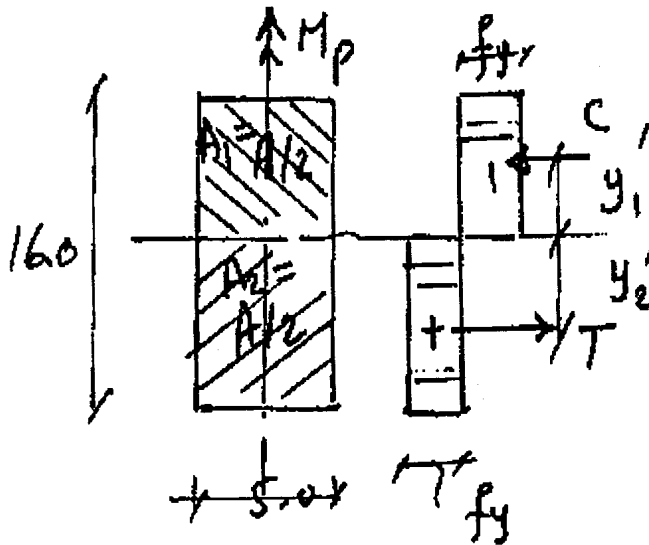
$$\text{or } f_y = \frac{M_y}{Z_{el}}$$

$$\text{حيث } 213.33 = \frac{1706.7}{8} = \frac{I_x}{y} = Z_{el} \text{ سم}^3$$

$$\therefore 2400 = \frac{M_y}{213.33} \rightarrow M_y = 512 \text{ t.cm}$$

وهي قيمة عزم الخضوع

(ب) للحالة الثانية تكون المادة في حالة لدنة على كامل قطاعها أى أن الإجهادات القصوى متساوية ولا تتعدى قيمة إجهاد الخضوع للمادة (f_y) كما هو مبين



في هذه الحالة فإن محور الخمول هو الذى يقسم المساحة إلى نصفين متساويين أى يمر أيضاً بمركز النقل حيث تماثل الشكل .

وأن أقصى إجهادات في هذه الحالة

$$f_y = \frac{M_p}{Z_{pl}}$$

$$Z_{pl} = \frac{1}{2} A(y'_1 + y'_2)$$

حيث (A) مساحة المقطع ، (y'_1) هو بعد مركز ثقل منطقة الضغط عن محور التعادل ،
 (y'_2) هو بعد مركز ثقل منطقة الشد عن محور التعادل .

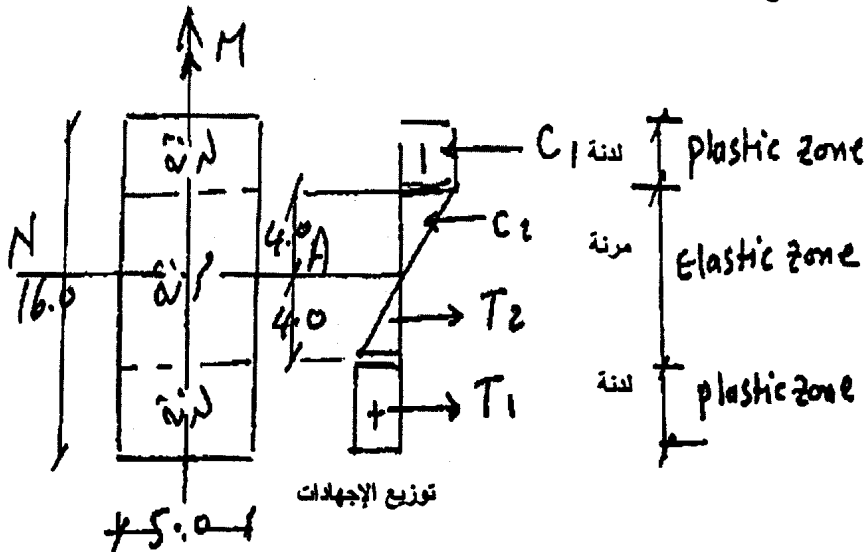
$$\therefore M_p = Z_{pl} \cdot f_y = \frac{1}{2} A(y'_1 + y'_2) \cdot f_y$$

$$A = 5 \times 16 = 80 \text{ cm}^2 \quad , \quad y'_2 = y'_1 = 4 \text{ cm} \quad \text{حيث}$$

$$\therefore M_p = \frac{1}{2} \times 80(4 + 4) \times 2.4 = 768 \text{ t.cm}$$

وهي قيمة أقصى عزم لدن وهي أكبر من (M_y) .

(جـ) للحالة الثالثة وهي في حالة المادة مرنة لدنة فإن قيمة العزم الذي يتسبب في خضوع نصف المقطع كما يلي



من التماثل فإن محور التعادل ينطبق على المحور (x-x) ويمر بالمركز وحيث أن محصلة القوى الأفقية تساوى صفر $C = T$ (الشّد = الضغط) .

∴ عزم الإنحناء فى هذه الحالة هو الناتج عن إحدى القوتين فى زراع العزم $(CorT)_{xy_{ct}}$ وعليه فإن عزم الإنحناء فى هذه الحالة هو الناتج من مجموع عزمى الإنحناء لكل من المستطيلين والمثلثين .

مجموع (القوى × زراع العزم لكل منها) i.e $M =$

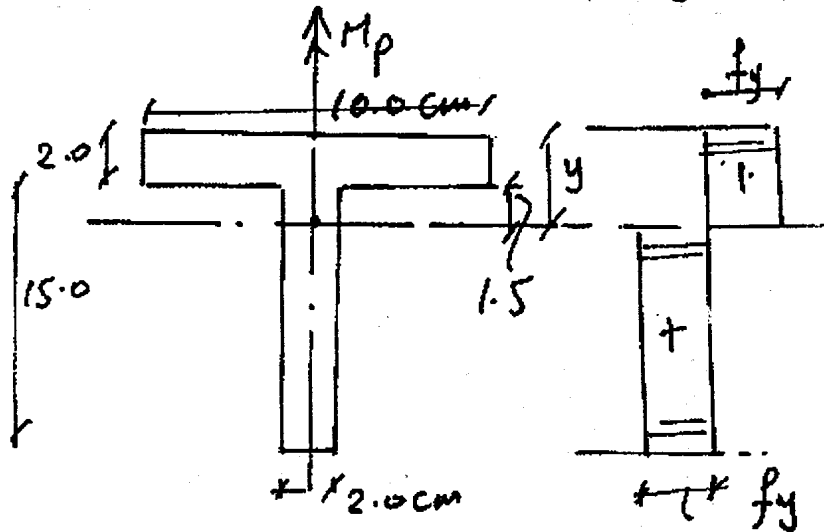
$$= 5.0 \times 4 \times f_y \times 12 + 5.0 \times 4 \times \frac{1}{2} \times f_y \times \frac{2}{3} \times 8$$

$$= f_y \times 5.0 \times 4 \left(12 + \frac{8}{3} \right) = 293.3 \times 2.4 = 704. t.cm$$

وهى قيمة أكبر من (M_y) وأقل من (M_p) لأن القطاع تعدى حد المرونة والخضوع ولم يصل إلى الحالة اللدنة على كل القطاع (full plastic) .

مثال رقم (١١) :

للكل على حرف T بالأبعاد المبينة ، المطلوب حساب قيمة المعايير اللدن للقطاع وكذلك النسبة بين عزم الخضوع والعزم اللدن .



الحل :

لإيجاد قيمة المعايير اللدن للقطاع (Z_{pl}) يتم إيجاد موضع المحور الذى يقسم المساحة الكلية إلى نصفين متساويين ، وحيث أن مساحة الشفة تساوى $2 \times 10 = 20$ سم² ومساحة العصب

تساوى $10 \times 2 = 30$ سم² أى أن مساحة العصب أكبر من مساحة الشفة إذن المحور لابد وأن يكون أكبر من ٢,٠٠ سم مقاساً من الألياف العليا للشفة كما هو مبين وليكن على بعد (y)

$$10 \times 2 + (y - 2) \times 2 = (17 - y) \times 2$$

$$\therefore 20 + 2y - 4 = 34 - 2y$$

$$\therefore 4y = 14 \rightarrow y = \frac{14}{4} = 3.5 \text{ cm}$$

$$Z_p = \frac{1}{2} A(y'_1 + y'_2)$$

- المعايير اللدن

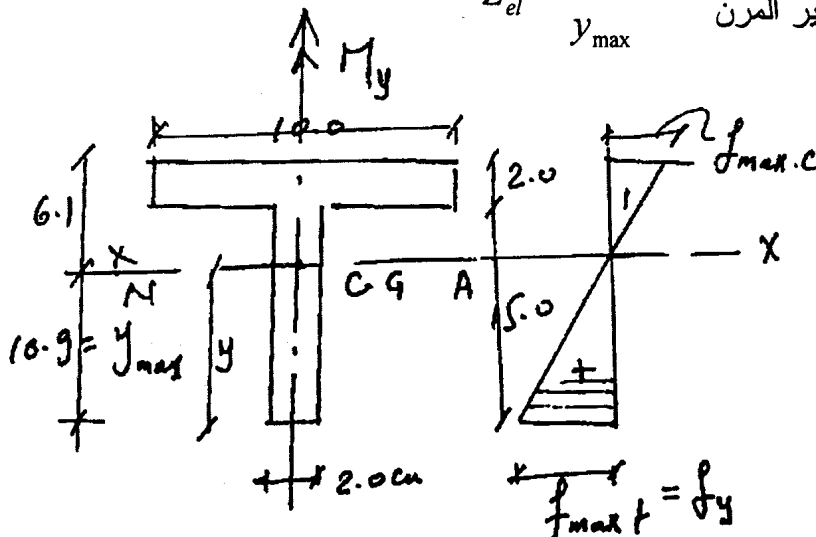
$$A = \text{مساحة المقطع} = 10 \times 2 + 15 \times 2 = 40 \text{ cm}^2$$

(y'₁) بعد مركز ثقل المساحة العليا (نصف المساحة) عن المحور الذى يقسم المقطع إلى مساحتين متساويتين .

(y'₂) بعد مركز ثقل المساحة السفلى (نصف المساحة) عن المحور الذى يقسم المقطع إلى مساحتين متساويتين .

$$\begin{aligned} \text{i.e } Z_{pl} &= 10 \times 2(1 + 1.5) + \frac{2 \times 1.5(1.5)}{2} + \frac{13.5 \times 2(13.5)}{2} \\ &= 50 + 2.25 + 182.25 = 234.5 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

$$Z_{el} = \frac{I_x}{y_{\max}} \quad \text{- المعايير المرن}$$



- يتم إيجاد مركز ثقل المقطع وليكن على بعد (y) من أسفل

$$\therefore y = \frac{10 \times 2 \times 16 + 15 \times 2 \times 7.5}{10 \times 2 + 15 \times 2} = \frac{320 + 225}{50} = 10.9 \text{ cm}$$

عزم القصور الذاتي حول المحور (x-x) وهو محور الخمول

$$I_x = \frac{10 \times (2)^3}{12} + 10 \times 2 \times (5.1)^2 + \frac{2 \times (15)^3}{12} + 2 \times 15 \times (10.9 - 7.5)^2$$

$$= 6.67 + 520.2 + 562.5 + 346.8 = 1436.2 \text{ cm}^4$$

$$y_{\max} = 10.9 \text{ cm}$$

$$\therefore Z_{el} = \frac{I_x}{y_{\max}} = \frac{1436.2}{10.9} = 131.75 \text{ cm}^3$$

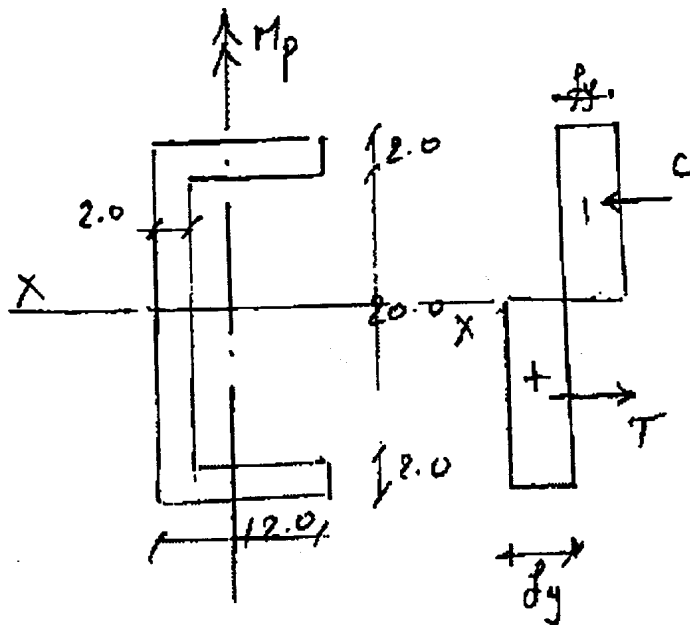
∴ النسبة بين المعايير اللدن والمرن هي نفس النسبة بين العزم اللدن وعزم الخضوع

$$i.e. \frac{M_p}{M_y} = \frac{Z_{pl}}{Z_{el}} = \lambda = \text{عامل الشكل} = \frac{234.5}{131.75} = 1.78 > 1.0$$

مثال رقم (١٢):

قطاع من الصلب على شكل مجرى (□) بالأبعاد المبينة بالشكل (٣٢-٤)، المطلوب حساب عزم الإنحناء اللدن (M_p) عندما ينحني القطاع حول المحور (x-x) وايضاً عندما ينحني حول المحور (y-y) مع العلم بأن إجهاد الخضوع للمادة في الشد والضغط يعادل ٢,٨ طن/سم^٢

- بالنسبة للإنحناء حول المحور (x-x):



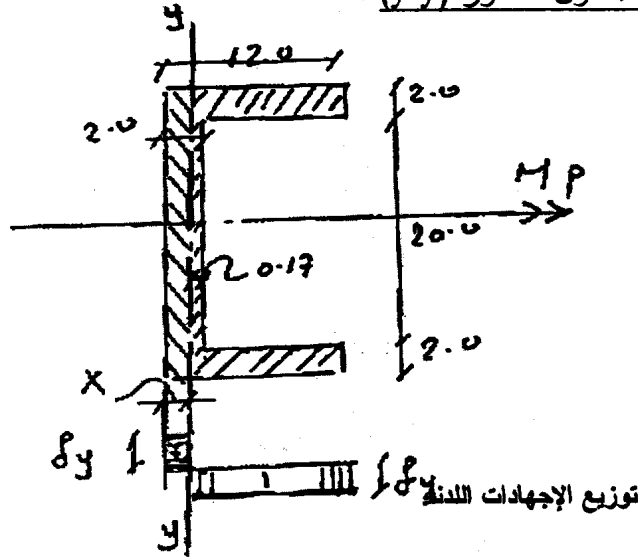
شكل (٣٢-٤)

- حيث أن الشكل متماثل حول المحور (x-x) إذن المحور (x-x) هو الذي يمر به محور التعادل حيث يقسم المساحة الكلية إلى مساحتين متساويتين

$$M_p = \frac{1}{2} A (y'_1 + y'_2) f_y = Z_p \cdot f_y$$

يتم تقسيم الشكل إلى مساحات معروف موضع مركز ثقلها ويؤخذ العزوم لهذه المساحات
 $\therefore M_p = [12 \times 2 \times 11 + 2 \times 10 \times 5] \times 1 \times 2.8 = 544 \text{ t.cm}$

- بالنسبة للانحناء حول المحور (y-y) :



- يتم إيجاد البعد (x) الذي يقسم الشكل إلى مساحتين متساويتين حول المحور (y-y)
 $\therefore 10 \times 2 \times 2 + 24(2 - x) = 24 \cdot x$

$$40 + 48 = 48x \rightarrow x = \frac{88}{48} = 1.83 \text{ cm.}$$

$$\therefore M_p = 24 \cdot x (y'_1 + y'_2) \cdot f_y$$

$$y'_1 = \frac{\frac{(10.17)}{2} \times 2 \times 2 + 24 \times \frac{(0.17)^2}{2}}{10.17 \times 2 \times 2 + 24 \times 0.17}$$

$$= \frac{207.2}{44.76} = 4.63 \text{ cm}$$

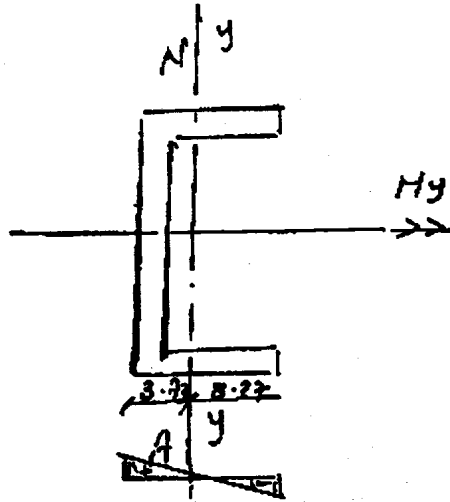
$$y'_2 = \frac{x}{2} = \frac{1.83}{2} = 0.92$$

$$\therefore M = 24 \times 1.83 (4.63 + 0.92) \times 2.8 = 682.5 \text{ t.cm}$$

وهي قيمة عزم الإنحناء اللدن

- ولإيجاد عزم الإنحناء عند الخضوع يتم إيجاد مركز ثقل المقطع في مرحلة المرونة .
- بأخذ العزوم للمساحات حول المحور الرأسى وليبعد مركز الثقل عنه بمسافة (x) .

$$\therefore x = \frac{24 \times 2 \times 1 + 10 \times 2 \times 2 \times 7}{24 \times 2 + 10 \times 2 \times 2} = \frac{48 + 280}{88} = 3.73 \text{ cm}$$



$$I_y = \frac{2 \times 10^3}{12} \times 2 + 2 \times 10 \times 2 (5 - 1.73)^2 + \frac{24 \times 2^3}{12} + 24 \times 2 (3.73 - 1)^2$$

$$= 333.33 + 427.72 + 16 + 357.74 = 1134.79 \text{ cm}^4$$

$$X_{\max} = 8.27 \text{ cm}$$

$$Z_d = \frac{I_y}{X_{\max}} = \frac{1134.79}{8.27} = 137.21 \text{ cm}^3$$

$$\therefore M_y = f_y \cdot Z_{el} = 2.8 \times 137.21 = 384.2 \text{ t.cm}$$

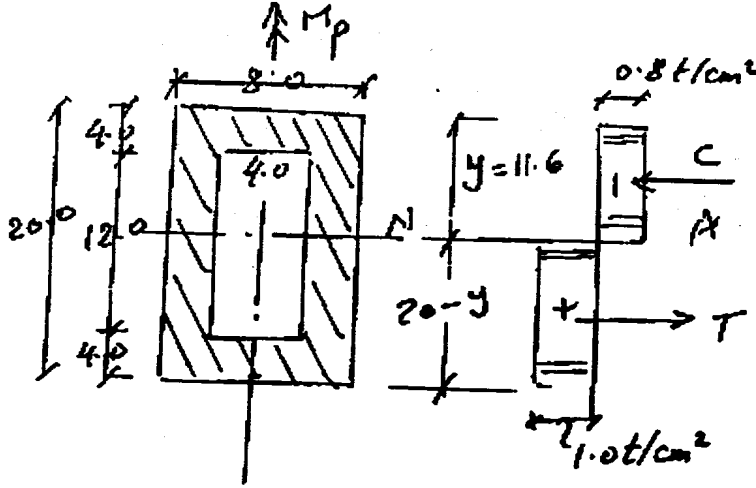
$$\lambda = \frac{M_p}{M_y} = \frac{Z_{pl}}{Z_{el}} = \frac{682.5}{384.2} = 1.78 \quad (\lambda)$$

وعليه فإن عامل الشكل

وهي نفس القيمة السابقة

مثال رقم (١٣) :

المطلوب حساب عزم الإحناء اللدن لمقطع مستطيل مجوف بالأبعاد المبينه بالشكل إذا كان إجهاد الخضوع في الضغط يعادل ٠,٨ طن/سم^٢ وإجهاد الخضوع في الشد يعادل ١,٠٠ طن/سم^٢ - شكل (٣٣-٤) .



شكل (٣٣-٤)

الحل :

• يتم إيجاد موضع (N . A) في هذه الحالة وهي لا تقسم المساحة الكلية إلى مساحتين متساويتين فوقها وتحتها وذلك نظراً لإختلاف إجهاد الخضوع في الشد عن الضغط أى يمكن إيجاد ذلك من الحالة العامة أن مجموع قوى الأفقية تساوى صفراً .

$$\text{i.e } C = T$$

وبفرض أن محور الخمول يبعد مسافة قدرها (y) من أعلى

$$\therefore A_1 \times 0.8 = A_2 \times 1.0$$

$$\therefore A_1 = 8.y - 4(y - 4) = 4.y + 16 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = (20 - y) \cdot 8 - (20 - y - 4) \cdot 4$$

$$= 160 - 8y - 64 + 4y = 96 - 4.y \text{ cm}^2$$

$$\therefore (4y + 16) \times 0.8 = (96 - 4y) \times 1.0$$

$$\therefore 3.2y + 12.8 = 96 - 4y$$

$$\therefore 7.2y = 83.2 \rightarrow y = 11.6 \text{ cm}$$

$$\therefore A_1 = 11.6 \times 4 + 16 = 62.4 \text{ cm}^2, A_2 = 96 - 4 \times 11.6 = 49.6 \text{ cm}^2$$

$$M_p = A_1 \times 0.8 \times y'_1 + A_2 \times 1.0 \times y'_2$$

$$y'_1 = 8 \times y \times \frac{y}{2} - \frac{(y-4)^2}{2} \cdot 4 / 8y - (y-4)4$$

$$= \frac{8 \times (11.6)^2}{2} - 2(11.6-4)^2 / 8 \times 11.6 - (11.6-4)4$$

$$= \frac{538.24 - 109.52}{92.8 - 30.4} = \frac{428.72}{62.4} = 6.87 \text{ cm}$$

$$y'_2 = \frac{(20-y)^2}{2} \cdot 8 - \frac{(16-y)^2}{2} \cdot 4 / (20-y)8 - (16-y)4$$

$$= \frac{(20-11.6)^2 \times 4 - (16-11.6)^2 \times 2}{(20-11.6) \times 8 - (16-11.6) \times 4} = \frac{282.24 - 38.72}{67.2 - 17.6}$$

$$= \frac{243.52}{49.6} = 4.9 \text{ cm}$$

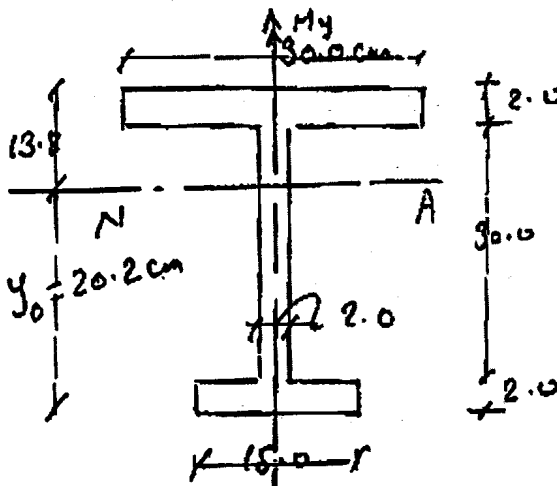
وبالتعويض عن قيم y'_2, y'_1, A_2, A_1

$$\therefore M_p = 62.4 \times 0.8 \times 6.87 + 49.6 \times 1.0 \times 4.9$$

$$= 342.95 + 243.04 = 586.0 \text{ t.cm}$$

مثال رقم (١٤) :

المطلوب حساب عامل الشكل (shape factor) للمقطع المبين التالي



شكل (٣٤-٤)

حيث أن عامل الشكل يساوى $\frac{Z_{pl}}{Z_{el}}$ فيتم إيجاد كل منهم كالآتى :

- لحساب (Z_{el}) : يتم إيجاد مركز ثقل المقطع فى الحالة المبرنة حتى الخضوع

$$Z_{el} = \frac{I_x}{y_{max}}$$

بفرض أن مركز الثقل يبعد مسافة (y_o) من أسفل بالنسبة للمحور الأفقى المار بالمركز وبأخذ العزوم عند حافة الشفة السفلى

$$\begin{aligned} \therefore y_o &= \frac{30 \times 2 \times 33 + 30 \times 2 \times 17 + 15 \times 2 \times 1.0}{30 \times 2 + 30 \times 2 + 15 \times 2} \\ &= \frac{1980 + 1020 + 30}{60 + 60 + 30} = \frac{3030}{150} = 20.2 \text{ cm} \end{aligned}$$

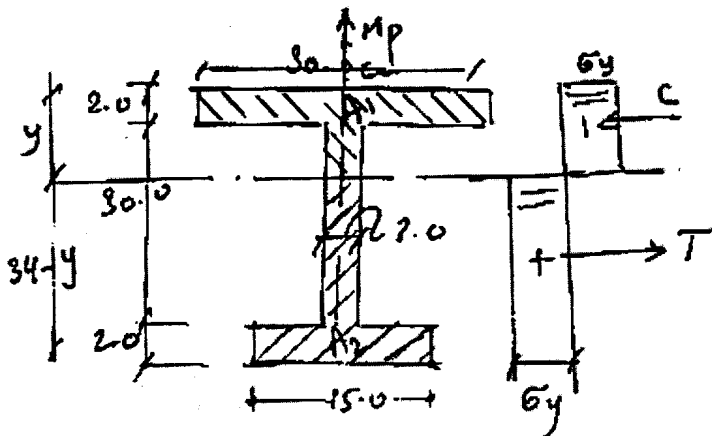
، عزم القصور الذاتى حول محور يمر بالمركز

$$\begin{aligned} I_x &= \frac{30 \times (2)^3}{12} + 30 \times 2 \times (12.8)^2 + \frac{2 \times (30)^3}{12} + 2 \times 30 \times (3.2)^2 \\ &+ \frac{15 \times (2)^3}{12} + 15 \times 2 \times (19.2)^2 \\ &= 20 + 9830.4 + 150 + 614.4 + 10 + 1159.2 \\ &= 21684.0 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

$$Z_{el} = \frac{I_x}{y_{max}}, y_{max} = y_o = 20.2 \text{ cm}$$

$$\therefore Z_{el} = \frac{21684}{20.2} = 1073.47 \text{ cm}^3$$

- لحساب (Z_{pl}) : يتم إيجاد موضع المحور الذى يقسم المساحة إلى مساحتين متساويتين وليكن على بعد (y) من أعلى .



i.e $A_1 = A_2$

$$\therefore 30 \times 2 + (y - 2)2 = 15 \times 2 + (32 - y) \times 2$$

$$\therefore 60 + 2y - 4 = 30 + 64 - 2y$$

$$\therefore 4y = 38 \rightarrow y = 9.5 \text{ cm}$$

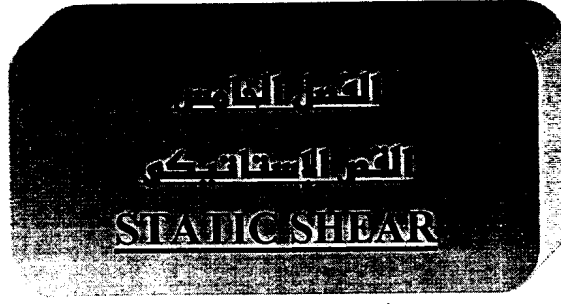
$$Z_p = \frac{1}{2} A(y'_1 + A'_2) = A_1 y'_1 + A_2 y'_2$$

$= \sum a_i \cdot y_i$ تساوی مجموع عزوم المساحات حول المحور

الذى يقسم الشكل إلى مساحتين متساويتين

$$\begin{aligned} &= 30 \times 2(y-1) + \frac{(y-2)^2 \times 2}{2} + \frac{(32-y)^2}{2} \times 2 + 15 \times 2(33-y) \\ &= 60(9.5-1) + (9.5-2)^2 + (32-9.5)^2 + 30(33-9.5) \\ &= 510 + 56.25 + 506.25 + 705 = 1777.5 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

$$1.66 = \frac{1777.5}{1073.47} = \frac{Z_{pl}}{Z_{el}} = (\lambda) \text{ عامل الشكل} \therefore$$

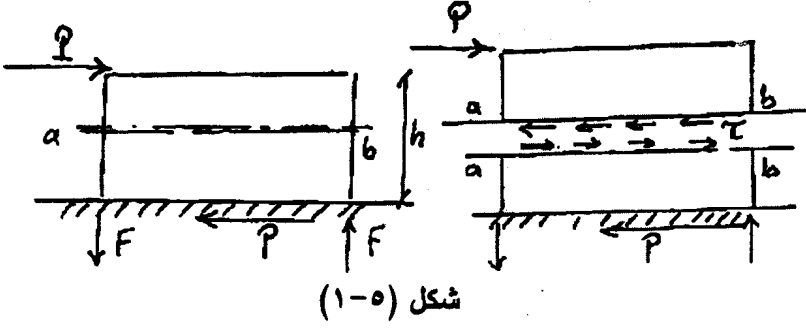


١-٥ مقدمة INFRODUCTION :

- كما تم شرحه سابقاً فإن كلاً من القوى العمودية وعزوم الإنحناء يتولد منها عادة إجهادات عمودية على المقطع ، وأن تصميم العناصر الإنشائية وأجزاء الماكينات المعرضة لمثل هذا النوع من الأحمال تعتمد أساساً على مدى مقاومة المادة لكل من إجهادات الشد والضغط .
- فى الحقيقة وفى مواضع معينة وفى التطبيقات العملية فإنه يوجد نوع آخر من القوى يؤثر موازياً للمقطع (أى عمودياً على المحور الطولى للعنصر) ، مثل هذا النوع من القوى يطلق عليه القوى القاصة (Shearing Forces) ، أى أن القوى القاصة هى التى تعمل موازية لمقطع العنصر المحمل والمؤثر عليه بقوى خارجية .

٢-٥ فكرة وماهية القص CONCEPT OF SHEAR :

- بفرض بلوك نحيف من مادة ما كما هو مبين بالشكل (١-٥) تم تثبيته على سطح أفقى ، فإذا ما أثّرنا بقوى أفقية (p) عند السطح العلوى بهذا البلوك فإنه فى هذه الحالة سوف يميل البلوك أو ينزلق على السطح الأفقى . فإذا لم يحدث لها إنزلاق وكان مثبتاً جيداً بالسطح الأفقى نتيجة للمقاومة العالية للسطح الأفقى للإنزلاق ، وفى هذه الحالة من الإلتزان إذا ما قطعنا البلوك وقسمناه إلى جزئين وذلك عن طريق مستوى أفقى تخيلى (ab) فإن نتيجة ذلك يحدث إنزلاق للجزء العلوى على الجزء السفلى للبلوك وسوف تتولد قوى داخلية موازية ومتزنة للمقطع فى المستوى الأفقى يطلق عليها القوى القاصة وبالتالي سوف تتولد إجهادات موازية للمقطع نتيجة لهذه القوى القاصة تسمى بإجهادات القص (shearing stresses) .



شكل (١-٥)

٣-٥ إجهادات القص SHEAR STRESSES:

- يمكن تعريف إجهادات القص على أى سطح أو مستوى بأنها تمثل توزيع القوى الخاصة على هذا المستوى والموازية له ، بمعنى أنه للبلوك السابق فى الشكل (١-٥) إذا ما فرضنا أن مساحة المستوى (ab) هى (A) مثلاً فإن قيمة متوسط إجهادات القص على هذا المقطع (ab) أو المستوى (ab) تساوى قيمة القوى القاصة (P) مقسوماً على مساحة المقطع التى تؤثر فيه هذه القوى (A) ويطلق عليها إجهادات القص ويرمز لها بالرمز (τ) بوحدات الإجهاد .

$$i.e \tau = \frac{P}{A} \dots\dots\dots (1)$$

- هذا وتجدر الإشارة إلى أنه ليس بالضرورة أن تكون إجهادات القص موزعة بانتظام على أى مقطع وفى هذه الحالة إذا ما فرضنا (ΔP) هى قيمة القوة القاصة التى تؤثر على مساحة عنصر صغير قدره (ΔA) من هذا المقطع فإنه يمكن التعبير عن إجهادات القص الواقعة والمؤثرة على هذا العنصر

$$\tau = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta A} = \frac{dP}{dA} \dots\dots\dots (2)$$

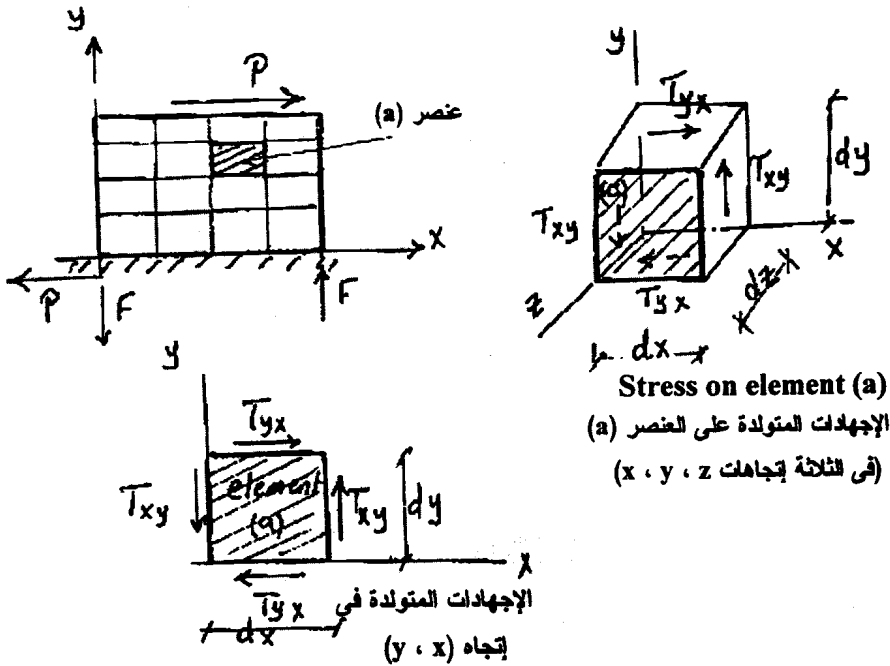
٤-٥ إجهادات القص المتممة أو المكملية :

COMPLEMENTARY SHEAR STRESSES :

- بالإشارة إلى الشكل (٢-٥) فإن المستويات الأفقية مثل (ab) معرضة إلى إجهادات قص نتيجة للقوة القاصة الأفقية (P) وهذه القوة (P) تعمل على تعرض البلوك إلى دوران

الأمر الذي سوف يتطلب للإتزان أن يكون هناك عزم إزدواج (Couple) نتيجة لهذه القوة القاصة .

- بفرض تقسيم مادة البلوك المبين بالشكل إلى عدد من العناصر كما هو مبين فإنه تحت تأثير فعل القوى القاصة فإن هناك ميل للأوجه الرأسية لهذه العناصر بأن يحدث لها إنزلاق كل على الآخر المتاخم له الأمر لمنع هذا الإنزلاق ومقاومته فإن هذه القوى القاصة الأفقية يجب أن تكون مصحوبة بإجهادات وقوى قص رأسية تعمل على مستوى رأسى عمودى على المستوى الأفقى التى تعمل فيه هذه القوى القاصة ، أو بمعنى آخر لآى عنصر (a) أبعاده (dx . dy . dz) معرض إلى إجهادات قص (τ_{yx}) فإن العنصر سوف يحدث له دوران نتيجة لهذه الإجهادات القاصة ولمنع هذا العنصر من الدوران وإتزانه يجب أن تتولد ويكون هناك إجهادات قص رأسية تعمل على مستوى رأسى (τ_{xy}) بمعنى أنه إذا كان هناك إجهادات قص تعمل على مستوى ما فإنها دائماً تكون مصحوبة بإجهادات قص مكملة أو متممة تعمل على مستوى عمودى على المستوى التى تؤثر فيه هذه الإجهادات . إن قيمة إجهادات القص المكملة هذه يمكن إيجادها من إتزان العنصر (dx . dy . dz) وذلك كالاتى :



شكل (٥-٢)

- بفرض (τ_{yx}) هي قيمة إجهادات القص التي تعمل على الأوجه الأفقية لهذا العنصر ،
 (τ_{xy}) هي قيمة إجهادات القص المكمل ، وعليه فإن محصلة القوة القاصة الأفقية على
 الوجهين العلوي والسفلي للعنصر تعادل $(\tau_{yx} \cdot dx \cdot dz)$ بينما محصلة القوة القاصة
 على الوجهين أو الجانبين الرأسيين تعادل $(\tau_{xy} \cdot dy \cdot dz)$ ، ومن إتران هذه القوى

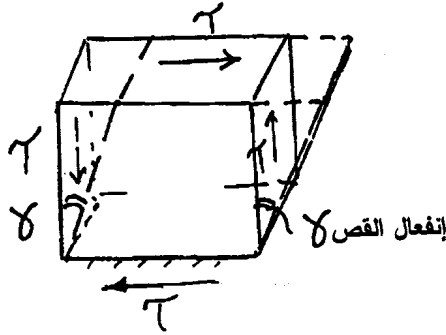
$$\therefore (\tau_{yx} \cdot dx \cdot dz) \cdot dy = [\tau_{xy} \cdot dy \cdot dz] dx$$

$$i.e \quad \tau_{xy} = \tau_{yx} \quad \dots\dots\dots(3)$$

وهذا يعنى أنه طالما يوجد إجهاد قص على مستوى ما فإنه حتماً سوف يتولد إجهاد قص
 مساوى له فى المقدار على المستوى العمودى على هذا المستوى يسمى بالإجهاد المكمل أو
 المصاحب أو المتمم (Complementary Shear Stress) .

٥-٥ إنفعال القص SHEARING STRAIN :

- كما هو معلوم فإنه لأى إجهادات قص ما فى أى مادة فإنه سوف ينشأ عنه إنفعالات
 معينة تسمى بإنفعالات القص .
- بفرض البلوك المستطيل من مادة ما معرض إلى إجهادات قص كما هو مبين بالشكل فإن
 ذلك سوف يحدث تشوهاً فى هذا البلوك ويحوّله إلى متوازى مستطيلات شكل (٥-٣) .



شكل (٥-٣)

- التشوه الحادث يكون فى صورة تشكلات ممثلة فى تغيير الزوايا القائمة للمستطيل
 بالزيادة أو النقصان بمقدار قدره (γ) أى أن التغيير سوف يكون فى أركان المستطيل
 بزاوية قدرها (γ) والتي تعرف بإنفعال القص (Shearing Strain) وأن هذه الزاوية
 تكون بالتقدير الدائرى وليس لها وحدات .

٦-٥ قانون هوك في القص HOOK'S LAW IN SHEAR :

- ينص قانون هوك على علاقة الإجهاد المؤثر على الإنفعال المناظر وذلك في مرحلة المرونة للمادة وعليه فإن قانون هوك في القص ينص على أن إجهاد القص المؤثر (τ) يتناسب مع قيمة إنفعال القص المتولد (γ) في مرحلة المرونة بمعنى أن خارج قسمة إجهاد القص على إنفعال القص يساوى مقدار ثابت وهذا المقدار الثابت يسمى معايير المرونة في القص (Shear Modulus) أو معايير الجساءة (Modulus of Rigidity) ويرمز له بالرمز له (G) .

$$i.e G = \frac{\tau}{\gamma} = \text{Consrant} \dots\dots\dots (4)$$

وهذا المعايير يناظر معايير ينج أو معايير المرونة للمادة في حالة تعريضها للتشد أو الضغط المباشر (E) .

- هذا ويجب التنويه إلى أنه توجد علاقة بين هذين الثابتين وهما (G) ، (E) للمادة الواحدة وهي

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \dots\dots\dots (5)$$

حيث (μ) هي نسبة بواسان للمادة وهي تساوى النسبة بين الإنفعال العرضي والطولى للمادة عند تعريضها إلى إجهادات عمودية على المقطع وحيث أن قيمة (μ) دائماً أقل من (٢/١) إذن دائماً قيمة معايير الجساءة للمادة (G) أقل من قيمة معايير المرونة للمادة (E) والعلاقة بينهما تتوقف على نوع المادة بدلالة قيمة ونسبة بواسان (μ) .

٧-٥ طبيعة وأنواع إجهادات القص :

NATURE AND TYPES OF SHER STRESSES :

- إن إجهادات القص التى تتولد فى عنصر ما يمكن أن تكون فى عدة صور حسب طبيعتها وكيفية تولدها نوجزها فيما يلى :
- * إجهادات القص المباشر .
- * إجهادات القص المصاحبة لعزوم الإنحناء .
- * إجهادات القص الخالصة (إجهادات القص الناتجة عن اللي) .

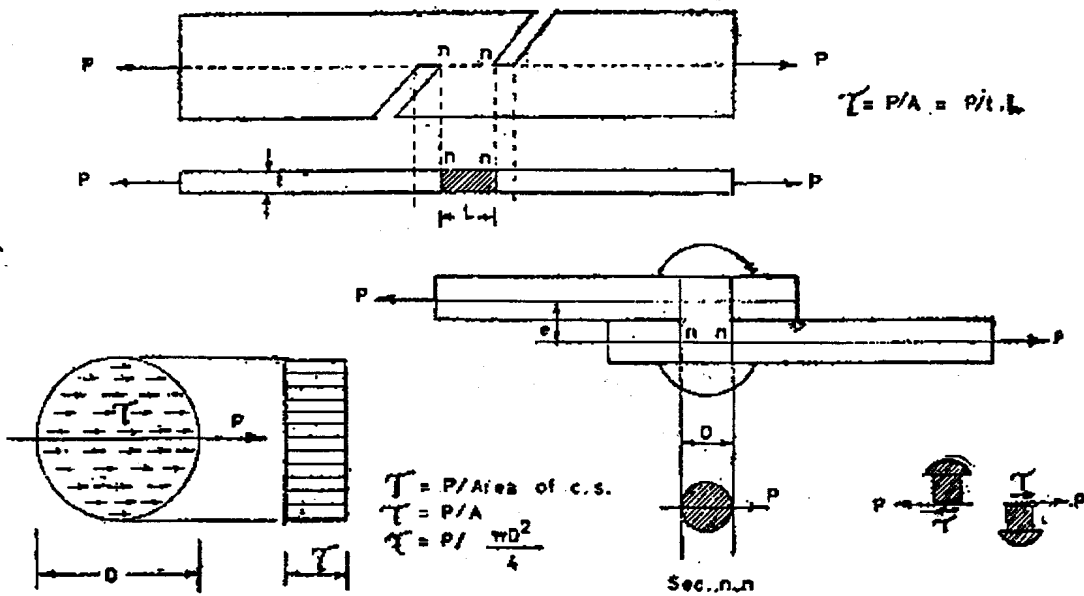
٥-٧-١ إجهادات القص المباشر DIRECT SHEAR STRESSES

٥-٧-١-١ تعريف وأمثلة Definition and Examples

- إن مثل هذا النوع من القص يتولد في عناصر الماكينات والمنشآت المعدنية والخرسانية مصاحبة لفعل قوى الشد والضغط كما هو الحال في الوصلات المبرشمة أو الملحومة (Riveted or Welded Connections) والجوايط والوصلات الأسمنتية حيث يحدث القص في احدى الصور والحالات التالية :

* قص مباشر مفرد Direct Single Shear

- كما هو موضح في الشكل حيث لوحين مسطحين مربوطين معاً عن طريق مسمار برشام واحد (Single Rivet) وهذين اللوحين معرضين إلى قوة شد (P) - شكل (٥-٤) .



شكل (٥-٤) القص الخالص والقص المباشر المفرد

- نتيجة لقوة الشد (P) تخيل أن المسمار تم كسره وإنفصاله إلى جزئين عن طريق المستوى الأفقي (ab) وعليه فإن النصف العلوي للمسمار سوف يحدث له إنزلاق على النصف السفلي له وتتولد قوى قاصة (Q = P) عند هذا المستوى الأفقي للمسمار (ab) .
- بصفة عامة نتيجة لهذه القوة القاصة الموازية لمقطع المسمار سوف تتولد إجهادات قص مباشرة موازية لمقطعه وهذه الإجهادات بصفة عامة ليست موزعة بانتظام على المقطع وأن كيفية توزيعها الحقيقي غير معروفة الأمر الذي يمكن القول والغرض أن التصميم

يعتمد على القيمة المتوسطة لهذه الإجهادات المتولدة على سطح مقطع المسمار وهى (τ_r) وهى تساوى خارج قسمة القوة القاصة (P) مقسوماً على مساحة مقطع المسمار (A_r) ووحدات الإجهادات

$$i.e \tau_r = \frac{P}{A_r} \dots\dots\dots (6)$$

- إن المعادلة السابقة رقم (٦) تعتمد أساساً على الافتراضات والشروط التالية :
- إهمال قوى الاحتكاك المتبادل والمتولد بين أسطح التلامس بين اللوحيتين .
- إهمال الإجهادات المتولدة فى المسمار نتيجة لعزم الإنحناء الناجمة عن عدم تأثير القوى (P) فى مستوى واحد وهى قيمة صغيرة تتوقف على سمك الألواح وبالتالي يمكن إهمالها .

- هذا وتجدر الإشارة إلى أن مثل هذا النوع من الوصلات المبرشمة (riveted joints) الواردة فى الشكل السابق يجب تصميمها ليس فقط على مقاومة القص المتولدة فى المسمار نفسه كما شرحنا ولكن أيضاً على مقاومة مادة اللوح لكل من قوى الضغط أو الشد المؤثرين من الخارج على هذه الألواح وذلك بالكيفية التى نشرحها كما يلى لمقاومة ومنع حدوث الاحتمالات المختلفة لإنهيار مثل هذه الوصلات كالاتى :
- فمثلاً للوصلة المبرشمة ذات الأبعاد الموضحة بالشكل (٥-٦) فإن الاحتمالات الممكنة لنماذج الإنهيار هى :

١- إحتمال إنهيار المسمار نفسه كما هو مبين بالشكل (a)

: Failure by Shearing of the Rivet Itself

وهو حدوث كسر للمسمار نفسه على مستوى أفقى نتيجة للقص المباشر الواقع على مقطع المسمار أى أن المسمار واقع عليه إجهاد قص مفرد يساوى القوة القاصة (P) مقسوماً على مساحة مقطع المسمار (A_r)

$$i.e \tau_r = \frac{4P}{\pi D^2} \text{ kg/cm}^2 \leq \tau_{all r} \dots\dots\dots (7)$$

ولمنع هذا النوع من الإنهيار من الحدوث يجب أن تكون قيمة $\tau_r \leq \tau_{all r}$ أى قيمة إجهاد القص الواقع على مادة المسمار أقل من الإجهاد المسموح به للقص لمادة المسمار $(\tau_{all r})$.

٢- تمزيق اللوح خلال مقطع عمودي على اتجاه قوة الشد أو الضغط مار بالمسمار وهو أضعف قطاع فى اللوح معرض إلى شد أو ضغط

:Tearing of the Plate Across a Section Through the Rivet Hole

وفى هذه الحالة يكون اللوح معرض إلى إجهادات شد هى (σ_t) ذات قيمة تساوى قوة الشد على المساحة

$$i.e \sigma_t = \frac{P}{(w-d)t} \text{ kg/cm}^2 \leq \sigma_{t \text{ all } p} \dots\dots\dots (8)$$

حيث (P) قوة الشد فى اللوح ، (w) عرض اللوح ، (t) سمك اللوح ولمنع هذا النوع من الإنهيار من الحدوث يجب أن تكون قيمة $(\sigma_t \leq \sigma_{t \text{ all } p})$ أى أن قيمة إجهاد الشد أو الضغط المتولد فى اللوح أقل من أو يساوى الإجهاد المسموح به للشد لمادة اللوح $(\sigma_{t \text{ all } p})$ كما هو موضح بالشكل .

٣- تهشيم موضعى لمادة اللوح عند منطقة وأسطح تلامس المسمار مع اللوح عند شده أو ضغطه
Crushing of the Plate Material by the Rivet Due to

: Bearing

• وفى هذه الحالة يحدث تهشيم موضعى لمادة اللوح نتيجة لضغط المسمار على اللوح وفى هذه الحالة يكون قيمة الإجهاد الموضعى يعادل القوة المؤثرة (P) مقسوماً على مساحة

$$i.e \sigma_{bearing} = \sigma_b = \frac{P}{D t} \text{ kg/cm}^2 \dots\dots\dots (9) \text{ التلامس}$$

ولمنع حدوث هذا الإنهيار يجب ألا تتعدى هذه القيمة إجهاد الإرتكاز (Beaving Stress) المسموح به لمادة اللوح $(\sigma_{b \text{ all } p})$

$$i.e = \frac{P}{D t} \leq \sigma_{b \text{ all } p}$$

٤- إنفصال مادة اللوح بواسطة المسمار نتيجة للقوة القاصة المعرض لها مادة اللوح

: Shearing of Plate Material by the Rivet

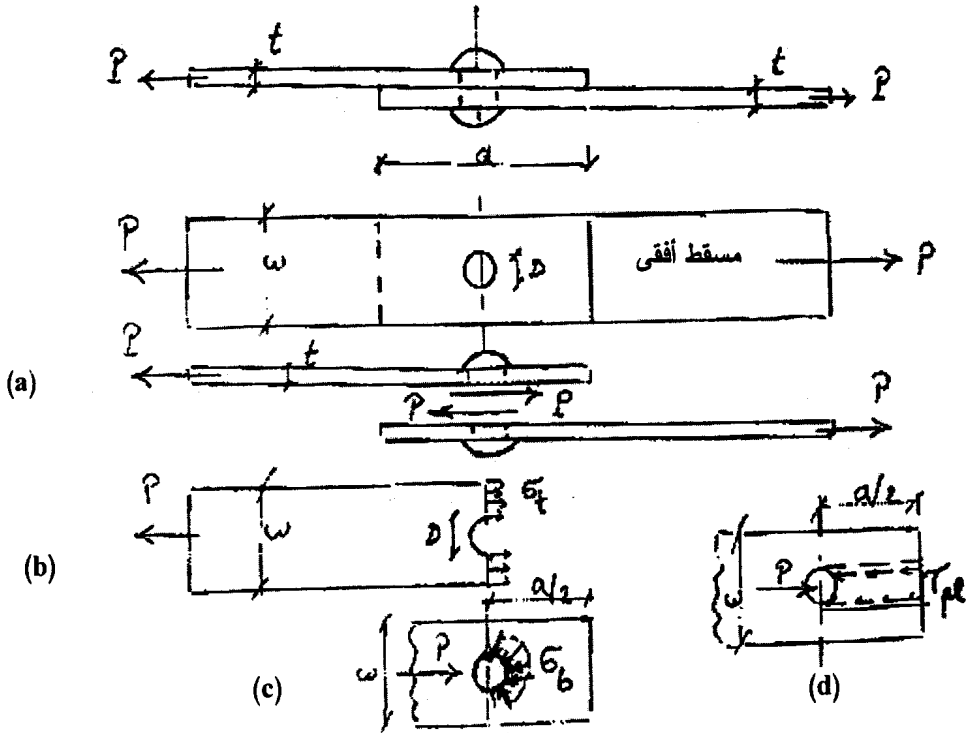
كما هو الحال فى الشكل (d)

حيث إجهاد القص فى مادة اللوح تعادل خارج قسمة قوة القص (P) مقسوماً على المساحتين المعرضتين للإنفعال والقص وهما $(a/2xt)$ أى

$$\tau_{pl} = \frac{P}{2 \times \frac{a}{2} \times t} \text{ kg/cm}^2 \dots\dots\dots (9)$$

ولمنع حدوث هذا النوع من الإنهيار يجب ألا تتعدى هذه القيمة قيمة إجهاد القص

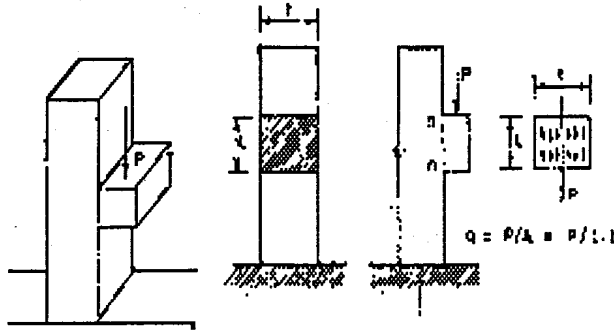
$$\text{i.e. } \frac{P}{a.t} \leq \tau_{Pl all.} \quad (\tau_{Pl all}) \text{ المسموح به لمادة اللوح}$$



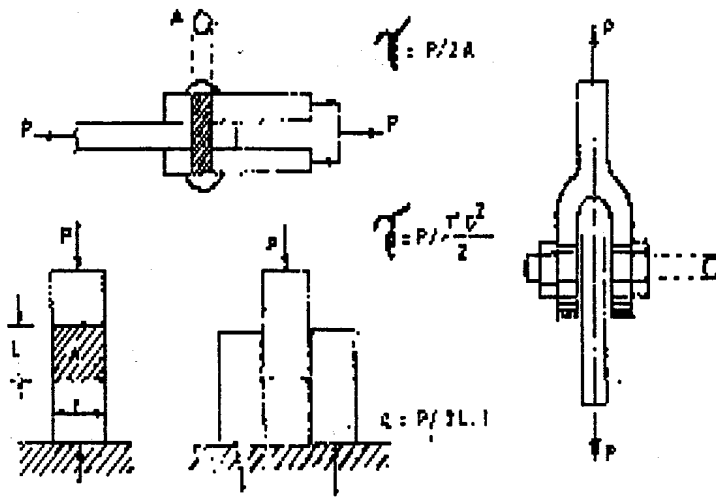
شكل (٦-٥) نماذج الإنهيار للوصلة

* القص المباشر المزدوج : Direct Double Shear

- هناك نوع من القص المباشر بسبب الكسر ليس على مستوى قص واحد ولكن على مستويين للقص أى أن هناك مسطحين يقاومان القوى القاصة ويسمى القص فى هذه الحالة بالقص المزدوج كما هو موضح بالشكل (٧-٥) حيث الوصلة عبارة عن لوحين مربوطين من أعلى ومن أسفل من خلال لوحى رباط عن طريق مسمارين برشام .



القص المفرد (single shear)



القص المزدوج (double shear)

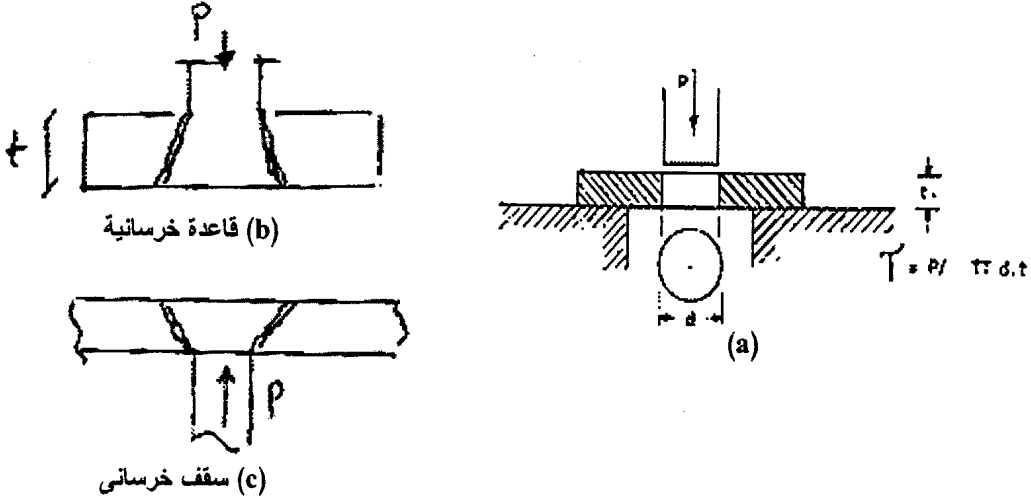
شكل (٧-٥)

- إن احتمالات طرازات الإنهيار في هذه الحالة متشابهة لتلك في المثال السابق (القص المفرد) مع الفارق بأن إجهادات القص الواقعة على المسمار تعادل نصف القيمة الواقعة على نفس المسمار في الحالة السابقة حيث أن الإنهيار في المسمار يحدث على مستويين (قص مزدوج) أى بمعنى

$$\tau_r = \frac{4 \times P}{2 \times \pi D^2} = \frac{2 P}{\pi D^2} \tau_{allr} \dots \dots \dots kg/cm^2 \dots \dots (7')$$

* إجهاد القص الثاقب : Punching Shear Stress

- هناك أيضاً نوع آخر من القص المباشر يعرف بإجهاد القص الثاقب وهذا غالباً ما يحدث عند محاولة عمل ثقب في لوح أو إرتكاز عمود على قاعدة أو لوح أو العكس إرتكاز لوح على عمود كما هو مبين فإنه في مثل هذه الحالات تعرض اللوح إلى حدوث ثقب فيه نتيجة لغرز ونفاذ الجسم المحدث للثقب خلال هذا اللوح - شكل (٨-٥) .



شكل (٨-٥) أمثله للقص الثاقب

- ففي الحالة (a) فإن القوة القاصة (P) سوف تقاوم بالمساحة المعرضة إلى قص وهي (محيط الثقب × سمك اللوح) $(\pi d t)$.

$$i.e \tau_{punching} = \frac{P}{\pi d t} \text{ kg/cm}^2 \dots\dots\dots (10)$$

حيث (d) هو قطر الثقب ، (t) سمك اللوح

ملحوظة : كيفية حساب إجهادات القص الواقعة على الخرسانة في الحالتين (b) ، (c) هي خارج نطاق المواد المعدنية وسوف يتم التعرض لهما عند دراسة مقاومة الخرسانة للأحمال الخارجية والقوى القاصة .

مثال:

مسار برشام قطره واحد بوصة يربط لوحين معاً بالكيفية الموضحة بالشكل (٧-٥) للسابق. فإذا ما كانت أبعاد الألواح $w = 4"$ ، $t = 2/1"$ - المطلوب حساب قيمة أقصى حمل آمن يمكن أن تتحمله هذه الوصلة إذا ما كانت قيم إجهاد القص المسموح به وإجهاد

الشّد والضغط المسموح بهما لمادة اللّوح والمسمار هي ٢٠٠٠٠،٠٠ ، ١٥٠٠٠،٠٠ ، ٣٢٠٠ رطل/بوصة المربعة مع فرض أن قيمة البعد $a = 6 \text{ in.}$ وأن قطر الفتحة يساوى قطر المسمار المستخدم فى الربط .

الحل :

يتم حساب قيمة الحمل المسموح به لمنع حالات الإنهيار المحتملة السابق ذكرها وهى :

- الحمل الآمن المسموح به بحيث لا يتعدى إجهاد القصر الواقع على المسمار القيمة المسموح بها وليكن (P_r)

$$P_r = \tau_r \times \frac{\Pi D^2}{4} = 15000 \times \frac{3.14}{4} \times (1)^2 = 11775 \text{ (lb) رطل}$$

- الحمل الآمن المسموح به بحيث لا يتعدى إجهاد الشد الواقع على مادة اللّوح القيمة المسموح بها وليكن (P_{pl})

$$P_{pl} = \sigma_t (w - D) t = 2000(4 - 1) \times \frac{1}{2} = 30000 \text{ (lb)}.$$

- الحمل الآمن المسموح به بحيث لا يتعدى إجهادات الإرتكاز الواقعة على اللّوح القيمة المسموح بها وليكن (P_b) .

$$P_{bearing} = \sigma_b \cdot D \cdot t = 32000 \times 1 \times \frac{1}{2} = 16000 \text{ (lb)}.$$

- الحمل الآمن المسموح به بحيث لا يتعدى إجهاد القصر فى مادة اللّوح عن القيمة المسموح بها وليكن (P_{spl})

$$P_{shear pl} = 2 \times \frac{a}{2} \cdot t \times \tau_{pl} = 6 \times \frac{1}{2} \times 15000 = 45000 \text{ (lb)}$$

∴ أقل حمل آمن تتحمله الوصلة بدون كسر هى أقل قيمة فى القيم الأربعة السابقة لمنع الإنهيار ألا وهى (P_r) وهى تساوى 11775 lb

٥-٧-١-١١ : DIRECT SHEAR TESTS إختبارات القصر المباشر

- لا تنص المواصفات القياسية للمواد - وخصوصاً المعادن - على إجراء إختبار القصر المباشر كإختبار قبول للمواد إلا فى بعض حالات خاصة مثل المعادن التى تعمل فى

المنشأ كمسامير برشام أو كأداة لوصل أجزاء المنشآت والماكينات ويقع عليها قص مباشر مفرد أو مزدوج وذلك لأنه يكتفى بإختبار الشد الذى يعبر بكفاية عن خواص المعدن وخصوصاً إذا لوحظ أن كسر المعدن فى الشد يتسبب عن ضعف المعدن فى تحمل القص للمعادن المطيلة (أى أن مقاومة الشد تعبر ضمناً عن مقاومة القص عند مقارنة المعادن بعضها ببعض) كما يمكن تعيين مقاومة القص من حاصل ضرب مقاومة الشد فى عامل معين قيمته حوالى ٠,٨ بالنسبة للمواد المطيلة .

• كما يلاحظ أن المعادن القصيفة ضعيفة فى مقاومة الشد عن مقاومة القص . فإذا تعرضت لقوى مختلفة مثل الشد والقص فسوف يتحكم فى تصميمها وفى كسرها قوى الشد (مقاومة القص = ١ إلى ١,٣ × مقاومة الشد) وليس هناك فى هذه الحالة ما يدعو إلى تعريض مثل هذه المواد للقص المباشر وبالتعبية لا يعمل إختبار قص مباشر على تلك المواد .

• ويجرى إختبار القص المباشر للمعادن المطيلة كالصلب الطرى بتعريض العينة لقوى شد أو ضغط تسبب فيها قص مباشر مفرد أو مزدوج حسب الغرض من الإختبار وذلك كما يتبين من الشكل (٥-٩) والشكل (٥-١٠) .

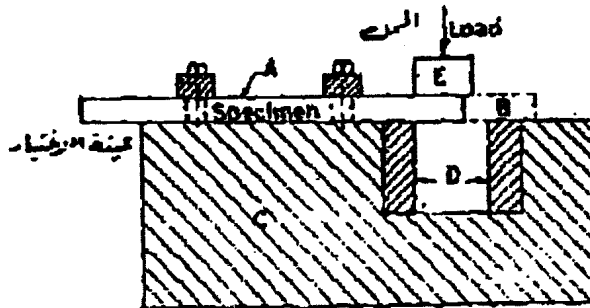
• وتحسب مقاومة القص المباشر للمعدن المختبر وهى الإجهاد الأقصى للقص المفرد أو المزدوج بمعرفة حمل الكسر ومساحة المقطع المستعرض للجسم :

$$q_{s.s.} = P \max./A \quad : \quad \text{للقص المفرد}$$

$$q_{D.s.} = P \max./2A \quad : \quad \text{للقص المزدوج}$$

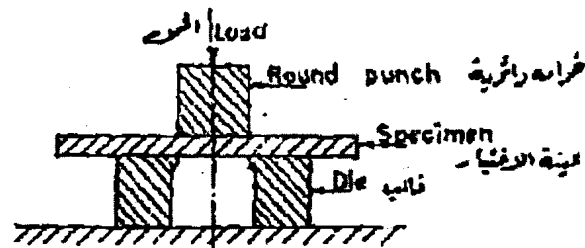
• ويلاحظ أن (P) تساوى تقريباً ضعف (P) وليس بالضبط نظراً لإختلاف حالة الإرتكاز للعينة فى القص المفرد عنها فى المزدوج ولا تقاس قيمة الإنفعال للقص المباشر لصعوبة تثبيت أجهزة القياس بالجسم المختبر وعدم دقة النتائج فى حالة إمكان قياس التشكل .

• ويلاحظ أن مقاومة القص المباشر لا تعبر عن إجهاد القص الخالص للمعدن لأن القص المباشر يعرض مقطع معدن الجسم المختبر إلى قص مصحوباً بإنحناء صغير وليس قص خالص كما أن إجهاد القص المباشر أفترض فى تعيينه أن قوة القص موزعة بالتساوى على جميع نقط مقطع المعدن المختبر وذلك ليس صحيحاً تماماً ولكن به شئ من التقريب .

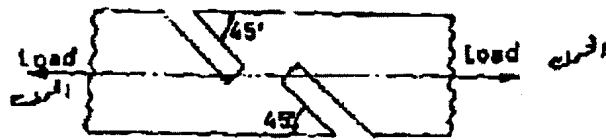


Johnson's shear tool for shear test
of metals in round or rectangular
stock.

جوانه هونسوده ودر قبال القاص للمعادنه المسفجرة أو المستطيلة



Shear test of plates.
اختبار القص للصفائح



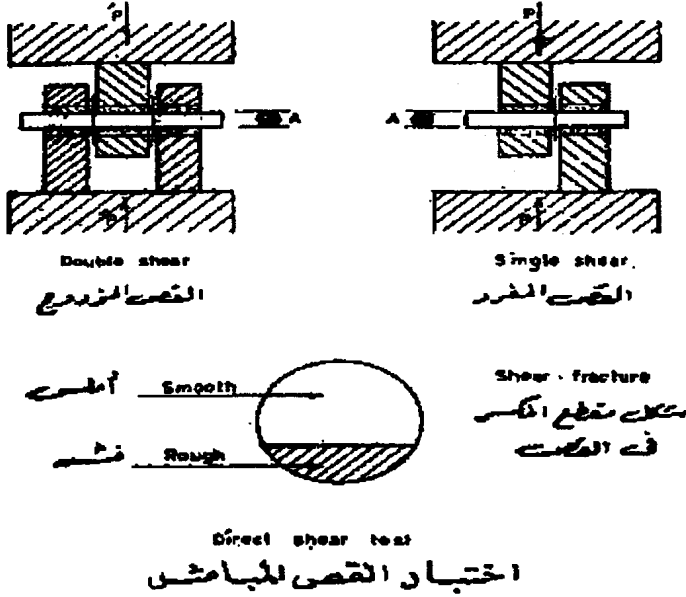
Slotted specimen for shear test of
flat plates

عينة مشقوقة لاختبار القص للألواح المستوية

شکل (۵-۹)

- ولذلك فإن خواص المعادن الميكانيكية فى القص لا تعين من إختبار القص المباشر وإنما تعين من إختبار الإلتواء (Torsion Test) لأن الإلتواء يسبب قص خالص كما سيُبين فيما بعد .
- وإذا أُختبرت عينة من الصلب الطرى ذات مقطع مستدير تحت تأثير القص المباشر حتى الكسر فإن مقطع الكسر يكون ناعماً فى جزء منه وهو الجزء الذى حدث به القص

وإنزلقت الجزيئات على بعضها مسببة نعومة الملمس أما جزء المقطع الآخر فيكون خشناً نتيجة عدم تحمل ذلك الجزء الحمل المؤثر وحدث الكسر مباشرة تحت هذا الحمل مسبباً انفصال الجزيئات ويكون شكل مقطع المكسر كما فى الشكل رقم (١٠-٥) .



شكل (١٠-٥)

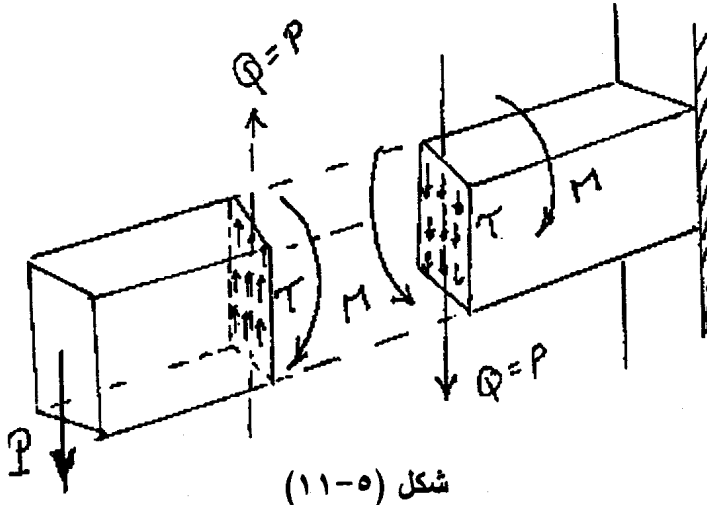
٢-٧-٥ إجهادات قص الإنحاء BENDING SHEAR STRESSES :

٢-٧-٥-١ مقدمة :

• إن مثل هذا النوع من الإجهادات ينشأ نتيجة للأحمال المستعرضة التى تؤثر على الكمرات والأعتاب ، فمثلاً الكمرة الكابولية الموضحة بالشكل (١١-٥) والمعرضة إلى حمل مستعرض رأسى عمودى على المحور الطولى للكمرة قدره (P) فإنه عند أى قطاع فسوف يتولد عزم إنحناء (M) وقوة قاصة (Q) . وكما هو معلوم فإن عزم الإنحناء (M) ينجم عنه ويسبب إجهادات عمودية على المقطع شد وضغط بينما القوة القاصة (Q) سوف ينجم عنها إجهادات موازية للمقطع وموزعة على كامل القطاع وذلك فى صورة إجهادات قص وذلك بالكيفية والقيمة التى تعتمد أساساً على شكل المقطع المؤثر عليه هذه القوة القاصة وإتجاه هذه القوة بالنسبة للمقطع .

• وكما هو معلوم بأن مثل هذه النوعية من إجهادات القص تكون متبوعة بإجهادات قص مساوية لها فى المقدار ولكن على مستوى عمودى عن المستوى الذى تعمل فيه هذه

الإجهادات وعليه فإنه سوف يتولد إجهادات قص على المستويات الأفقية الطولية الموازية للمحور الطولي للكمرة .

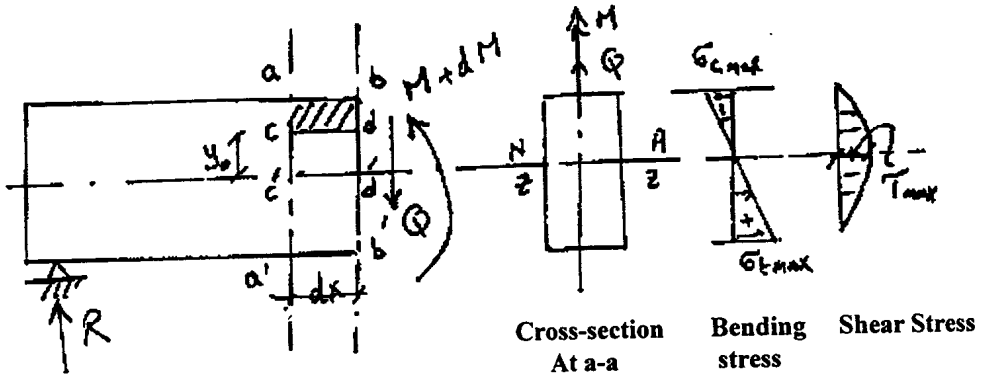


٥-٧-٣-ii التحليل المرن لإجهادات القص في الكمرة (القطاعات المستطيلة) :

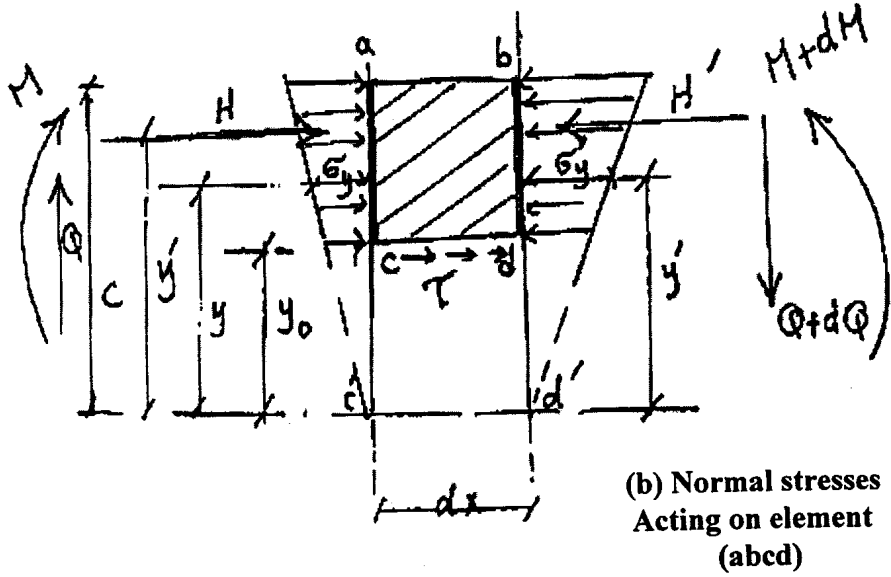
Elastic Analysis of Shear Stresses in Beams (Rectangular Cross-Section):

* الافتراضات Assumptions :

- المادة متجانسة وتخضع لقانون هوك .
- القطاع ذو محور تماثل ينطبق مع محور تأثير القوى القاصة .
- إجهادات القص عند جميع المواضع في القطاع إتجاهها هو نفس إتجاه القوة القاصة المؤثرة على القطاع وموازية للمقطع .
- إجهادات القص المتولدة في القطاع لها نفس القيمة عند المواضع التي تبعد على مسافات متساوية (y) عن محور الخمول (N . A) المار بمركز ثقل القطاع .
- عرض القطاع أقل نسبياً بالمقارنة بعمق القطاع $b < d$ i.e للحصول على قيم إجهادات القص (shear stress) (τ) عند أى نقطة تبعد مسافة قدرها (y) من محور الخمول (N . A) ، نفرض كمرة كما هي موضحة بالشكل (١٢-٥) ومعرضة إلى أحمال مستعرضة فإنه لجزء من الكمرة طوله (dx) يكون القطاع معرض إلى عزم إنحناء (M) موجب بجانب قوة قاصة (Q) موجبة أيضاً كما هو موضح بالشكل وهاتين الوتين الداخليتين ينشأ عنهما : إجهادات عمودية على المقطع في صورة شد وضغط نتيجة لعزم الإنحناء (M) ، إجهادات قص موازية للمقطع ويبين الشكل (١٢-٥) توزيع هذه الإجهادات على المقطع والمادة في حالة مرونة .



(a) Distribution of stresses



(b) Normal stresses Acting on element (abcd)

شكل (٥-١٢)

- للحصول على قيمة إجهاد القص (τ) عند أى نقطة تبعد مسافة قدرها (y) من محور الخمول (N.A) وبفرض الجزء ذو الطول (dx) من الكمرة حيث القطاع (aa') الرأسى معرض إلى عزم إنحناء (M) ، وقوة قاصة (Q) موجبين والقطاع (bb') الرأسى الذى يبعد مسافة (dx) عن (aa') معرض إلى عزم إنحناء قدره ($M+dm$) وقوة قاصة قدرها ($Q+dQ$) ، وحيث أن المادة فى حالة مرونة فإن توزيع إجهادات الضغط على القطاعين (aa') ، (bb') كما هو مبين بالشكل وأن الإجهاد العمودى لنقطة تبعد مسافة (y) من محور الخمول على المستوى (aa') تساوى (σ_y) وتساوى (σ'_y) على المستوى (bb') .

• بفرض عنصر فى منطقة الضغط (a b c d) حيث (c d) هو موضع محور التعادل (N.A) وأيضاً عند قطاع أفقى (c' d') يبعد مسافة قدرها (y_o) من محور الخمول فإن :

$$\sigma_y = \frac{M \cdot y}{I_z} \dots\dots\dots (11) \quad - \text{ قيم إجهاد الضغط } (\sigma_y) \text{ يعادل}$$

حيث (I_z) هو عزم القصور الذاتى المقاوم لعزم الإنحناء حول (N.A) وهو المحور (Z Z) للقطاع ذو العرض (b) والعمق (d) .

$$\sigma'_y = \frac{(M + dM) \cdot y}{I_z} \dots\dots\dots (12)$$

، محصلة قوة الضغط على الوجه (a c') يساوى (H) ومحصلة قوة الضغط على الوجه (b d') يساوى (H') وحيث أن قيم هذه القوى هى

$$H = \int_{y_o}^{d/2} \sigma_y \cdot dA = \int_{y_o}^{d/2} \frac{M \cdot y}{I_z} \cdot dA$$

$$H' = \int_{y_o}^{d/2} \sigma'_y \cdot dA = \int_{y_o}^{d/2} \frac{(M + dM) \cdot y}{I_z} \cdot dA$$

وحيث أن قيمة (H') أكبر من قيمة (H) إذن ليكون العنصر فى حالة إتزان فى الإتجاه الأفقى فلا بد وأن تتولد قوة أفقية تعادل الفرق بين هاتين القوتين فى إتجاه معاكس أى قيمتها (H' - H) وهذا الفرق فى القوة الأفقية يتولد عنه إجهاد موازى للمقطع الأفقى ذو الطول (dx) والعرض (b) وهو إجهاد قص قيمته (τ') حيث :

$$\tau' = \frac{H' - H}{b \cdot dx}$$

وبالتعويض عن قيم (H) ، (H')

$$\therefore \tau' = \int_{y_o}^{d/2} \frac{dM \cdot y \cdot dA}{b \cdot dx \cdot I_z}$$

وحيث أن $\frac{dM}{dx}$ = قيمة القوة القاصة (Q)

$$\therefore \tau' = Q \int_{y_o}^{d/2} \frac{y \cdot dA}{b \cdot I_z}$$

$$\int_{y_0}^{d/2} y \cdot dA = A y' \quad \text{وحيث أن المقدار}$$

أى يعادل المساحة فوق النقطة أو المقطع الأفقى الذى يبعد عن محور التعادل بالمسافة (y) × بعد مركز ثقل هذه المساحة عن محور التعادل (y')

i.e $A \cdot y' = S$ = statical moment of the cross-sectional area above the point (y₀) about the N. A

أى تساوى العزم الإستاتيكي لمساحة مقطع المساحة فوق النقطة (y₀) حول محور الخمول (N. A)

$$\tau' = \frac{Q \cdot S}{I_z \cdot b} \dots \dots \dots (13) \quad \text{وعليه فإن قيمة } (\tau) \text{ تساوى}$$

وحيث أن إجهاد القص هذا على المستوى الأفقى ضرورى أن يكون متبوعاً بإجهاد مكمل له مساوى له فى المقدار على المستوى العمودى عليه وهو الرأسى وهو القطاع كما ذكرنا سابقاً ذو قيمة (τ)

∴ قيمة إجهاد القص الرأسى الموازى للمقطع عند نقطة تبعد مسافة (y₀) من محور الخمول (N. A) تعادل (τ)

$$\tau = \frac{Q \cdot S}{I_z \cdot b} \quad \text{kg/cm}^2 \dots \dots \dots (13')$$

بوحداث الإجهاد حيث :

(Q) : قيمة القوة القاصة المؤثرة على القطاع الرأسى (بالكجم)

(S) : هو عزم المساحة فوق النقطة المطلوب حساب إجهاد القص عندها حول محور الخمول (N. A) بوحداث (سم^٣) .

(b) : عرض القطاع (سم)

(I_z) : عزم القصور الذاتى للمقطع حول محور التعادل (N. A) المار بمركز ثقل القطاع (سم^٤) .

• وحيث أن قيم (Q) ، (I_z) ، (b) ثابتة للمقطع فإن قيمة إجهاد القص (τ) تتوقف على قيمة (S) وهى من الدرجة الثانية بزيادة البعد (y₀) من محور الخمول ويبين الشكل () كيفية توزيع إجهادات القص على المقطع المستطيل وهى منحنى من الدرجة الثانية وأن أقصى قيمة لإجهاد القص (τ_{max}) واقعة على القطاع تكون عندما تكون قيمة (S) أكبر ما

يمكن أى عند نقطة ($y_0 = 0$) أى عند موضع (N. A) أى أن أقصى إجهاد قص يكون عند قطاع مار بمرکز القطاع وبقیمة قدرها

$$\tau_{\max} = \frac{Q \cdot (b \cdot d / 2) \cdot \frac{d}{4}}{I_z \cdot b}$$

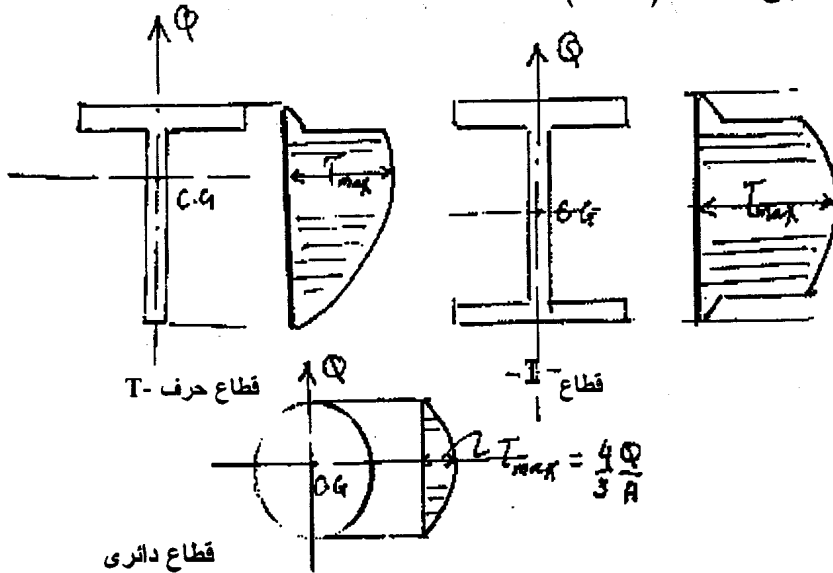
$$\therefore = \frac{Q d^2}{8 I_z} \quad , \quad \because I_z = \frac{b d^3}{12}$$

$$\therefore \tau_{\max} = \frac{Q d^2 \times 12}{8 \times b d^3} = \frac{3 Q}{2 b d} = \frac{3 Q}{2 A} \dots \dots \dots (14)$$

أى يعادل مرة ونصف قيمة إجهاد القص المتوسط الواقع على القطاع

ملحوظة هامة :

- يمكن إستخدام وتطبيق المعادلة العامة لحساب إجهادات القص فى حالة القطاع المستطيل والمستنتجة سابقاً على أى شكل للمقطع مثل الدائرة أو على شكل حرف (I) أو (T) بشرط أن يكون لها محور تماثل مار بالمركز موازى لإتجاه فعل القوة القاصة المؤثرة على المقطع وذلك كما سوف يرد فى الأمثلة التالية حيث توزيع إجهادات القص على هذه المقاطع كما يلى - شكل (١٣-٥) :

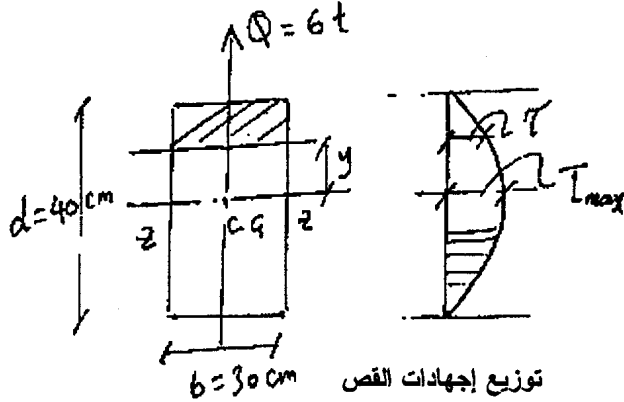


شكل (١٣-٥) توزيع إجهادات القص الغير مباشر على بعض القطاعات

٥-٧-٢- iii أمثلة محلولة :

مثال (١) :

أوجد توزيع إجهادات القص على مقطع مستطيل في كمره أبعاده ٤٠×٣٠ سم إذا كان معرض لقوة قاصة قدرها ٦,٠٠ طن .



الحل :

• باستخدام المعادلة العامة $\tau = \frac{Q \cdot S}{I_z \cdot b}$

• فلقطاع على بعد (y) من محور التعادل المار بالمركز فإن (S) يساوى

$$S = b \left[\frac{d}{2} - y \right] \left[y + \frac{1}{2} (d/2 - 4) \right]$$

$$= \frac{bd^2}{8} \left(1 - 4 \frac{y^2}{d^2} \right) , \quad I_z = \frac{bd^3}{12}$$

$$\therefore \tau = \frac{Q}{bd^3/12 \cdot b} \times \frac{bd^2}{8} \left(1 - 4 \frac{y^2}{d^2} \right)$$

$$\therefore \tau = \frac{3}{2} \frac{Q}{bd} \left(1 - 4 \frac{y^2}{d^2} \right)$$

وهذه تمثل معادلة قطع مكافئ من الدرجة الثانية فى البعد (y) وعليه فإنه عند $y = \frac{d}{2}$ فإن

$\tau = 0$ وأن أقصى إجهاد قص يكون عند $y = 0$ أى

$$\tau_{\max} = \frac{3}{2} \frac{Q}{bd} = \frac{3}{2} \frac{Q}{A} = \frac{3}{2} \times \frac{6000}{30 \times 40} = 7.5 \text{ kg/cm}^2$$

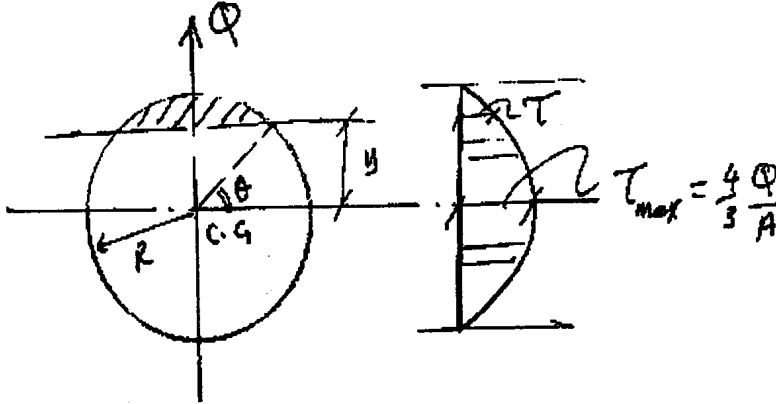
كما تم إيجادها سابقاً .

مثال (٢) :

لقطاع دائري ذو نصف قطر (R) قدره ١٠ سم معرض إلى قوة قص رأسية تساوي $Q = 6.0 \text{ t}$.

المطلوب توزيع إجهادات القص على المقطع وأقصى قيمة لهذا القص وموضعه بالنسبة للقطاع.

الحل :



توزيع إجهادات القص على قطاع دائري

• عند أي جزء من المقطع المستطيل يبعد مسافة قدرها (y) من محور الخمول المار بالمركز فإنه بتطبيق المعادلة العامة

$$\tau = \frac{Q \cdot S}{I_z \cdot b} = 4 \frac{Q}{3 \pi R^2} (1 - \sin \theta)$$

$$= 4/3 \frac{Q}{\pi R^2} (1 - y^2/R^2) \dots \dots \dots (15)$$

وهذه أيضاً تمثل معادلة قطع مكافئ من الدرجة الثانية في (y) رأسه عند محور التعادل

(z-z) ونهايتيه عنده نهايتي المقطع أي عند $y = R$ فإن $\tau = 0$

وأن أقصى إجهاد قص يكون عند المركز حيث $y = 0$

$$i.e \tau_{max} = \frac{4}{3} \frac{Q}{\pi R^2} = \frac{4}{3} \frac{Q}{A} \dots \dots \dots (15')$$

حيث (A) هي مساحة المقطع المستدير

وعليه فإن أقصى إجهاد قص للمثال السابق

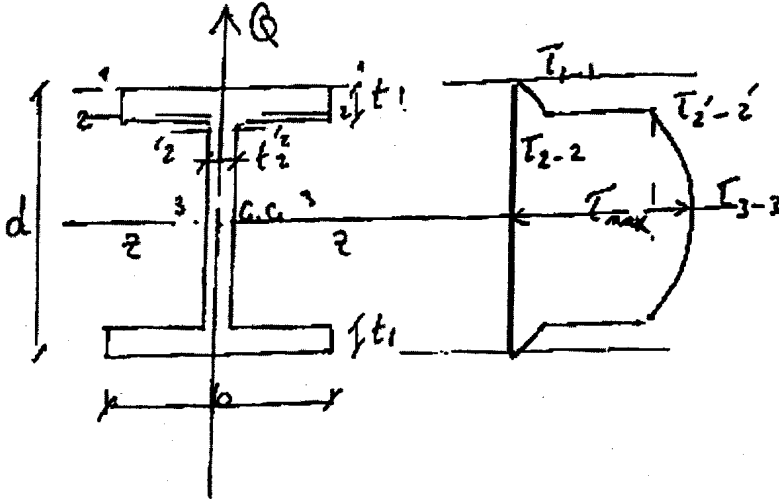
$$\tau_{max} = \frac{4}{3} \times \frac{6000}{3.14 \times (10)^2} = 25.48 \text{ kg/cm}^2$$

مثال (٣) :

للقطاع على شكل حرف (I) ذو الأبعاد المبينة بالرموز والمعرض إلى قوة قاصصة قدرها (Q).

المطلوب توزيع قيم إجهادات القص على كامل عمق المقطع

الحل :



شكل (٥-١٤) توزيع إجهادات القص على قطاع على شكل حرف -I-

• لإيجاد توزيع إجهادات القص على المقطع يتم تطبيق المعادلة العامة وهي

$$\tau = \frac{Q \cdot S}{I_z \cdot b}$$

طالما القطاع ذو محور تماثل رأسي موازي لفعّل القوة القاصصة .

• لنقط مختلفة على المقطع والتي يحدث بها تغيير نتيجة لتغيير كل من (S) ، (b) حيث

(Q) ، (Iz) ثابتين فإن

$$\tau_{1-1} = 0$$

$$\tau_{2-2} = Q \cdot b t_1 (d - t_1) / 2 I_z \cdot b$$

$$\tau_{2'-2'} = Q \cdot b t_1 (d - t_1) / 2 I_z \cdot t_2$$

$$= \tau_{2-2} \cdot b / t_2$$

$$\tau_{3-3} = (Q / I_z \cdot t_2) [b t_1 (d - t_1) / 2 (d/2 - t_1) t_2 - (d/2 - t_1) / 2]$$

$$= \tau_{\max}$$

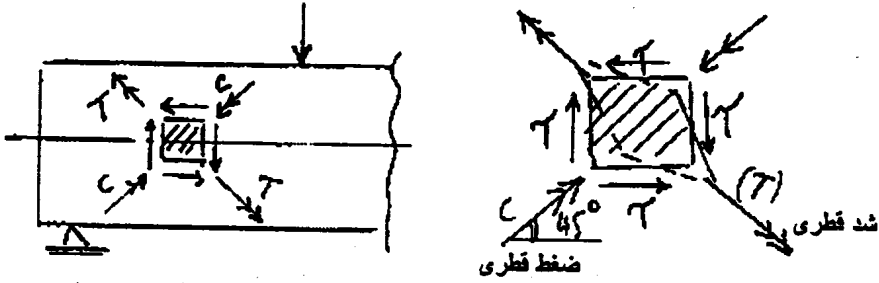
$$\therefore \tau_{\max} = (Q / I_z \cdot t_2) [b t_1 (d - t_1) / 2 + (d/2 - t_1) t_2 - (d_2 - t_1) / 2]$$

ويكون توزيع إجهادات القص كما هو موضح بالشكل (٥-١٤)

ملحوظة هامة جداً :

كما هو ملاحظ أن قص الإنحناء يولد إجهادات قص رأسية وأخرى أفقية مساوية لها في المقدار عند نفس النقطة في المقطع وهذا بدوره ينشأ منه إجهادات ضلعية أو قطرية هي عبارة عن الإجهادات الرئيسية (principle stresses) وهي إجهادات شد وإجهادات ضغط وتعمل على مستويات مائلة وتساوى عددياً قيم هذه الإجهادات القطرية لكل من الشد والضغط قيمة إجهاد القص المؤثر عند نفس العنصر كما هو موضح بالشكل (٥-١٥) .

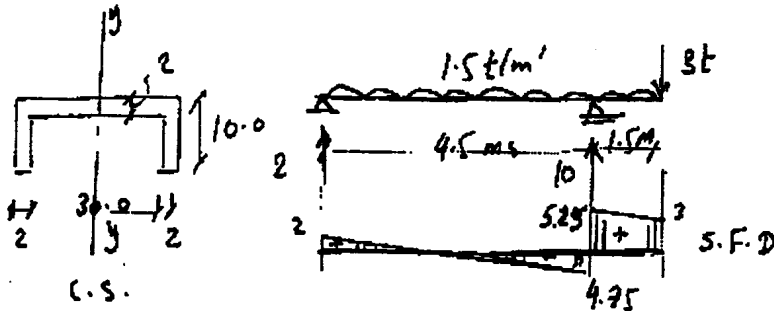
وحيث أن أقصى إجهادات قص تكون عند القطاع الذي عنده أقصى قوة قص وفي منتصف المقطع المؤثر عليه هذه القوة القاصة أى أن إجهادات القص وبالتالي الإجهادات القطرية للشد أو الضغط تكون أكبر ما يمكن بالقرب من نقط إرتكاز الكمرات وفي منتصف قطاعها كما هو موضح .



شكل (٥-١٥) إجهادات الشد والضغط القطرية المصاحبة لإجهادات القص عند أى مقطع

مثال رقم (٤) :

كمر ذات كابولي مرتكزة كما هو مبين بالشكل (٥-١٦) وهي ذات مقطع على شكل مجرى ومعرضة لمجموعة من الأحمال كما هو مبين . المطلوب رسم تخطيطي لتوزيع إجهادات القص على القطاع الذي يتعرض لأكبر قوة قاصة في الكمر .



شكل (٥-١٦)

الحل :

- يتم رسم توزيع منحنى القص على كامل محور الكمرة كما هو مبين بعد إيجاد قيم ردود الأفعال عند التركيزين .
- يتم حساب أقصى قوة قاصة واقعة على مقطع الكمرة وهو يساوى ٥,٢٥ طن تحدث على يمين الركيزة (b) .
- يتم إيجاد مركز ثقل المقطع حيث المحور (y-y) يقع عليه المركز وبفرض أن المحور (z-z) الأفقى المار بالمركز يبعد مسافة قدرها (y_o) من الحافة العليا للمقطع .

$$\therefore y_o = \frac{2(10 \times 2 \times 5) + 30 \times 2 \times 1.0}{2 \times 10 \times 2 + 30 \times 2} = 2.6 \text{ cm}$$

- يتم حساب عزم القصور الذاتى لمساحة المقطع حول المحور المار بالمركز (z+z) وهو

$$I_z = 2 \left[\frac{2 \times 10^3}{12} + 2 \times 10 \times (2.4)^2 \right] + \frac{30 \times (2)^3}{12} + 30 \times 2 \times (1.6)^2$$

$$= 737.3 \text{ cm}^4$$

- يتم حساب قيم إجهادات القص عند المقاطع المختلفة من القطاع

$$\tau_1 = \tau_5 = 0$$

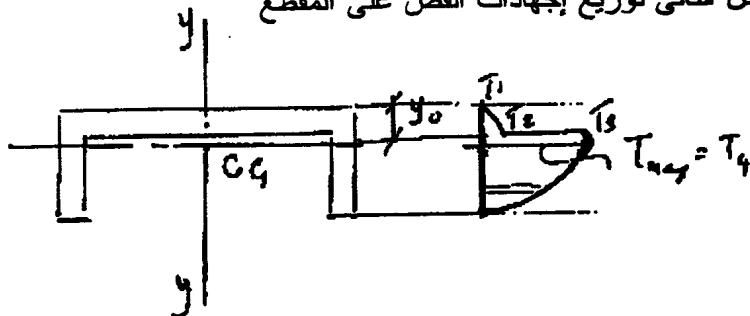
$$\tau_2 = \frac{Q.S}{I_z.b} = \frac{5250 \times 34 \times 2 \times 1.6}{737.3 \times 34} = 11.39 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_3 = \tau_2 \times \frac{34}{4} = 11.39 \times \frac{34}{4} = 96.82 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_4 = \tau_{\max} = \frac{5250 [34 \times 2 \times 1.6 + 2 \times 2 \times 0.6 \times 3]}{737.3 \times 4}$$

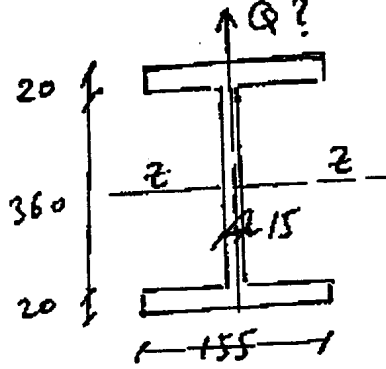
$$= 206.5 \text{ kg/cm}^2$$

وبين الشكل التالى توزيع إجهادات القص على المقطع



مثال (٥) :

للكرمة ذات مقطع على شكل حرف (I) المبين أبعادها بالشكل (١٧-٥) ، المطلوب حساب قيمة أكبر قوة قاصة يتحملها هذا القطاع إذا كان أقصى إجهاد قص مسموح به لمادة القطاع هو ٩٠٠ كجم/سم^٢ .



شكل (١٧-٥)

الحل :

- حيث أن القطاع متماثل فيتم إيجاد مركز الثقل وهو تقاطع محوري التماثل (y-y) ، (z-z) ومحور الخمول يمر بالمركز وينطبق على المحور (z-z) .
- يتم إيجاد عزم القصور الذاتي للقطاع حول المحور (z-z)

$$I_z = \frac{15.5 \times (4.0)^3}{12} - \frac{14.0 \times (36)^3}{12} = 28234.6 \text{ cm}^4$$

- وحيث أن أقصى إجهاد قص يقع عند المركز

$$\therefore \tau = \frac{Q \cdot S}{I_z \cdot b}$$

$$\therefore \tau_{\max} = \frac{Q \cdot S}{I_z \cdot b}$$

$$S \text{ at C.G} = 15.5 \times 2 \times 19 + 1.5 \times 18 \times 9 = 589 + 243 = 832 \text{ cm}^3$$

$$b = 1.8$$

وبالتعويض في المعادلة

$$\therefore \tau_{\max} = \frac{Q \times 832}{28234.6 \times 1.5} = 0.0196 Q \text{ kg/cm}^2$$

وهذه القيمة يجب ألا تزيد عن أقصى إجهاد قص مسموح به للمادة وهو ٩٠٠ كجم/سم^٢

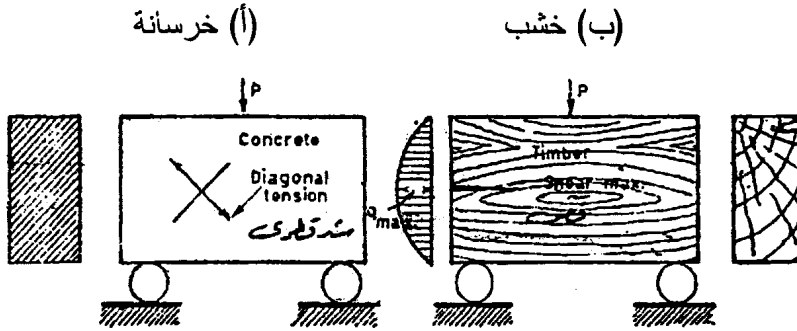
$$\text{i.e } 0.0196 Q \leq 900$$

$$\therefore Q_{all} = 45918 \text{ kg} = 45.9 \text{ t}$$

أى أن أقصى قوى قاصة مسموح بها لا تتعدى ٤٥,٩ طن حتى لا يتعدى أقصى إجهاد قص الحدود المسموح بها للمادة .

٥-٧-٣ اختبار القص بالإنحناء BENDING SHEAR TEST :

لا يجرى اختبار قص الإنحناء لمعرفة مقاومة المواد لقص الإنحناء ولكن يجرى اختبار الإنحناء كاختبار قبول تنص عليه عليه المواصفات القياسية للمواد القصيفة مثل الحديد للزهرى والخرسانة والخشب كما سبق بيان ذلك وتعرض العينة المختبرة فى الإنحناء ضمناً إلى قص الإنحناء ولكن القوى التى تسبب كسر العينة هى قوى الشد ومنها تتعين مقاومة الإنحناء بحساب معايير الكسر ولا تنكسر الكمرات المختبرة من هذه المواد شكل (٥-١٨) .



إختبار القص بالإنحناء Shear due to bending

(أ) الكسر نتيجة إجهاد الشد القطرى (الخرسانة) .

(ب) الكسر نتيجة إجهاد القص الأفقى (الخشب) .

شكل (٥-١٨)



١-٦ مقدمة : INFRODUCTION

- إن مثل هذا النوع من التحميل غالباً ما يحدث فى العناصر الإنشائية أو أجزاء الماكينات نتيجة لتأثير عزوم اللي (Twisting Moments) . إن مثل هذه العزوم غالباً ما تحدث فى الطبيعة والتطبيق فى الحياة العملية فى جميع العناصر الناقلة للطاقة مثل الحدافات وكذلك فى حالة الكمرات المعرضة لأحمال ليست محورية وأيضاً فى حالة أجنحة الطائرات وبعض الحالات الأخرى .
- إن طبيعة ونوعية الإجهادات المتولدة نتيجة لفعل عزوم اللي هذه سوف يتم مناقشتها وتحليلها وتقييمها كما يلى .

٢-٦ التحليل النظرى للعناصر المعرضة الى لى (التواء) :

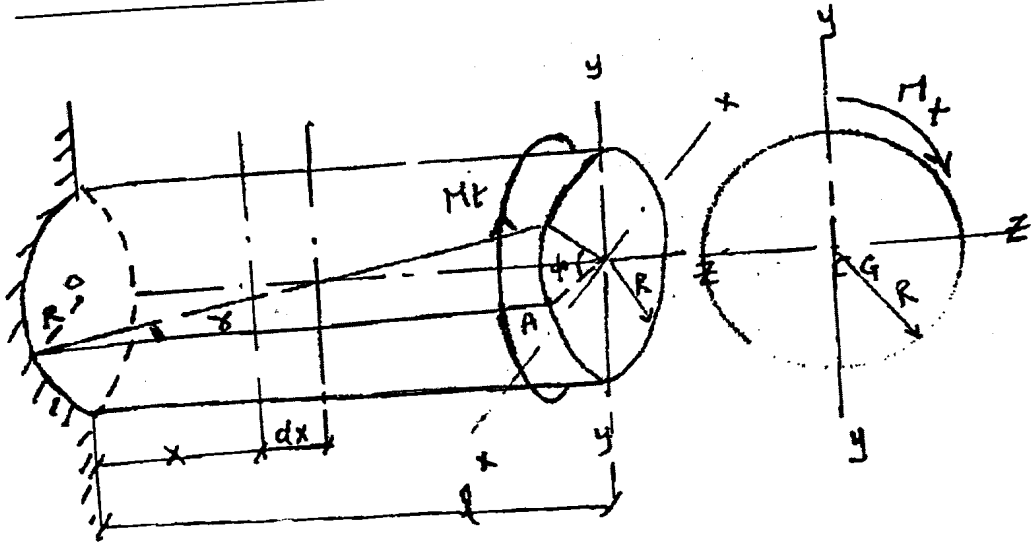
THEORETICAL ANALYSIS OF MEMBERS SUBJECTED TO TORSION :

١-٢-٦ التحليل المرن Elastic Analysis :

i-١-٢-٦ القطاعات الدائرية المصمته المعرضة الى لى :

Torsion of a Rod of Solid Circular Cross-Section :

- بفرض قضيب مصمت ذو قطاع مستدير مثبت فى إحدى نهايتيه ومعرض إلى عزم لى نهايته الأخرى قيمته (M_t) كما هو موضح بالشكل وهذا العزم يعمل فى مستوى عمودى على المحور الطولى للقضيب - شكل (١-٦) .



شكل (١-٦)

- لأي قطاع على بعد (x) من النهاية المثبتة للقضيب فإن القوى الداخلية المعرض لها هذا القطاع تكون في صورة عزم ليّ (M_t) وأن هذا العزم الداخلي الليّ يقع في مستوى القطاع ويعمل على دوران المقطع وإنزلاقه حول المقطع المجاور له مباشرة .
- وبفرض إستمرارية مادة القضيب فإن القطاع الدائري للقضيب يظل فعلاً مستوي كما كان قبل التحميل ويحدث له دوران كجسم جاسئ (rigid body) ، لذلك سوف ينشأ من هذا العزم ويتولد إجهادات مماسة للمقطع (إجهادات قص) .
- إن إنفعال القص (γ) المصاحب لإجهاد القص في هذه الحالة يمكن تعريفه بقيمة وكمية دوران أي خط عمودي على المستوى المؤثر عليه القوى القاصة أو عزم الليّ ، لذلك فإنه نتيجة لفعل عزم الليّ (M_t) فإن النقطة (A) التي تقع على المحيط للدائرة ذات نصف قطر (R) سوف يحدث لها دوران وتأخذ الوضع الجديد (A') وهذا يعني أن القطاع عند نهاية طول القضيب الحر (ℓ) سوف يحدث له دوران بزاوية ليّ (angle of twist) قدرها (ϕ) وأن الخط (o A) سوف يأخذ الوضع الجديد (o A') .
- إن دوران الخط الأخير يعرف بإنفعال القص (γ shear strain) .
- ومن وضع الشكل الهندسي بالتشكل الحادث فإن

$$\ell \gamma = R \Phi = \widehat{AA} \quad \text{طول القوس}$$

$$\therefore \gamma = R \frac{\Phi}{\ell} = R \cdot \theta \dots \dots \dots (1)$$

حيث (θ) هي قيمة زاوية الدوران لوحدة الأطوال من القضيب .

- يفرض أيضاً أن الخطوط القطرية (radial lines) تظل قطرية بعد التحميل ، إذن فإن قيمة إنفعال القص عند نقطة على بعد (r) من المركز هو $(\bar{\gamma})$ حيث :

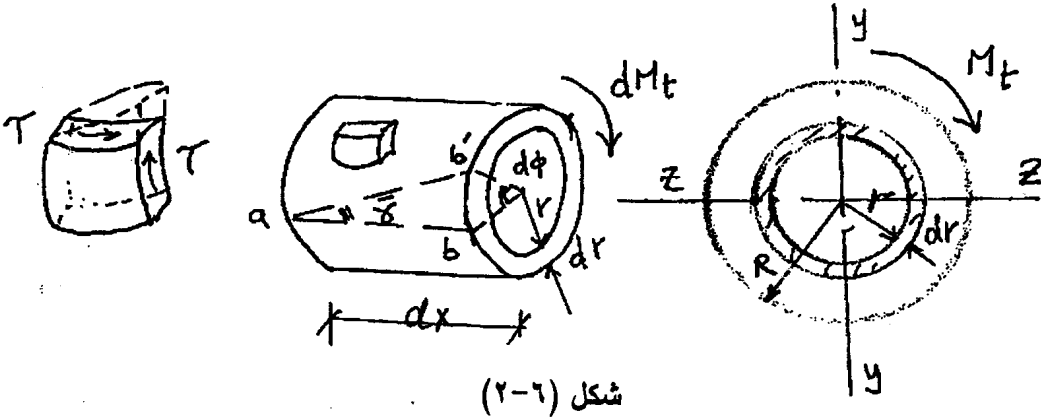
$$\bar{\gamma} = r \cdot \frac{\Phi}{\ell} = r \cdot \theta \dots\dots\dots (2)$$

$$\text{or } \frac{\bar{\gamma}}{\gamma} = \frac{r}{R} \dots\dots\dots (3)$$

وهذا يعنى أن إنفعال القص عند أى نقطة يناسب طردياً مع بعد هذه النقطة عن المركز ولا تعتمد على طول القضيب .

- ولتقييم وتعيين قيمة إجهاد القص (τ) عند أى نقطة على بعد (r) من مركز المقطع ، نتخيل عنصر طوله (dx) تم فصله من القضيب عن طريق مستويين مستعرضين رأسيين بالإضافة إلى عنصر على شكل حلقة تم فصله أيضاً من هذا العنصر عن طريق سطحين إسطوانيين يبعدان مسافة (r) ، $(r + dr)$ من مركز المقطع كما هو موضح

بالشكل (٢-٦)



- كنتيجة لفعل عزم الليّ (M_t) فإن الراسم الأفقى (ab) سوف يدور بزاوية قدرها $(\bar{\gamma})$ ويشغل الوضع الجديد (ab') ، ومن الشكل الهندسى فإن

$$\bar{\gamma} \cdot dx = r d\Phi = \widehat{ab}$$

طول القوس

$$\therefore \bar{\gamma} = r \frac{d\Phi}{dx} = r \cdot \theta \dots\dots\dots (2')$$

حيث $\frac{d\Phi}{dx} = \theta$ تمثل زاوية الليّ لوحدة الأطوال من العنصر ، $(d\phi)$ هي زاوية الليّ للطول (dx) وطبقاً لقانون هوك الذي يربط قيمة الإجهاد مع الإنفعال المصاحب المرن .

$$\therefore \tau = G.\bar{\gamma} = G.r.\theta \dots\dots\dots (4)$$

حيث (τ) هي قيمة إجهاد القص على المقطع عند نقطة تبعد مسافة عن مركز القطاع ذات نصف قطر قدره (r) ، (G) هو معايير الجساءة لمادة القضيب .

• ويفرض أن مساحة الحلقة ذات نصفى القطر (r) ، $(r + dr)$ هي (dA) إذن فمن إتزان القوى فإن قيمة عزم الليّ الواقع على هذه الحلقة (dM_t) تعادل $(\tau . dA . r)$ وبالتالي فإن قيمة عزم الليّ الكلى الواقع على القطاع كله (M_t) يعادل :

$$M_t = \int_A \tau dA . r = \int_A dM_t \dots\dots\dots (5)$$

• وبالتعويض عن قيمة (τ) من المعادلة رقم (٤)

$$\therefore M_t = \int_A G . r^2 . \theta . dA = G . \theta \int_A r^2 . dA$$

وحيث أن قيمة التكامل $(\int_A r^2 . dA)$ يمثل قيمة عزم القصور الذاتى للمقطع حول محور عمودى على المقطع والذي عادة ما يعرف بعزم القصور القطبى

(Polar Moment of Inertia)

$$i.e \int_A r^2 . dA = I_p \text{ (Polar Moment of Inertia)} \dots\dots\dots (6)$$

وعليه فإن

$$M_t = G . \theta . I_p \dots\dots\dots (7)$$

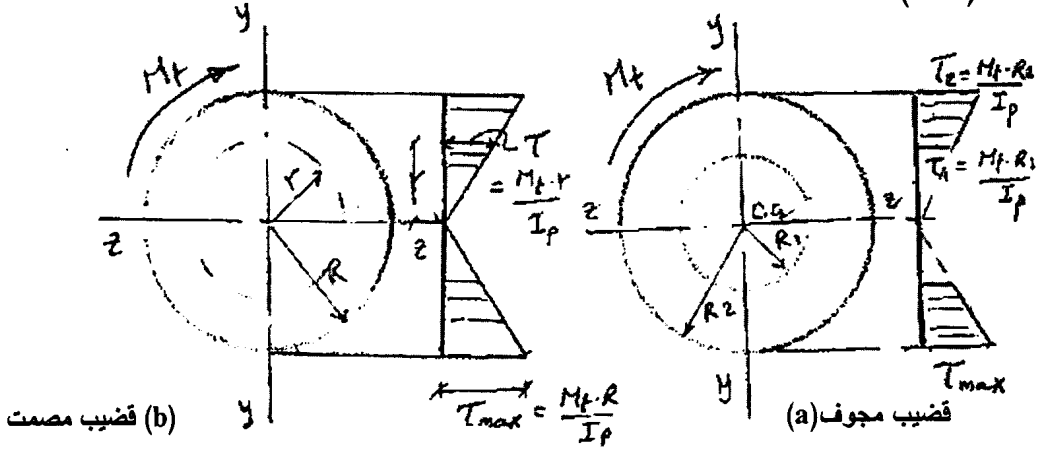
$$or \theta = \frac{M_t}{G . I_p} \dots\dots\dots (8)$$

• هذا ويطلق على الكمية أو المقدار $(G I_p)$ بجساءة الليّ (Torsional Rigidity) للقضيب والتي تماثل المقدار $(E I_z)$ فى القضبان المعرضة للإنحناء .

• من المعادلات رقم (٤) ، (٨) إذن :

$$\tau = \frac{M_t . r}{I_p} \dots\dots\dots (9)$$

أى أن قيمة إجهادات القص (τ) تتناسب خطياً على المقطع وتتوقف على بعد النقطة المطلوب حساب إجهاد القص عندها عن المركز [قيمة نصف القطر (r)] كما هو موضح بالشكل (٣-٦)



شكل (٣-٦) توزيع إجهادات القص نتيجة لعزم اللي

• لذلك فإنه لمقطع دائري معرض إلى عزم لي (M_t) فإن قيمة إجهاد القص المتولد نتيجة لهذا العزم عند أى نقطة يختلف ويتناسب خطياً مع نصف قطر الحلقة المارة بهذه النقطة (r) ، وعليه فإن أقصى قيمة لإجهادات القص المتولدة تكون على وعند السطح الخارجى للقضيب ذو نصف القطر (R) ومقدارها هو :

$$\tau_{\max} = \frac{M_t \cdot R}{I_p} = -\frac{M_t}{Z_p} \dots \dots \dots (10)$$

حيث (R) هى قيمة نصف قطر قطاع القضيب الدائرى

، $\frac{I_p}{R} = (Z_p)$ هى معايير القطاع القطبى

(I_p) = عزم القصور الذاتى القطبى للقطاع الدائرى $I_z + I_y = I_x$

$$\frac{\pi D^4}{32} = \frac{\pi R^4}{2} = (\text{سم}^4) \text{ بوحدات}$$

(D) قطر القضيب (سم)

$$\text{وعليه } (Z_p) = \frac{\pi R^4}{2R} = \frac{\pi R^3}{2} \text{ (سم}^3\text{)}$$

، (τ_{\max}) أقصى إجهادات قص واقعة على القطاع بوحدات (كجم/سم^٢)

وذلك فى حالة القضيب المصمت ذو نصف قطر (R) لمقطعه

- فى حالة ما إذا كان القطاع دائرى مجوف ذو نصف قطر داخلى (R_1) وخارجى (R_2) فإن توزيع إجهادات القص يزال كما هو علاقة خطية كما هو مبين بالشكل (٦-٣) وعليه فإن قيم إجهادات القص على الأسطح الخارجية والداخلية للأنبوبة أو القطاع الدائرى الأجوف هى :

$$- \text{ أقصى إجهاد قص على السطح الخارجى } \tau_2 = \frac{M_t \cdot R_2}{I_p}$$

$$- \text{ قيمة إجهاد القص على السطح الداخلى } \tau_1 = \frac{M_t \cdot R_1}{I_p}$$

حيث (I_p) هو عزم القصور الذاتى القطبى للقطاع وهو يعادل فى هذه الحالة

$$I_p = \frac{\pi}{2} (R_2^4 - R_1^4) \dots \dots \dots (12)$$

- من المعادلات رقم (٩) ، (١٠) إذن

$$\frac{\tau_r}{\tau_R} = \frac{r}{R} \dots \dots \dots (13)$$

- لإيجاد قيمة زاوية الليّ (ϕ) على كامل طول القضيب (ℓ) فإنه من المعادلة رقم (٨)

$$\text{حيث أن } \theta = \frac{d\Phi}{dx} \text{ إذن}$$

$$d\Phi = \theta \cdot dx = \frac{M_t}{G \cdot I_p} \cdot dx$$

$$\text{or } \Phi = \int_0^\ell \frac{M_t}{G I_p} \cdot dx \dots \dots \dots (14)$$

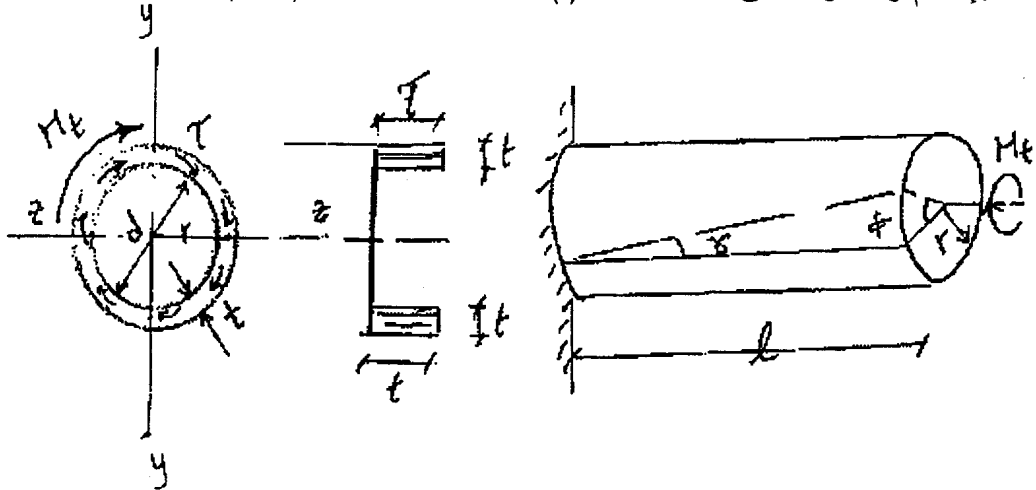
فإذا ما كان قيم عزم الليّ وجساءة الليّ ثابتة للقضيب إذن زاوية الليّ (ϕ) فى هذه الحالة

$$\Phi = \frac{M_t \cdot \ell}{G \cdot I_p} \dots \dots \dots (15) \text{ تعادل}$$

٦-٢-١١ ii القطاعات الدائرية المجوفة ذات الجدار النحيف والمعرضة الى لى :

TORSION OF THIN-WALLED CIRCULAR SECTION :

- فى حالة القطاعات الدائرية ذات الجدران النحيفة ولها قطر داخلى (d) وتعرض جدارها الى عزم إلتواء قدره (M_t) فإنه فى هذه الحالة يمكن فرض إجهادات القص (τ) موزعة بانتظام والتساوى على كامل السمك (t) كما هو مبين بالشكل (٤-٦) .



شكل (٤-٦) إجهادات القص المتولدة فى القطاعات الدائرية المجوفة ذات الجدار النحيف والمعرضة لعزم لى

- ومن إتران القوى الداخلية والخارجية الواقعة على هذه الحلقة إذن

$$\tau(2\pi r t).r = M_t$$

$$\text{i.e } \tau = \frac{M_t}{2\pi r^2 t} \dots\dots\dots (16)$$

حيث : (r) هو متوسط نصف القطر للحلقة .

- هذا وأن قيمة إنفعال القص المصاحب لإجهاد القص (τ) هذا كما هو موضح بالشكل السابق ، ولقيم تشكلات كبيرة نسبياً فإن قيمة إنفعال القص يمكن تحديده بدلالة ظل الزاوية (γ) أى ($\tan \gamma$) أى أن قيمة إنفعال القص فى هذه الحالة يساوى

$$\tan \gamma = \frac{r \cdot \Phi}{l}$$

أما فى حالة التشكلات الصغيرة فإن قيمة إنفعال القص $\tan \gamma \cong \gamma$

$$\text{or } \gamma = \frac{r \cdot \Phi}{l}$$

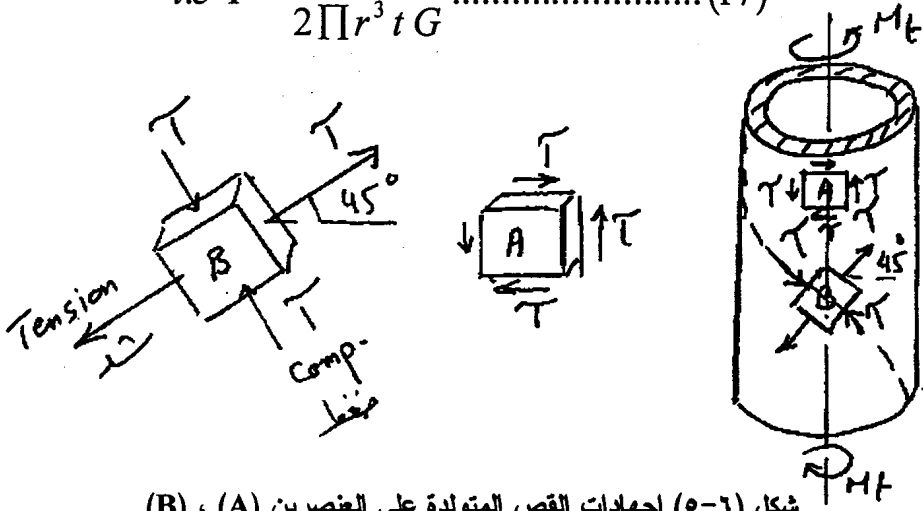
- وبالمثل فإن زاوية اللى (ϕ) تصبح وهى تساوى

$$\Phi = \frac{M_t \cdot \ell}{G I_p}$$

حيث : (I_p) فى هذه الحالة يمكن أخذه وإعتباره يساوى القيمة التالية :

$$I_p = \int_A r^2 dA = r^2 \int_A dA = 2 \Pi r^3 \cdot t$$

$$i.e \Phi = \frac{M_t \cdot \ell}{2 \Pi r^3 t G} \dots \dots \dots (17)$$



شكل (٥-٦) إجهادات القص المتولدة على العنصرين (A) ، (B)

• هذا وتجدر الإشارة إلى أنه فى حالة الأنابيب ذات السمك النحيف شكل (٥-٦) والمعرضة لعزم إلتواء (لى) (M_t) فإنه لعنصر ما (A) سوف يتولد عليه إجهاد قص خالص (τ) على أوجهه الأربعة ، وأن حالة الإجهاد الخالص هذه تكون مكافئة لحالة الإجهاد الواقعة على عنصر يميل بزاوية 45° مع محور الأنبوبة وهو العنصر (B) المبين بالشكل حيث هذا العنصر (B) يكون معرضاً إلى إجهادات قطرية تساوى قيم الإجهادات الأساسية تعمل على زاوية 45° م إحداهما إجهاد شد والأخرى إجهاد ضغط ولها نفس قيم إجهاد القص (τ) . يتضح من ذلك التحليل أنه لشريحة ذات عرض صغير عن جدار لأنبوبة والتي تنطبق مع اللولب الذى يميل بزاوية 45° مع المحور كما هو مبين تكون معرضة إلى ضغط محورى ، فإذا ما كان جدار الأنبوبة نحيف جداً فإنه سوف يحدث إنبعاج لهذه الشريحة اللولبية الأمر الذى يجب أن نتلاشى مثل هذا النوع من الإنبعاج أو الإنهيار تحت ظروف إجهادات التشغيل فإنه يجب أن يكون سمك الجدار لا

$$i.e \frac{t}{r} > \frac{1}{60}$$

يقل عن ٦٠/١ مرة نصف القطر المتوسط للأنبوبة

٦-٢-١-١١ iii القطاعات الغير دائرية المعرضة إلى ليّ:

TORSION OF NON-CIRCULAR CROSS-SECTIONS :

- إن نظرية وتقييم إجهادات القص وزاوية الليّ لقطاعات دائرية تعتمد على بعض القيود والحدود وتتضمن بعض الافتراضات مثل القطاع الدائري يظل مستوياً قبل التحميل وبعد التحميل . أما في حالة القطاع الغير دائرية المقطع هذا الفرض غير حقيقي وبذلك تصبح المشكلة أكثر تعقيداً الأمر الذي جعل نظرية المرونة متطورة ووضعت بعض النظريات لتقييم إجهادات القص لبعض القطاعات الغير دائرية والمعرضة إلى عزم إلتواء .

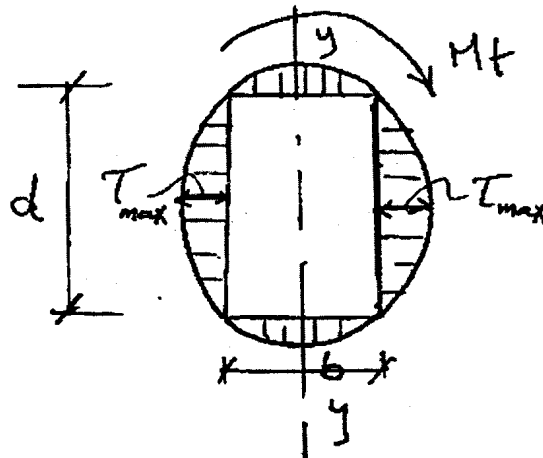
- بالنسبة للقطاع المستطيل (Rectangular Cross-Section) :

- إذا ما فرضنا قطاعاً على شكل مستطيل وتعرض إلى عزم إلتواء (M_t) فإنه سوف يتولد على القطاع إجهادات قص غير منتظمة التوزيع على أضلاع هذا المستطيل وتكون أكبر ما يمكن على السطح الخارجى وتحدث عند منتصف الأضلاع المستطيل الكبيرة ، وأن أقصى قيمة لإجهادات القص هذه يمكن التعبير عنها بالمعادلة التالية :

$$\tau_{max} = \frac{M_t}{\alpha db^2} \dots \dots \dots (18)$$

ويبين الشكل التالى شكل (٦-٦) توزيع إجهادات القص على القطاعات المستطيلة حيث قيم الإجهادات تساوى صفراً عند أركان المستطيل وأكبر ما يمكن عند منتصف الأضلاع

الكبيرة (d)



شكل (٦-٦)

- حيث : (d) هو عمق القطاع أو الضلع الكبير من المستطيل .
- ، (b) هو عرض القطاع أو الضلع الصغير من المستطيل .

، (α) معامل عددي (Numerical Factor) تتوقف على نسبة $\left(\frac{d}{b}\right)$ للقطاع

• أيضاً قيمة زاوية الليّ للقطاع المستطيل يمكن تعيينها باستخدام المعادلة التالية :

$$\Phi = \frac{M_t \cdot \ell}{\beta d b^3 G} \dots\dots\dots (19)$$

حيث (β) معامل عددي يعتمد أيضاً على نسبة $\left(\frac{d}{b}\right)$ للقطاع .

• يبين الجدول التالي قيم المعاملات (α) ، (β) المناظرة لقيم مختلفة من النسبة $\left(\frac{d}{b}\right)$

جدول (١-٦) قيم المعاملات (α) ، (β)

d/b	1.0	1.3	2.0	3.0	4.0	6.0	8.0	10.0	∞
α	0.208	0.231	0.246	0.267	0.282	0.299	0.307	0.313	0.333
β	0.141	0.196	0.229	0.263	0.281	0.299	0.307	0.313	0.333

• بالإشارة إلى الجدول السابق يتبين أنه للقطاعات المستطيلة ذات العرض الصغير بالنسبة

للعمق فإن قيم كلاً من (α) ، (β) تعادل الثلث $\left(\frac{1}{3}\right)$ حيث في هذه الحالة $\left(\alpha = \beta = \frac{1}{3}\right)$

فإن المعادلات رقم (١٨)، (١٩) تصبح كما يلي :

$$\tau_{\max} = \frac{3 M_t}{d b^2} \dots\dots\dots (18')$$

$$\Phi = \frac{3 M_t \cdot \ell}{d b^3 G} \dots\dots\dots (19')$$

• هذا وتجدر الإشارة إلى أنه لأي قطاع مستطيل فإن قيمة $\left(\frac{1}{\alpha}\right)$ يمكن أخذها كما يلي :

$$\frac{1}{\alpha} = \left[3 + 1.8 \frac{b}{d}\right]$$

الأمر الذي يمكن القول بأنه بصفة عامة أن قيمة أقصى إجهادات قص واقعة على القطاع المستطيل تعادل

$$\tau_{\max} = \frac{M_t}{d b^2} \left(3 + 1.8 \frac{b}{d}\right) \dots\dots\dots (20)$$

- بالنسبة للقطاع على شكل قطع ناقص (Elliptical Cross-Section) :

- إن في هذه الحالة تكون إجهادات القص غير منتظمة التوزيع على المقطع وأن أقصى إجهادات قص تقع عند نهايات المحور الثانوي (Minor axis) وذات قيمة تعادل

$$\tau_{\max} = \frac{16M_t}{\pi b^2 h} \dots\dots\dots (21)$$

حيث : (b) هو المحور الثانوي للقطاع

، (h) هو المحور الرئيسي للقطاع

وإن زاوية الليّ في هذه الحالة لهذه القطاعات تعادل

$$\Phi = \frac{4\pi^2 M_t I_p \ell}{A^4 G} \dots\dots\dots (22)$$

حيث : (I_p) هو عزم القصور الذاتي لمحور عمودي على المقطع وهو يساوي

$$I_p = (\pi / 64) (b h^3 + b^3 h)$$

$$، A = \pi b h / 4$$

، (A) هي مساحة المقطع

- بالنسبة للقطاع المثلثي المتساوي الأضلاع Equilateral Triangle :

- في هذه الحالة تكون إجهادات غير موزعة بانتظام وهي على السطح الخارجي وأن أقصى قيمة تكون عند منتصف الأضلاع الثلاثة للمثلث ويمكن تعينها من المعادلة التالية:

$$\tau_{\max} = \frac{20M_t}{b^3} \dots\dots\dots (23)$$


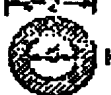
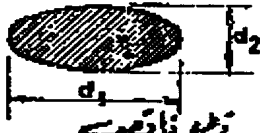



حيث : (b) هي طول ضلع المثلث

وأن زاوية الليّ (Φ) هي

$$\Phi = \frac{M_t}{0.6 G I_p} = \frac{46.2 M_t}{b^4 G} \dots\dots\dots (24)$$

- ويبين الجدول التالي قيم أقصى إجهادات قص مرنة وزاوية الليّ المناظرة لها لأشكال القطاعات المختلفة جدول (٦-٢) :

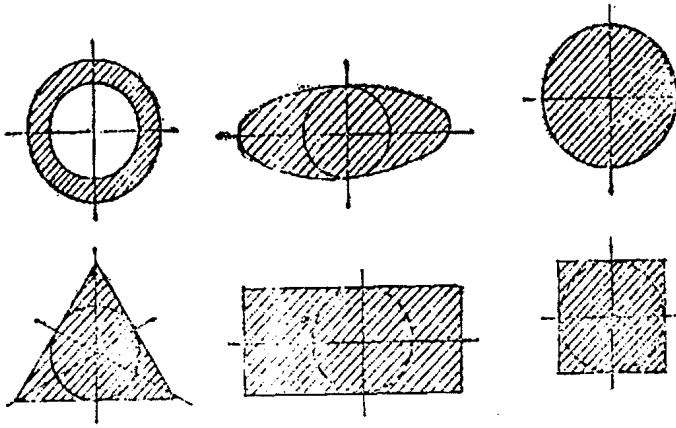
جدول رقم (٦-٢) إجهاد الإلتواء الأقصى وزاوية الإلتواء

نوع المقطع المستعرض	إجهاد الإلتواء الأقصى τ_{max}	تأويلات الزاوية
 مستدير Circular	$16 M_t / \pi d^3$	$32 / \pi d^4 \cdot M_t \cdot \ell / G$
 مستدير أبيض Hollow circular	$16 M_t d_1 / \pi (d_1^4 - d_2^4)$	$32 / \pi (d_1^4 - d_2^4) \cdot M_t \cdot \ell / G$
 قطع ناقص	$16 M_t / \pi d_1 d_2^2$	$\frac{16 (d_1^2 + d_2^2)}{\pi d_1^3 d_2^3} \cdot M_t \cdot \ell / G$
 مربع Square	$4.8 M_t / d^3$	$7.11 / d^4 \cdot M_t \cdot \ell / G$
 مستطيل Rectangle $b > d \text{ \& } b < 6d$	$(3 + 1.8 \frac{d}{b}) \frac{M_t}{bd^2}$	$\frac{60 \frac{b}{d}}{1.5 b^3 d^3} \cdot M_t \cdot \ell / G$
 مثلث متساوي الضلع Equilateral triangle	$20 / d^3 \cdot M_t$	$40 / d^4 \cdot M_t \cdot \frac{\ell}{G}$

ملاحظة :

يحدث إجهاد الإلتواء في أى مقطع عند النقط الطرفية الواقعة على أقل قطر للمقطع كما في

الشكل (٦-٧)



يحدث الإجهاد الأقصى للإلتواء فى أى مقطع عند النقط الطرفية
الواقع على أقل قطر للمقطع المستعرض

شكل (٧-٦)

٢-٢-٦ التحليل اللدن للقطاعات الدائرية المصمتة المعرضة لعزم إلتواء (الى) :

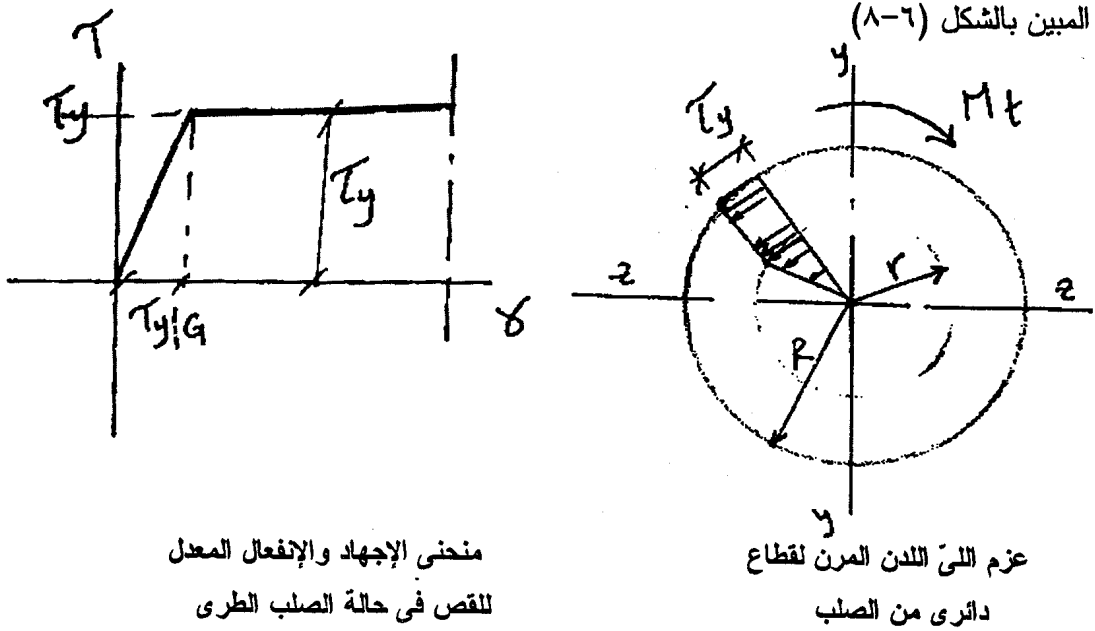
PLASTIC ANALYSIS FOR SOLID CIRCULAR SECTIONS SUBJECTED TO TORSIONAL MOMENT :

- يقتصر هذا الجزء على دراسة التحليل اللدن للقطاعات والقضبان الدائرية المصمتة والمعرضة إلى عزم إلتواء .
- حيث ا، مثل هذه الأعضاء إذا تعرضت إلى عزم لى فإنه كما هو معلوم يتولد إجهادات قص موازية للمقطع تكون أكبر ما يمكن على السطح الخارجى للمقطع أو العنصر الدائرى ، فإذا ما زاد قيمة عزم الإلتواء على المقطع فإنه أقصى إجهادات على السطح تزداد إلى أن تصل إلى حد التناسب وهو نهاية منطقة المرونة وتصل قيمة هذه الإجهادات القصوى على السطح إلى حد الخضوع للقص (τ_y) حيث أن هذه القيمة لإجهاد القص عند الخضوع تكون على السطح الخارجى وذلك عند عزم إلتواء قدره (M_{ty}) حيث (M_{ty}) تعادل

$$M_{ty} = \frac{I_p \cdot \tau_y}{R} \dots\dots\dots (25)$$

حيث : (I_p) هو قيمة عزم القصور الذاتى القطبى كما ذكرنا .
(R) هو نصف قطر مقطع القطاع الدائرى .

- ولتبسيط الحالة نأخذ حالة المواد المطيلة (Ductile Material) مثل الصلب الطرى مع فرض أن علاقة الإجهاد والإنفعال للقص تأخذ الشكل المعدل (idealized diagram)



شكل (٨-٦)

- يتضح مما سبق أنه طبقاً لمنحنى الإجهاد والإنفعال المعدل فعند وصول الإجهاد إلى قيمة إجهاد الخضوع (τ_y) عند الألياف الخارجية على السطح فإن المادة تكون بدأت فى الدخول فى مرحلة اللدونة بدلاً من المرونة (العلاقة الخطية) وأنه مع زيادة العزم فإن اللدونة سوف تنتشر إلى الداخل أى إلى لب القطاع وأن الإجهادات فى هذه الحالة تكون لدنة مرنة كما هو مبين بالشكل السابق (٨-٦)، أى أنه لعنصر المادة التى على نصف قطر قدره (r) لا تزال المادة مرنة (علاقة خطية) ولكن فيما بعد هذا نصف القطر (r) فإن المادة تكون لدنة وأن قيمة إجهاد القص حتى السطح الخارجى لا تتعدى قيمة إجهاد القص للخضوع (τ_y) كما هو مبين .

- بناء على ذلك فإن قيمة عزم الإلتواء (M_t) فى مرحلة المرونة واللدونة يكون عبارة عن العزم المقاوم بالجزء الداخلى المرن من المركز وحتى نصف القطر (r) وأيضاً بالجزء الخارجى من نصف القطر للقطاع (R)

$$i.e M_t = M_{t1} + M_{t2}$$

حيث : (M_{t1}) هو عزم الإلتواء المقاوم باللب المرن وهو يساوى :

$$M_{t1} = \frac{I_{pcore} \tau_y}{r} = \frac{\Pi r^3}{2} \tau_y \dots\dots\dots (26)$$

، (M_{t2}) هو عزم الإلتواء المقاوم باللب اللدن وهو يساوي :

$$M_{t2} = \int_r^R 2 \Pi r^2 \tau_y dr = \frac{2}{3} \Pi \tau_y (R^3 - r^3) \dots\dots\dots (27)$$

$$\begin{aligned} i.e M_{t total} &= \Pi \tau_y \left(\frac{2}{3} R^3 - \frac{1}{6} r^3 \right) \\ &= \frac{2 \Pi R^3}{3} \cdot \tau_y \left[1 - \frac{r^3}{4 R^3} \right] \dots\dots\dots (28) \end{aligned}$$

وعليه فإنه في حالة ما يصل القطاع كله إلى حالة اللدونة أي من $r = 0$ إلى $r = R$ إذن فإن قيمة أقصى عزم إلتواء لدن (M_{tp}) تعادل القيمة من المعادلة رقم (٢٨) ولكن يوضع $r = 0$

$$i.e M_{tp} = \frac{2}{3} \Pi R^3 \tau_y \dots\dots\dots (29)$$

• وبمقارنة المعادلات رقم (٢٥) ، (٢٩)

$$\therefore \frac{M_{tp}}{M_{ty}} = \frac{4}{3}$$

$$\theta = \frac{\tau_y \cdot \ell}{G \cdot r}$$

• وحيث أن زاوية الليّ

$$\therefore \theta_y = \frac{\tau_y \cdot \ell}{G R}$$

$$\frac{\theta}{\theta_y} = \frac{r}{R} \dots\dots\dots (30)$$

وهذا يعني أن

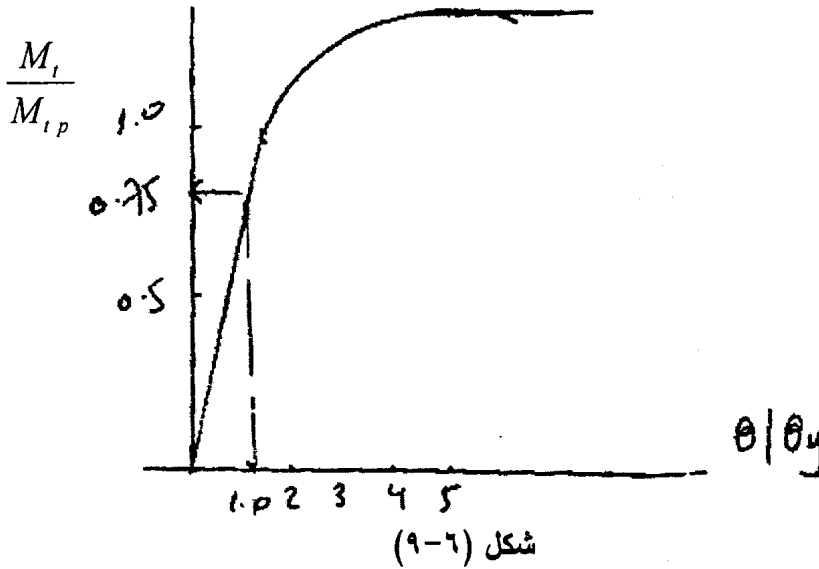
وعليه تصبح المعادلة رقم (٢٨) للحالة المرنة اللدنة

$$M_{t total} = \frac{2 \Pi R^3}{3} \cdot \tau_y \left[1 - \frac{1}{4} \left(\frac{\theta}{\theta_y} \right)^3 \right]$$

وحيث أن قيمة $M_{tp} = \frac{2}{3} \pi R^3 \tau_y$ (معادلة ٢٩)

$$\therefore M_{total} = M_{tp} \left[1 - \frac{1}{4} \left(\theta / \theta_y \right)^3 \right] \dots \dots \dots (31)$$

- والمعادلة الأخيرة تمثل العلاقة بين قيمة عزم الإلتواء عند أى لحظة من لحظات التحميل مع قيمة زاوية الليّ أو التشكل المصاحب لهذا العزم أى علاقة (M_t) مع (θ) عند أى لحظة للقطاع الدائرى فى مراحل المختلفة المرنة اللدنة بدلالة كل من قيمة (M_{tp}) ، (θ_y) وذلك كما هى ممثلة بالشكل (٩-٦) التالى :



العلاقة بين عزم الإلتواء وزاوية الليّ المصاحبة لقضيب دائرى من الصلب الطرى خلال مراحل تحميله حتى الإنهيار

٦-٣ اختبار الإلتواء TORSION TEST :

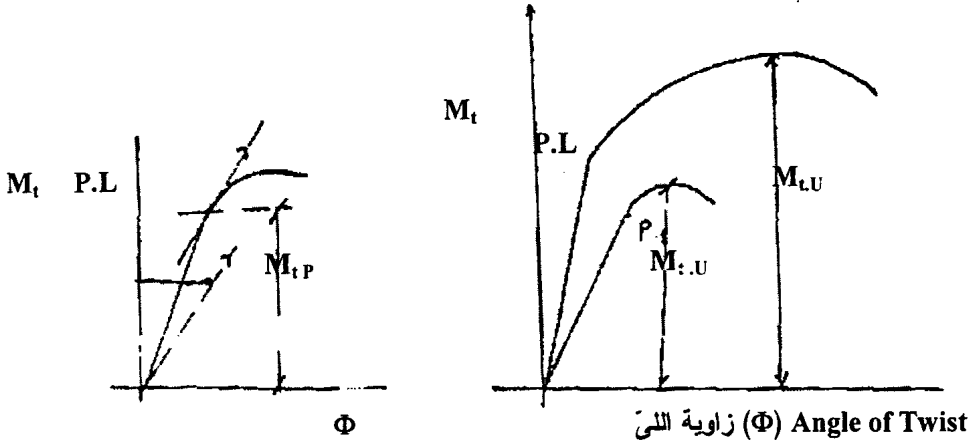
٦-٣-١ مقدمة :

- يجرى اختبار الإلتواء على معظم المعادن وخاصة على المواد المطيلة (الصلب) بغرض تعيين وتقدير مقاومته للقص ، هذا بالرغم من أنه غالباً ما يستعمل لتعيين مقاومة القص للمواد القصيفة (حديد الزهر) حيث أن هذه النوعية من المواد أساساً يحدث لها إنهيار نتيجة للشد القطرى على مستويات مائلة وليس نتيجة للقص على المستويات الرئيسية

والأفقية . وبالرغم من ذلك فإن هذا الإختبار عادة ما يجرى على هذه المواد القصيفة فقط لتعيين وتقدير الخواص الميكانيكية الأخرى .

٦-٣-٢ إجراء إختبار الليّ : Conduct of Torsion Test

- لإجراء إختبار الليّ يستخدم عادة ماكينات إختبار خاصة بهذا النوع من الإختبارات .
- عادة ما يتم إختبار أبعاد عينات الإختبار بشرط تحقيق المتطلبات التالية :-
- يجب أن يكون حجم وأبعاد عينة الإختبار تسمح بإمكانية قياس الإنفعالات وذلك بدقة مناسبة ومرضية .
- يجب أن تكون نسب أبعاد عينة الإختبار بالكيفية التى تسمح بأخذ تأثير تركيز الإجهادات الناجمة عن طريقة مسك نهايات العينة بكلايات ماكينة الإختبار بعيداً عن طول القياس .
- يجب أن يتم التأكد من مسك نهايات العينة جيداً وبحيث تكون محورية لتجنب توليد عزوم إنحناء عليها أثناء التحميل
- يتم إجراء إختبار الليّ عادة على عينات مصممة ودائرية ، حيث فى هذه الحالة يتم تثبيت العينة جيداً بماكينة الإختبار مع التأثير بالحمل تدريجياً المسبب لحدوث لىّ للعينة . عند أى خطوة من خطوات التحميل يتم قياس زاوية الليّ (Φ) (angle of twist) وذلك بإستخدام جهاز قياس الليّ (Twistmeter) وذلك على طول القياس المحدد للعينة (ℓ) وأيضاً قيمة عزم الإلتواء المناظر عند كل خطوة .
- من قراءات عزم الإلتواء (M_t) وزاوية الليّ (Φ) المناظرة لكل عزم خلال مراحل التحميل المختلفة حتى الكسر يتم رسم العلاقة بين كل منهما كما هو مبين بالشكل (٦-١٠) ومن هذا المنحنى يتم تقدير وتعيين الخواص الميكانيكية فى الليّ أو حالة تعرض العناصر إلى قص خالص (Pure Shear) .
- يبين الشكل (٦-١٠) منحنى العلاقة بين عزم الليّ (M_t) وزاوية الليّ (Φ) لكل من الصلب الطرى وحديد الزهر .



شكل (٦-١٠)

٦-٣-٣ الخواص الميكانيكية في الليّ :

Mechanical Properties in Torsion :

* الخواص الميكانيكية ذات الصلة بالمقاومة

- مقاومة القص المرن للمادة أو مقاومة الخضوع للقص :

Elastic Shear Strength or Yield Strength :

• وهذه المقاومة يمكن قياسها عن طريق أقصى إجهاد قص تتعرض له عينة إختبار القص والمناظرة لحمل عزم الإلتواء عند حد المرونة (elastic limit) للمادة أو عندما يسمى بحد التناسب (Proportional Limit) .

وهذا الأخير هو نهاية العلاقة الخطية بين العزم وزاوية الإلتواء ويمكن تعيينه بإستخدام طريقة جوهانسن لتعيين حد المرونة الظاهري (Johenson's apparent elastic limit) أى أن إجهاد حد التناسب للقص (τ_p) يعادل

$$\tau_p = \frac{M_{tp} \cdot R}{I_p} = \frac{2 M_{tp}}{\pi R^3} \dots \dots \dots (32)$$

حيث : (M_{tp}) هو قيمة عزم الليّ المؤثر عند حد المرونة (كجم . سم) .
 ، (I_p) هو عزم القصور الذاتي القطبي (سم^٤) .
 ، (R) هو نصف قطر العينة الدائرية المصمته (سم) .

- مقاومة القص القصوى Ultimate Shear Strength :

- وهذه المقاومة تعبر عن قيمة أقصى إجهاد قص عند الألياف الخارجية للمقطع والمناظر لأقصى قيمة لعزم الإلتواء المؤثر (M_{tU}) .
- وحيث أنه فيما بعد حد المرونة للمادة فإن توزيع الإجهادات لا يكون خطياً الأمر الذى يمكن القول بأنه للتسهيل يمكن حساب أقصى إجهاد فى هذه الحالة بإتباع نفس المعادلة المعروفة فى حالة الإجهادات المرنة ولكن عند أقصى قيمة لعزم الليّ (M_{tU}) .

$$i.e \tau_U = \frac{M_{tU} \cdot R}{I_p} = - \frac{2 M_{tU}}{\pi R^3} \text{ kg/cm}^2 \dots\dots\dots (33)$$

- هذا وتجدر الإشارة إلى أنه طبقاً لنتائج الاختبارات المعملية فإنه يمكن التوصية بتعيين قيم أقصى مقاومة للقص وذلك عند حدوث الكسر أو الإنهيار للمادة طبقاً للمعادلات التالية :

$$\tau_U = \frac{3M_{tfr}}{2\pi R^3} \quad \text{- فى حالة الصلب الطرى}$$

$$\tau_U = \frac{14M_{tfr}}{8\pi R^3} \quad \text{- فى حالة الحديد الزهر}$$

حيث : (M_{tfr}) هى قيمة عزم الليّ المسبب لكسر العينة

* الخواص الميكانيكية ذات الصلة بالتشكلات Deformation Properties :

- الصلابة Stiffness :

- وهذه الخاصية تعبر عن مقاومة عزم الليّ للتشكل المصاحب فى منطقة المرونة للمادة والتي يمكن قياسها بدلالة معايير جساءة المادة (G) (Modulus of Rigidity)

$$\Phi_e = \frac{M_{te} \cdot \ell}{G I_p} \quad \text{وحيث أن قيمة التشكل وهو زاوية الليّ المرنة}$$

$$\therefore G = \frac{M_{te}}{\Phi_e} \cdot \frac{\ell}{I_p} = \frac{C_1}{C_2} = \text{constant} \dots\dots\dots (34)$$

- حيث : (M_{te}) ، (Φ_e) هى قيم عزم الليّ وزاوية الليّ المصاحب له فى منطقة العلاقة الخطية فى منحنى العلاقة بين عزم الليّ وزاوية الليّ

$$\frac{M_{te}}{\Phi_e} \quad (C_1) \text{ مقدار ثابت يعبر عن ميل العلاقة الخطية}$$

$$\left(\frac{I_p}{\ell} \right) = (C_2) \text{ ، بالسهم ٣ .}$$

- هذا وتجدر الإشارة إلى أن قيمة هذا الثابت (G) وهو معايير الجساءة أو معايير المرونة في القص يمكن تعيينه من المعادلة التالية :

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} \quad kg/cm^2 \dots\dots\dots (35)$$

حيث : (E) هو معايير المرونة للمادة

، (μ) هي نسبة بواسان للمادة

- الممتولية في الليّ Ductility :

- وهذه الخاصية يعبر عنها بمقدار زاوية الليّ عند الإنهيار أو كسر العينة (Φ_f) وذلك لطول قياس وقطر معين للمادة المختبرة . وعليه فإن ممتولية مادتين لهما نفس الطول ونفس القطر يمكن مقاومتهما عن طريق قيمة زاوية الليّ عند الكسر (Φ_f) حيث كلما زادت قيمة زاوية الليّ عند الكسر (Φ_f) كلما كانت المادة أكثر ممتولية في الليّ .

* الخواص الميكانيكية ذات الصلة بالطاقة Energy Properties :

- الرجوعية في الليّ Resilience :

- في إختبار الليّ تقاس هذه الخاصية عن طريق معايير الرجوعية (Modulus of Resilience) والذي يعبر عن كمية الطاقة المخزونة في المادة لوحدة الحجم منها واللازمة لإجهاد المادة حتى حد المرونة . فإذا ما كان (Φ_p) ، (M_{tp}) هما قيم زاوية الليّ وعزم الليّ المؤثر عند حد التناسب للمادة وهو نهاية الخط المستقيم للعلاقة بينهما فإن الشغل الخارجى المبذول في العينة يساوى (U) وهو يساوى مساحة المثلث

$$U = \frac{1}{2} M_{tp} \cdot \Phi_p \quad kg/cm \dots\dots\dots (36)$$

وبالتعويض عن قيمة (Φ_p) بدلالة (M_{tp})

$$\therefore \Phi_p = \frac{M_{tp} \ell}{G \cdot I_p} \quad , \quad M_{tp} = \tau_p \cdot \frac{I_p}{R}$$

∴ الشغل المبذول أو الطاقة المختزنة

$$\begin{aligned} \therefore U &= \frac{M_{tp}^2 \cdot \ell}{2G \cdot I_p} \\ &= \frac{\tau_p^2 \cdot I_p \cdot \ell}{2G R^2} \\ &= \frac{\tau_p^2}{4G} \Pi R^2 \cdot \ell = \frac{\tau_p^2}{4} \times \text{volume of specimen} \dots\dots\dots (37) \end{aligned}$$

حيث : (τ_p) هو إجهاد حد التناسب للقص

وعليه فإن معايير الرجوعية للمادة وهو يساوى الرجوعية بالنسبة لوحدة الحجم من المادة يعادل

$M \cdot R = \text{modulus of resilience}$

$$= \frac{1}{2} \frac{M_{tp}^2}{G I_p \cdot A} = \frac{\tau_p^2}{4G} \dots\dots\dots (39)$$

وهذه القيمة تمثل القيمة المتوسطة لكل العناصر المجهدّة

- المتانة في الليّ Toughness :

• وهذه الخاصية يعبر عنها بالشغل المبذول أو الطاقة الممتصة بالمادة من لحظة التحميل وحتى حدوث الإنهيار أو الكسر ، وهذه الكمية يمكن التعبير عنها وتساوى المساحة تحت منحني العلاقة بين العزم وزاوية الليّ حتى الإنهيار وذلك بوحدات (كجم . سم) .

• هذا وأن معايير المتانة يعبر عنه بمقدار المتانة بالنسبة لوحدة الحجم من المادة بوحدات (كجم/سم^٢) ، هذا ويمكن التعبير عن معايير المتانة بغرض المقارنة بالشغل المبذول

الكلّي وهو نتيجة حاصل ضرب $(M_{tu} \cdot \Phi_{tfr})$

حيث : (M_{tu}) هي قيمة أقصى عزم لى مؤثر ، (Φ_{tfr}) هي أقصى (تشكل) زاوية الليّ عند حدوث الكسر أو الإنهيار

بمعنى أن معايير المتانة يعادل (بوححدات كجم/سم^٢) :

$$\text{Modulus of Toughness} = \frac{M_{IU} \cdot \Phi_{tfr}}{A \cdot \ell} \dots\dots\dots (40)$$

حيث : (A) ، (ℓ) هي مساحة المقطع وطول العينة على التوالي .

٦-٣-٤ إختبار الليّ على عينة مجوفة ذات جدار نحيف :

Torsion Test on Thin Walled Tubular Specimen :

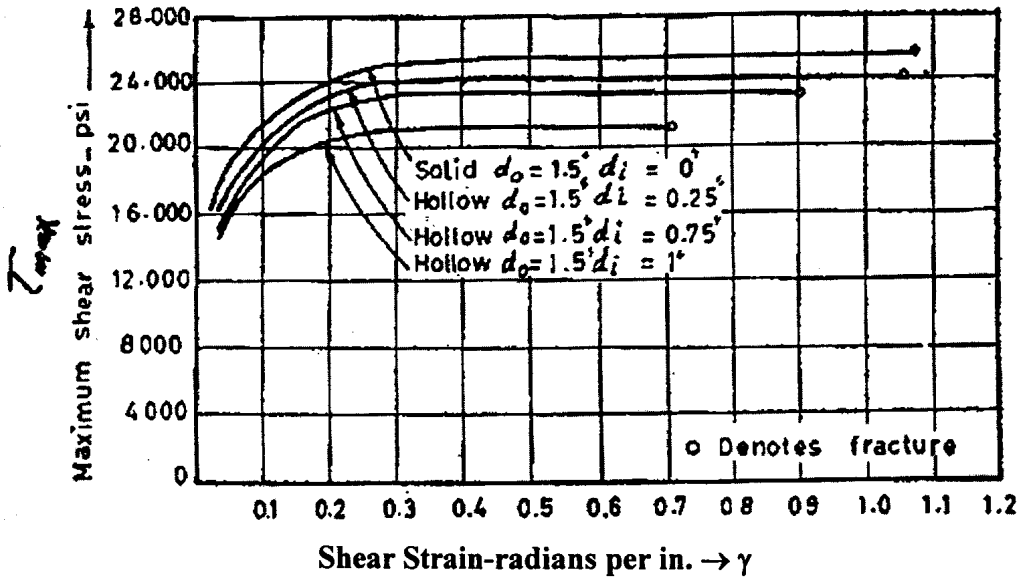
• إن معظم إختبارات الليّ غالباً ما يتم إجراؤها على عينات مصمته ولكن للحصول على نتائج صحيحة ودقيقة فإنه يمكن إستخدام وإجراء الإختبار على عينات مجوفة إسطوانية ذات جدار نحيف .

• وكما شرحنا وبيننا سابقاً بأنه في حالة إستخدام عينات ذات جدار نحيف فإن توزيع إجهادات القص نتيجة لعزم الليّ غالباً ما تكون منتظمة التوزيع على كامل الجدار وأن التقوية الناجمة عن الجزء الصلب للقطاع غير موجودة في هذه الحالة .

• هذا وتجدر الإشارة إلى أنه في حالة القضبان الدائرية والمصمته المقطع والمعرضة إلى عزم لى فإن أقصى إجهادات قص ناجمة عن عزم الليّ هذا تكون على السطح الخارجى كما ذكرنا بينما الألياف الداخلية للقطاع تكون أقل من أقصى قيمة الأمر الذى يمكن القول بأنه عند وصول الألياف الخارجية السطحية إلى أقصى قيمة لإجهاد القص لا يحدث إنهار فجائى فى هذه الحالة وذلك نظراً لأن الألياف الداخلية المتاخمة لها لم تصل بعد إلى أقصى قيمة وهى إجهاد الخضوع ويمكن إعتبارها مانع لإنتشار الإنهار على كامل المقطع وركيزة للألياف السطحية . وبناءً على ذلك فإن ظاهرة الخضوع لا تكون واضحة وظاهرة فى مثل هذه النوعية من العينات المصمته بالإضافة إلى أنه من الصعب ملاحظتها وتسجيلها وقياس زاوية الليّ المناظرة عند هذا المستوى من التحميل . هذا ويمكن التغلب على ما جاء بهاليه بإستخدام عينات مجوفة ذات جدار نحيف حيث أنه عن طريقها يمكن الحصول على قياسات دقيقة وحساسة توضح المقاومة المرنة وحد الخضوع للمادة حيث فى هذه الحالة تكون كل الألياف على جدار الأنبوبة معرضة تقريباً لنفس قيمة الإجهاد (إجهاد منتظم على الجدار) .

• يوضح الشكل التالى (٦-١١) مدى تأثير عامل التقوية الناجم عن وجود الألياف الداخلية الأقل إجهاداً من الألياف الخارجية فى القطاعات الدائرية ذات سمك جدار مختلف بالمقارنة بتلك المصمته التى من نفس المادة ونفس القطر الخارجى (d_o) والقطر الداخلى

المختلف (d_i) ونفس الطول والمعرضة لعزم ليّ إستاتيكي ممثلاً في العلاقة بين قيم أقصى إجهاد قص (τ_{max}) عند الألياف الخارجية وإنفعال القص المصاحب (γ) .

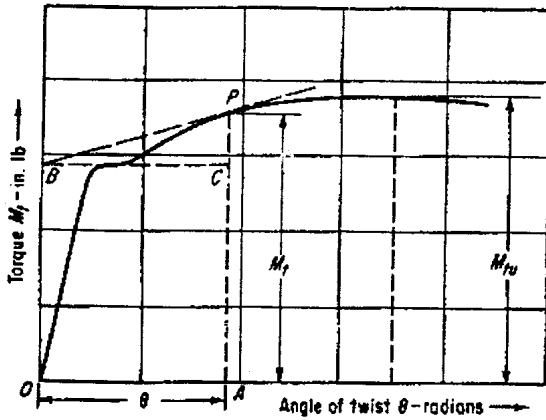


شكل (٦-١١)

• ولتعيين القيم الصحيحة لمقاومة القص في هذه الحالة يجب أن تكون العينات الأنبوبية ذات قطاع صغير نسبياً ، بالرغم من أن النسبة القصوى لكل من قطر الإسطوانة إلى طولها وسمك الجدار إلى القطر يعتمد على نوع مادة الأنبوبة - وكقاعدة عامة إسترشادية يجب أن تكون نسبة القطاع المقلل (reduced section) إلى القطر حوالي ٠,٥ ونسبة القطر إلى تخانة أو سمك الجدار حوالي (١٠) . هذا ويجب التنويه إلى أنه يوصى في حالة تعيين مقاومة الخضوع ومعايير المرونة يجب إستخدام عينة أنبوبية ذات طول لا يقل عن ١٠ مرات القطر ونسبة القطر إلى سمك الجدار حوالي ١٠ حيث أنه لنسب عالية من القطر إلى سمك الجدار فإنه هناك إحتمال لحدوث إنهيار نتيجة لإنبعاج الجدار (Buckling) .

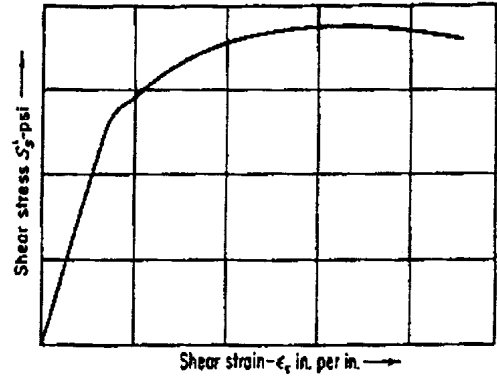
• في حالة إختبارات الليّ للعينات ذات الجدار النحيف يجب أن يتم سد نهاياتها (Plugged) حتى لا يحدث كسر أو إنهيار لهذه النهايات نتيجة لضغط كلابات ماكينة إختبار الليّ التي تمسك العينة في نهاياتها .

- إن الخواص الميكانيكية في هذه الحالة يمكن تعيينها من منحنى العلاقة بين عزم اللي وزاوية اللي أو منحنى العلاقة بين إجهاد القص وإنفعال القص المصاحب له كما هو مبين بالشكل (١٢-٦)



(b)

منحنى عزم الإحناء وزاوية اللي



(a)

منحنى إجهاد القص وإنفعال القص

شكل (١٢-٦)

- ومن هذه المنحنيات يمكن تعيين الخواص الميكانيكية لهذا النوع من القطاعات والمواد المعرضة إلى عزم لي كالآتي :

Elastic Shear Strength =

- مقاومة القص المرن :

$$\tau_p = \frac{M_{tp}}{2\pi r^2 t} \dots\dots\dots (41)$$

Ultimate Shear Strength =

- أقصى مقاومة قص :

$$\tau_U = \frac{M_{tU}}{2\pi r^2 t} \dots\dots\dots (42)$$

- معيار جساءة المادة (معيار المرونة في القص) :

Modulus of Elasticity of Shear (modulus of rigidity) :

$$G = \tan \theta = \frac{\tau_e}{\gamma_e} = \frac{M_{te} \cdot \ell}{2\pi r^2 t \cdot r \cdot \Phi_e} = \frac{M_{te} \cdot \ell}{2\pi r^3 t \cdot r \cdot \Phi_e} \dots\dots\dots (43)$$

Modulus of Resilience

- معيار الرجوعية :

$$M.R = \frac{1}{2} \tau_p \cdot \gamma_p = \frac{1}{2} \frac{\tau_p}{G} = \frac{M_{tp}}{8\pi^2 r^4 t^2 \cdot G} \dots\dots\dots (44)$$

Ductility

- الممتولية :

وهذه يمكن تعريفها أو تعيينها عن طريق تعيين قيمة إنفعال القص عند أقصى عزم لى

$$i.e b_y \quad \gamma = \frac{r \Phi_U}{\ell} \dots\dots\dots (45)$$

حيث : (Φ_U) هى قيمة زاوية الليّ عند أقصى عزم لى مؤثر

Toughness

- المتانة :

ويعبر عنها بالمساحة تحت المنحنى ويمكن التعبير عنها بقيمة حاصل ضرب أقصى إجهاد قص \times أقصى إنفعال قص

$$i.e \text{ Modulus of Toughness } \cong \tau_U \cdot \Phi_U \dots\dots\dots (46)$$

٤-٦ مقارنة الخواص الميكانيكية للمادة فى الليّ مع نظيرتها للشّد :

Comparative Properties of Material in Torsion and Tension :

- بينت التجارب العملية أنه للمواد المطيلة فإن قيمة مقاومة الخضوع فى الليّ تعادل تقريباً حوالى ٠,٦٠ من قيمة مقاومة الخضوع فى الشّد ، وأن قيمة أقصى مقاومة لليّ لأقصى مقاومة للشّد تعادل :

٠,٨ فى حالة المعادن والمواد المطيلة مثل الصلب الطرى

١,١ فى حالة المعادن القصيفة مثل الحديد الزهر

بينما للخرسانة فإن نسبة المقاومة القصوى لليّ إلى المقاومة القصوى للضغط فى حدود (٠,٢٠) .

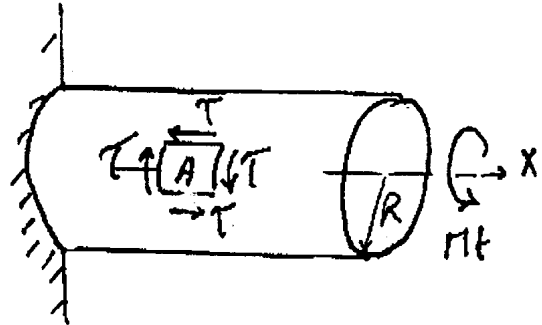
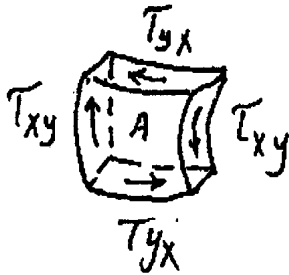
هذا وتجدر الإشارة إلى أن القيم المذكورة بعاليه هى تلك المناظرة للقطاعات المصمته بينما للحصول على دقة عالية للخواص الميكانيكية فى الليّ يجب إستخدام عينات ذات جدار نحيف حتى يكون القطاع معرض إلى إجهادات موزعة بانتظام على كامل المقطع كما ذكرنا سابقاً .

٥-٦ شكل الإنهيار فى إختبار الليّ :

The Shape of Failure in Torsion Test :

- إن شكل الإنهيار لمختلف المعادن والمواد المطيلة المعرضة إلى عزم لى يمكن التنبؤ به بسهولة من خلال تحليل طبيعة ونوعية الإجهادات المتولدة فى هذه المواد ، لذلك فإنه لعنصر دائرى المقطع مصمت معرض إلى عزم لى فى نهايته كما هو مبين بالشكل (٦-١٣) فإذا فصلنا عنصر صغير على السطح الخارجى له فإنه نتيجة لعزم الليّ سوف

يتولد إجهادات قص فى المستويات العمودية على المحور الطولى أو الرأسية وهذه بدورها سوف تكون مصحوبة بإجهادات قص مساوية فى المقدار وذلك على المستويات الأفقية والعمودية عليها (الإجهادات المتممة).



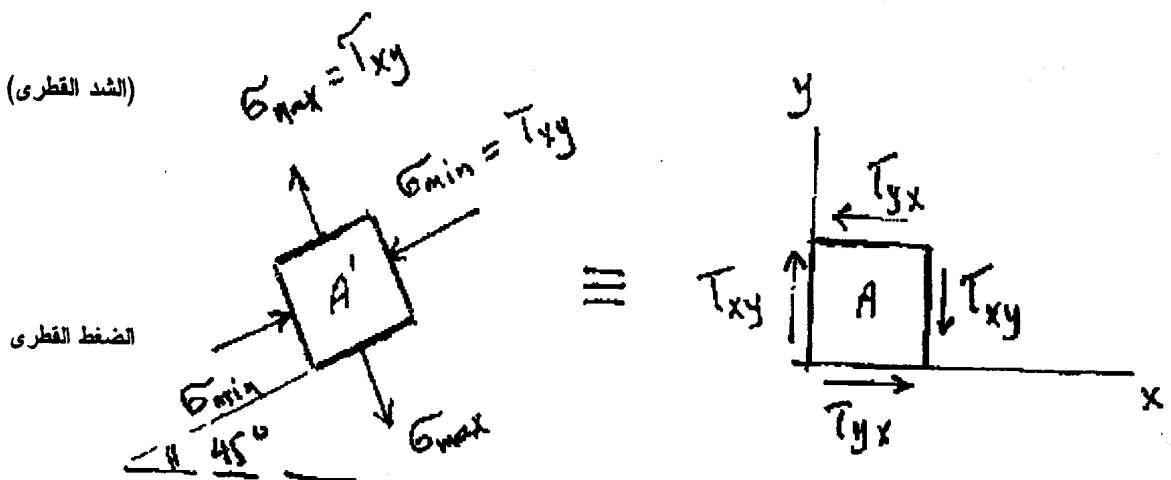
شكل (٦-١٣) إجهادات القص المتولدة على عنصر على السطح الخارجى

- إن حالة الإجهاد هذه (state of stress) وهى لعنصر معرض إلى إجهادات قص خالصة تكافئ عنصر آخر يميل ويعمل زاوية 45° مع الأفقى معرض إلى إجهادات رئيسية عمودية إحداهما شد والآخرى ضغط وتعرف بإجهادات الشد والضغط القطرى ذات قيم مساوية لقيم إجهادات القص المؤثرة على المستويات الرأسية والأفقية

$$i.e \sigma_{max} = \tau_{xy} = Tension$$

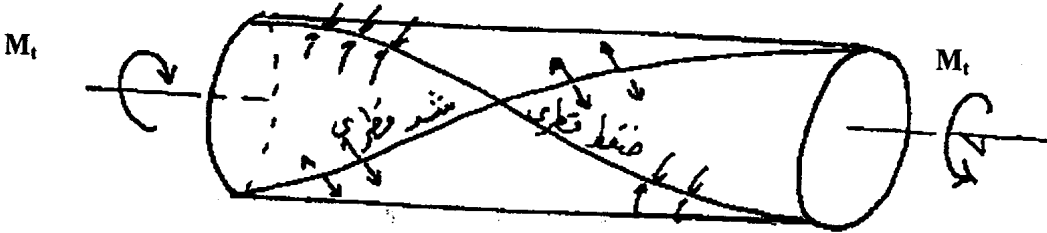
$$\sigma_{min} = \tau_{xy} = Compression$$

كما هو مبين بالشكل (٦-١٤)



شكل (٦-١٤) الإجهادات الواقعة على العناصر (A) ، (A')

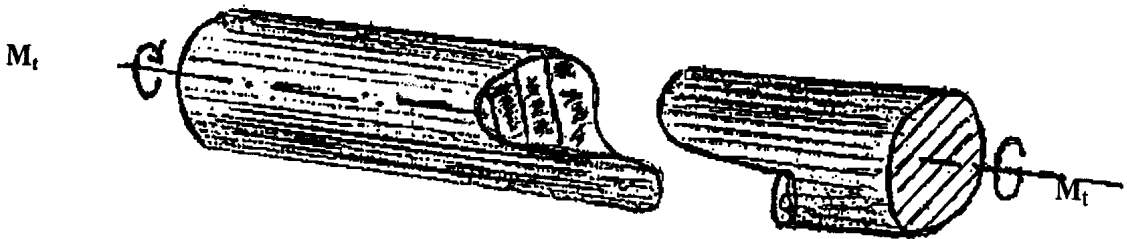
- لذلك ومما سبق يمكن القول بأن إجهادات القص الخالصة نتيجة لعزم الليّ تكون مصحوبة في نفس الوقت بإجهادات شد قطرية وذلك على مستويين متعامدين يميلان بزاوية 45° مع الأفقى أو مع المستويات التي تعمل عليها هذه القوى والإجهادات القاصة كما هو موضح بالشكل (٦-١٥)



شكل (٦-١٥) إجهادات الشد والضغط القطرية المصاحبة لعزم الليّ

- مما سبق يمكن فهم طبيعة وسبب الكسر والإنهيار لمختلف المعادن المعرضة لعزم إلتواء فمثلاً في حالة المواد القصفة :

مثل حديد الزهر فإن الكسر سوف يحدث نتيجة لضعف المادة للشد وذلك على مستويات مائلة تمثل الشكل الحزوني على كامل طول العينة كما هو موضح بالشكل (٦-١٦)



شكل (٦-١٦) شكل الكسر لعينة من حديد الزهر

- بينما في حالة المواد المطيلة مثل الصلب الطرى فإن الكسر سوف يحدث على المستويات العمودية على المحور الطولى للعينة حيث أن هذه الإجهادات معرضة إلى إجهادات قص والمعروف أن المواد المطيلة ضعيفة في القص عنها في الشد عنها في الضغط أى أن المادة يتم كسرها بسبب أضعف مقاومة لها وهى القص فى هذه الحالة على المستويات الرأسية .

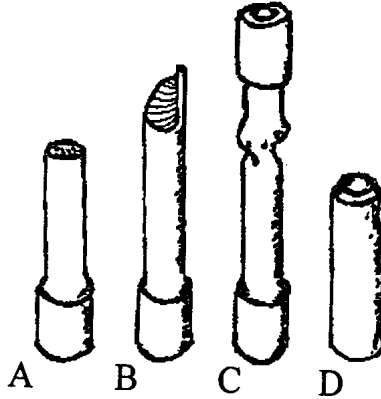
- هذا وتجدر الإشارة إلى أنه فى حالة الأخشاب فإنه من المعروف أن هذه المادة ضعيفة فى مقاومة القص الموازى للألياف ، لذلك فإن كسر عينات من الخشب معرضة إلى عزم لىّ يكون فى النهاية فى صورة تكوين شروخ طولية واسعة على السطح وتضيق كلما إتجهنا ناحية لب القطاع وذلك بالكيفية الموضحة بالشكل (٦-١٧)



شكل (١٧-٦) إنهييار وكسر عينة من الخشب معرضة لعزم لى

• وبيين الشكل (١٨-٦) شكل الإنهييار المصاحب من معادن مختلفة ذات مقطع دائرى حيث :

- الشكل (A) لقضيب من مادة مطيلة مصمت (الكسر على مستوى عمودى على المحور الطولى للقضيب) .
- الشكل (B) لقضيب من مادة قصيفة (الكسر حلزوني) .
- الشكل (C) عينة أنبوبية من مادة مطيلة (إنهييار نتيجة لإنبعاج الجدار) .
- الشكل (D) عينة أنبوبية من مادة مطيلة (إنهييار على مستوى عمودى على المحور الطولى لعينات ذات قطاع صغير (مقلل) .



A . Solid bar of Ductile Material . Fracture on Plane Right Section .

B . Solid bar of Brittle Material . Melicoidal Fracture .

C . Tubular Specimen of Ductile Material . Failure by Buckling .

D . Tubular Specimen of Ductile Material . Short

Reduced Section. Failure on Plane Right Section .

أ- قضيب مصمت من مادة مطيلة . الكسر فى مستوى متعامد

ب- قضيب مصمت من مادة قصفه . الكسر حلزوني .

ج- عينة إختبار أنبوبية من مادة مطيلة . الكسر نتيجة الإنبعاج

د - عينة إختبار أنبوبية من مادة مطيلة ولكن المقطع المخفض قصير . الكسر فى مقطع مستوى متعامد

شكل (١٨-٦) أشكال الكسر المختلفة لعينات من مواد مختلفة معرضة إلى عزم إلتواء

٦-٦ إجهاد القص المسموح به (إجهاد التشغيل) في اللي :

ALLOWABLE SHEAR STRESS (WORKING STRESS) :

- في حالة تصميم العناصر المعرضة إلى لي فإن خاصتي المقاومة والجساءة تعتبران من أهم الخواص المطلوب معرفتها والوقوف على قيمتها. إن مثل هذه الخواص تعتبر من أهم الخواص نظراً لأن تصميم هذه العناصر يعتمد على ما يسمى بإجهادات القص وزاوية اللي المسموح بها لكل مادة .

- فمثلاً في حالة المواد المطيلة فإن إجهاد القص المسموح به يمكن أخذه ما يعادل

$$\tau_{all} = 0.6 \sigma_{all t} \dots\dots\dots (47)$$

حيث : (τ_{all}) هي قيمة إجهاد القص المسموح به (كجم/سم^٢)

، $(\sigma_{all t})$ هي قيمة إجهاد الشد المسموح به لنفس المادة (كجم/سم^٢)

بينما للمواد القصيفة مثل حديد الزهر فإن أقصى مقاومة إستاتيكية للقص والشد تكاد تكون متساوية الأمر الذي يمكن القول بأنه يمكن الفرض تقريباً بأن قيم إجهادات القص المسموح به والشد المسموح به لهذه المادة متساوية .

٧-٦ أمثله محلولة :

مثال رقم (١)

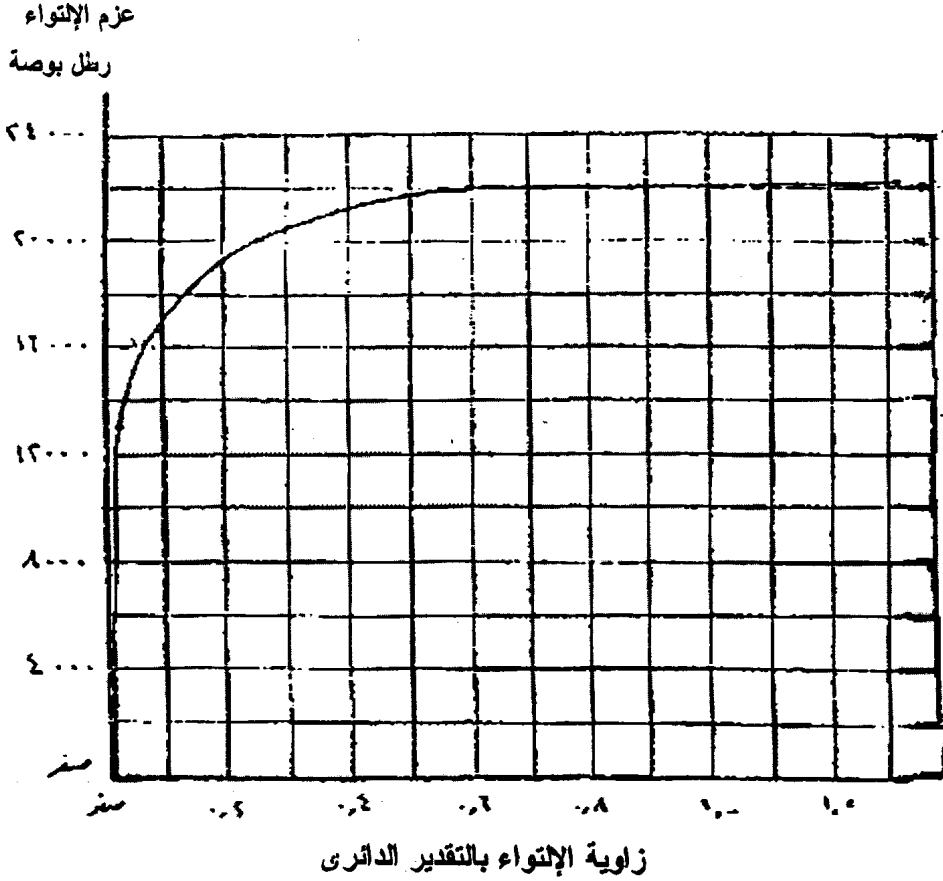
إجري إختبار الإلتواء على عينة من الألومنيوم ذات قطر ١,٢ بوصة مصمته وكانت نتائج الإختبار كالاتي لوحة الأطوال .

زوايا اللي بالتقدير الدائري لكل بوصة	عزم الإلتواء (رطل . بوصة)	زوايا اللي بالتقدير الدائري لكل بوصة	عزم الإلتواء (رطل . بوصة)
٠,٠٠٦٠	١٠٠٠	صفر	صفر
٠,٠٠٨٠	١١٠٠	٠,٠٠٠٤	١٠٠٠
٠,٠١١٨	١٢٠٠	٠,٠٠٠٨	٢٠٠٠
٠,٠١٨٠	١٣٠٠	٠,٠٠١٢	٣٠٠٠
٠,٠٣٠٠	١٤٠٠	٠,٠٠١٦	٤٠٠٠
٠,٠٦٢٠	١٦٠٠	٠,٠٠٢٠	٥٠٠٠
٠,١٤٠٠	١٨٠٠	٠,٠٠٢٥	٦٠٠٠
٠,٢٥٠٠	٢٠٠٠	٠,٠٠٣٠	٧٠٠٠
٠,٦٠٠٠	٢٢٠٠	٠,٠٠٣٤	٨٠٠٠
١,٣٥٠٠ إنهيان	٢٢٢٠٠	٠,٠٠٥٠	٩٠٠٠

- المطلوب : رسم منحنى العلاقة بين عزم الإلتواء وزاوية اللي تم تقدير قيمة كل من :
مقاومة الخضوع - معايير الجساءة - معايير الرجوعية - معايير المتانة .

الحل :

يتم رسم منحنى العلاقة المطلوبة بإختبار عزم الإلتواء على المحور الرأسى وزاوية اللي المناظرة على المحور الأفقى وذلك بمقياس رسم مناسب - شكل (٦-١٩)



شكل (٦-١٩) المنحنى البياني لعزم الإلتواء وزاوية الإلتواء

• مساحة القطاع $A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{3.14 \times (1.2)^2}{4} = 1.13$ بوصة مربعة

• عزم القصور الذاتى القطبى للقطاع $I_p = \frac{\pi D^4}{32} = \frac{3.14 \times (1.2)^4}{32} = 0.203$ بوصة^٤

• من منحنى العلاقة بين عزم اللي وزاوية اللي يتبين الآتى :

- قيمة عزم الإلتواء عند حد التناسب = ٤٠٠٠ رطل . بوصة M_{tp}

- قيمة عزم الإلتواء عند الخضوع = ٨٥٠٠ رطل . بوصة = M_{ty}
- قيمة عزم الإلتواء القصوى = ٢٢٢٠٠ رطل . بوصة = M_{tU}

$$\therefore \text{مقاومة الخضوع فى النى} = \frac{M_{ty} \cdot R}{I_p} = \frac{8500 \times 0.6}{0.203} = 25/23 \text{ lb/in}^2$$

$$\text{، معايير الجساءة (G) = } \frac{M_t \cdot \ell}{\theta I_p} \text{ فى حدود المرونة (حتى حد التناسب)}$$

$$(Lb/in^2) 123/5270 = \frac{4000 \times 1}{0.0016 \times 0.203} =$$

، معايير الرجوعية = مساحة المثلث حتى حد التناسب/حجم العينة

$$(Lb/in^2) 2.832 = \frac{1}{2} \times \frac{4000 \times 0.0016}{1 \times 1.13} =$$

، معايير المتانة = المساحة حتى المنحنى/حجم العينة

$$\frac{\theta_U}{\text{volume}} \times \frac{M_{tU} + M_{ty}}{2} =$$

$$(Lb/in^2) 23416 = \frac{1.350}{1 \times 1.13} \times \frac{22200 + 8500}{2} =$$

مثال رقم (٢) :

تم إجراء إختبار اللى على عينة من الصلب طولها المتوازى ٢٠ سم ومقطعها دائرى مصمت قطره ٢,٠٠ بوصة فإذا كانت نتائج الإختبار حتى الإنهيار كما يلى :

عزم اللى (كجم . متر)	صفر	١٠	٢٠	٢٥	٣٠	٣٥	٣٨	٤٥	٥٠	٥٥	٥٨
زاوية اللى بالدرجات	صفر	٠,٩	١,٨٠	٢,٢٥	٢,٧٠	١٩	٦٥	٢٢٥	٥٠٠	٧٤٥	٨٣٠

المطلوب رسم المنحنى البياني للعلاقة بين عزم اللي وزاوية اللي المناظرة ثم قدر وإحسب قيم الآتى :

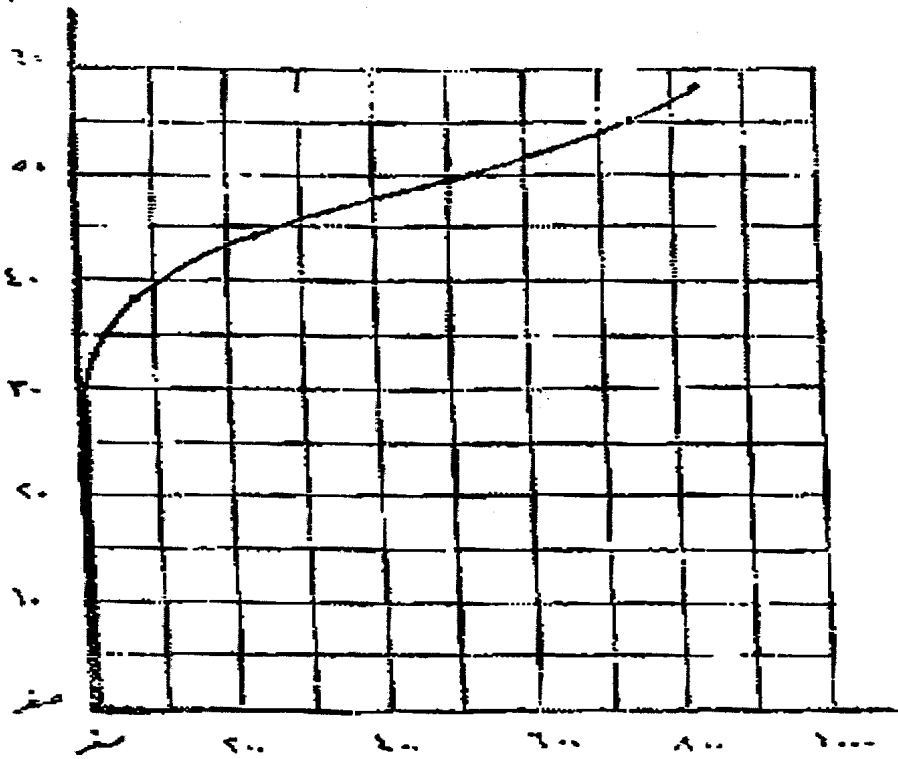
إجهاد حد المرونة فى القص - إجهاد التشغيل إذا كان معامل الأمان يساوى (٣) -
معايير الجساءة فى القص - معايير الرجوعية فى اللي .

الحل :

• يتم رسم منحنى العلاقة بين كل من عزم اللي (كجم . متر) على المحور الرأسى وقيم زاوية اللي المناظرة بالدرجات على المحور الأفقى وذلك بمقياس رسم مناسب كما هو مبين بالشكل (٦-٢٠)

عزم الإلتواء

كجم . م



زاوية الإلتواء بالدرجات

شكل (٦-٢٠)

$$\frac{3.14 \times (2)^4}{32} = \frac{\pi D^4}{32} = (I_p) \text{ عزم القصور الذاتى القطبى } \bullet$$

$$= 1.57 \text{ سم}^4$$

$$\bullet \text{ حجم العينة} = 20 \times \frac{22 \times 3.14}{4} = 62.8 \text{ سم}^3$$

• عزم الإلتواء عند حد المرونة = ٣٠ كجم . متر

$$\text{زاوية الليّ عند حد المرونة} = ٢,٧ \text{ درجة} = \frac{٣,١٤ \times ٢,٧}{١,٨٠} = ٠,٠٤٧١ \text{ دائري}$$

$$\therefore \text{إجهاد حد المرونة في القص} = \frac{M_{te} \times R}{I_p} = \frac{30 \times 100 \times 1}{1.57} = 1910.8 \text{ (kg/cm}^2\text{)}$$

$$\bullet \text{ إجهاد التشغيل في القص} = \frac{\text{إجهاد حد المرونة}}{\text{معامل الأمان}} = \frac{1910.8}{3} = 637 \text{ (kg/cm}^2\text{)}$$

$$\bullet \text{ معايير المرونة في القص (معايير الجساءة)} = G = \frac{M_t \cdot \lambda}{\theta \cdot I_p}$$

$$811392 = \frac{10 \times 100 \times 20}{\frac{0.9 \times 3.14}{180} \times 1.57} = \text{kg/cm}^2$$

• معايير الرجوعية في الإلتواء = $\frac{1/2 \text{ عزم الليّ عند حد التناسب} \times \text{زاوية الليّ المناظرة بالتقدير الدائري}}{\text{حجم العينة}}$

$$\begin{aligned} &= \frac{\frac{1}{2} \times 30 \times 100 \times 2.7 \times 3.14}{180 \times 62.8} \\ &= 2.25 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

مثال رقم (٣) :

• عمود دائري مصمت طوله ١٠٠ سم تعرض لعزم لى قدره ٤ طن.متر ، المطلوب

حساب قطر هذا العمود في الحالتين التاليتين :

أ- إجهاد القص المسموح به لا يتعدى ١٠٠٠ كجم/سم^٢ .

ب- زاوية الليّ المسموح بها هي واحدة درجة في طول يساوى ٢٠ مرة قطر إذا كان

معايير جساءة مادة العمود تعادل ٤٠٠ طن/سم^٢ .

الحل :

بفرض قطر العمود هو (D) سم

أ- إجهاد التشغيل الواقع على العمود يجب أن يكون أقل من أو يساوى إجهاد القص المسموح به لمادة القضيب .

$$i.e \tau_{working} = \frac{M_t \cdot R}{I_p} \leq \tau_{all}$$

$$\therefore \frac{M_t \cdot D/2}{\pi D^4 / 32} \leq 1000$$

$$i.e \frac{4 \times 10^5 \times 64}{3.14 \times D^3} \leq 1000 \rightarrow D^3 = 2037.18 \text{ cm}^3$$

$$\therefore D = 12.68 \text{ cm.}$$

ب- زاوية الليّ الناجمة من عزم الليّ المؤثر يجب أن تكون أقل من زاوية الليّ المسموح بها للقضيب .

$$\ominus \theta = \frac{M_t \cdot \lambda}{GI_p} \leq \theta_{all}, \theta = \frac{1 \times 3.14}{180}, \lambda = 20 D$$

$$\therefore \frac{4 \times 10^5 \times 20 D}{400 \times 10^3 \times \pi D^4 / 32} \leq \frac{1 \times 3.14}{180}$$

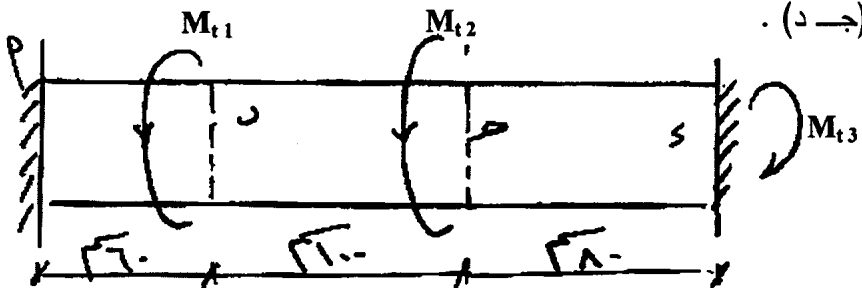
$$\therefore D^3 = 11672.2 \text{ cm}^3$$

$$\therefore D = 22.68 \text{ cm}$$

وعليه يتم أخذ القيمة الأكبر فى الحالتين أى (D) تؤخذ ٢٣ سم لتحقيق الشرطين (أ ، ب)

مثال رقم (٤) :

عمود دائرى من الصلب أ ب ج د مثبت عند نهايته أ ، د ، تعرض هذا العمود إلى عزم لىّ قدره (M_{t1}) ، (M_{t2}) عنج المواضع الموضحة بالشكل وفى الإتجاهات المبينه . فإذا كان قيمة كل من (M_{t1}) ، (M_{t2}) هي ٢,٠٠ طن.سم ، ٤,٠٠ طن.سم على التوالى ، المطلوب حساب قيمة عزم الليّ الواقع على كل جزء من أجزاء العمود (أ ب) ، (ب ج —) ، (ج د) .



الحل :

من الإلتزان فإنه يجب ا، يكون رد الفعل عند النهاية اليمنى (د) للقضيب يعادل قيمة ولتكن (M_{t3})

∴ عزم الليّ فى الجزء (جـ د) = M_{t3}

، عزم الليّ فى الجزء (جـ ب) = $M_{t3} - 4000$

، عزم الليّ فى الجزء (ب أ) = $M_{t3} - (M_{t2} + M_{t1}) = M_{t3} - 6000$

• يتم حساب زاوية الليّ عند النهاية المثبته وهى تساوى مجموع زوايا الليّ فى الأجزاء الثلاثة (جـ د) ، (جـ ب) ، (ب أ) ويجب ان تكون قيمة هذه الزاوية عند النهاية تساوى صفراً نظراً لأن النهاية مثبته (Fixed end)

$$\sum \frac{M_i \cdot \lambda}{GI_p} = 0$$

$$\therefore \frac{(M_{t3} - 6000) \times 60}{GI_p} + \frac{(M_{t3} - 4000) \times 100}{GI_p} + \frac{M_{t3} \times 80}{GI_p} = 0$$

$$M_{t3} (60 + 100 + 80) = 360000 \times 400000$$

$$\therefore M_{t3} = \frac{760000}{240} = 3167 \text{ kg.cm}$$

∴ عزم الليّ فى الجزء (جـ د) = ٣١٦٧ كجم.سم

، عزم الليّ فى الجزء (جـ ب) = ٣١٦٧ - ٤٠٠٠ = ٨٣٣ كجم.سم

، عزم الليّ فى الجزء (ب أ) = ٣١٦٧ - ٦٠٠٠ = ٢٨٣٣ كجم.سم

مثال رقم (٥) :

عمود دوران ذو مقطع دائرى قطره ٢٠ سم أريد إستبداله بأخر أجوف قطره الخارجى ضعف قدره الداخلى . المطلوب حساب أبعاد المقطع الأجوف بحيث يظل أقصى إجهاد قص فى مادة العمودين واحداً وثابتاً . وما هى نسبة التوفير فى وزن مادة العمودين الناتج عن عملية الإستبدال هذه .

الحل :

بفرض أن العمود الأجوف قطره الداخلى (D) سم .∴ قطره الخارجى (2 D) سم وعزم قصوره الذاتى القطبى (I_p) هو

$$I_p = \frac{\pi}{32} (16D^4 - D^4) = 1.47D^4 \quad cm^4$$

وعزم القصور الذاتى القطبى للعمود المصمت هو

$$I_p = \frac{\pi D^4}{32} = \frac{\pi \times (20)^4}{32} = 1570 \quad cm^4$$

وحيث أن قيمة أقصى إجهاد واقع على مادة العمودين متساوى

$$\therefore \tau_{\max} = \frac{M_t \times 10}{1570} = \frac{M_t \times D}{1.47 D^4}$$

ومنها (D) = 10.22 cm وهو القطر الداخلى للقضيب الأجوف والقطر الخارجى له يعادل 20.44 cm

وحيث أن وزن العمود يتناسب مع مساحة مقطعه حيث ان طوله ثابت

∴ تكون نسبة التوفير الناتجة من الإستبدال هى

$$\frac{A_1 - A_2}{A_1} \times 100 = \frac{(20)^2 - [(20.44)^2 - (10.2)^2]}{(20)^2} \times 100$$

$$= 21.7 \%$$

مثال رقم (٦) :

المطلوب حساب أقصى إجهاد قص واقع على عمود دوران أجوف قطره الخارجى ٤٠ سم وقطره الداخلى ٢٠ سم عندما يتعرض لعزم لى قدره ٤٥ طن .م . إذا كان معايير القص يساوى ٧٠٠ طن/سم^٢ . إحسب أيضاً قيمة زاوية اللى التى تتولد فى العمود فى طول قدره ١٠,٠٠ متر ، وكم يكون قطر المقطع اللازم لعمود مصمت من نفس مادة العمود الأجوف وبنفس طوله حتى يكون له زاوية اللى عندما يتعرض لنفس عزم اللى ؟

الحل :

$$I_p = \frac{\pi}{2} [R_0^4 - R_1^4]$$

– بالنسبة للعمود الأجوف

$$= \frac{3.14}{2} [(20)^4 - (10)^4] = 235500 \text{ cm}^4$$

وحيث أن أقصى إجهاد قص يقع على السطح الخارجى للعمود

$$i.e \tau_{\max} = \frac{M_t \cdot R_o}{I_p} = \frac{45 \times 10^5 \times 20}{235500} = 382.2 \text{ kg/cm}^2$$

وزاوية الليّ (θ)

$$\ominus \theta = \frac{M_t \cdot \lambda}{G \cdot I_p} = \frac{45 \times 10^5 \times 10 \times 100}{700 \times 10^3 \times 235500} = 0.0275 \text{ (rad.)}$$

بالتقدير الدائرى

- بالنسبة للعمود المصمت ذو القطر (D)

$$\therefore I_p = \frac{\Pi D^4}{32} = \frac{3.14 \times D^4}{32} \text{ cm}^4.$$

وحيث أن زاوية الليّ متساوية ، M_t واحدة ، الطول الواحد للعمودين

$$\therefore \theta = \left(\frac{M_t \cdot \lambda}{G I_p} \right) \text{ للأجوف} = \left(\frac{M_t \cdot \lambda}{G I_p} \right) \text{ للمصمت}$$

$$\therefore \frac{M_t \cdot \lambda}{G \times 235500} = \frac{M_t \cdot \lambda \times 32}{G \times 3.14 D^4} \rightarrow D = 39.36 \text{ cm}$$

مثال رقم (٧) :

تم إجراء تجربة لىّ فى المعمل على أنبوبة نصف قطرها المتوسط ٥ سم وسمكها ٣ مم بغرض تحديد معايير القص لمادة الأنبوبة . أثناء التجربة تم إجراء قياس زاوية الليّ فى طول قدره واحد متر فوجدت تعادل 0.0088 (rad) تحت تأثير عزم لىّ قدره ١٥ طن.م . إحسب قيمة معايير القص للمادة .

الحل :

حيث أن الأنبوبة نحيفة الجدار

$$\therefore I_p = 2 \Pi R^3 t$$

$$= 2 \times 3.14 \times (5)^3 \times 0.3 = 235.5 \text{ cm}^4$$

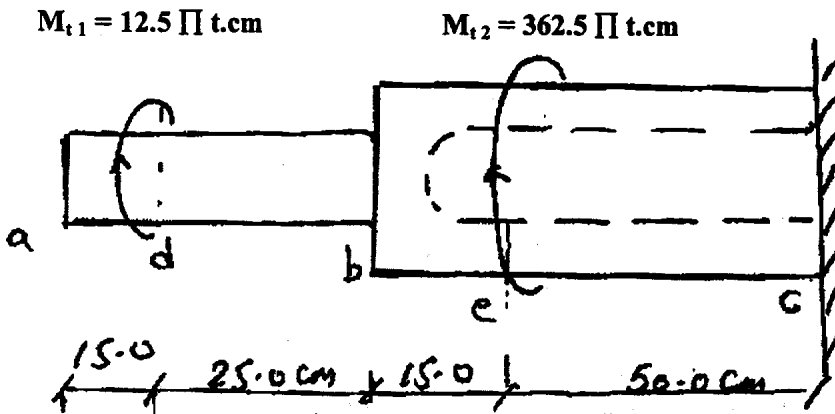
وحيث أن زاوية الليّ تعادل (θ)

$$\theta = \frac{M_t \cdot \lambda}{G I_p} = \frac{15 \times 10^5 \times 100}{G \times 235.5} = 0.0088$$

\therefore معاير القص (G) يعادل $72.38 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$

مثال رقم (٨) :

لعمود الدوران المبين في الشكل المطلوب حساب أقصى إجهاد قص متولد في هذا العمود إذا ما تعرض لعزوم لىّ في المواضع وبالقيم الموضحة بالشكل ، إذا ما كان جزء العمود (ab) مصمت ذو قطر ١٠ سم والجزء (bc) أجوف دائري قطره الخارجى ٢٠ سم والداخلى ١٠ سم . إحسب أيضاً قيمة زاوية الليّ المتولدة عند الطرف الحر للعمود إذا ما كان معاير القص لمادة العمود (G) تعادل ٨٠٠ طن/سم^٢ - شكل (٦-٢١) .



شكل (٦-٢١)

الحل :

من ناحية قيم عزم الليّ المؤثر على طول العمود ، يمكن تقسيم العمود إلى ثلاثة مناطق هي (ab)، (de)، (ec) مع أخذ مقاطعات في هذه المناطق حيث الجزء (ab) قيمة عزم الليّ عنده يساوى صفر ، الجزء (de) قيمة عزم الليّ عنده $12.5 \Pi \text{ (t . cm)}$ ، الجزء (ec) قيمة

عزم الليّ عنده يعادل $(12.5 \Pi + 362.5 \Pi) \text{ (cm} \cdot \text{t)}$ وبالتالي فإن القطاعات الحرجة هي رقم (2-2) في الجزء (db) ورقم (3-3) في الجزء (ec) وعليه فإن أقصى إجهادات قص هي :

– بالنسبة للجزء (db) :

$$M_t = 12.5 \Pi \text{ (cm} \cdot \text{t)}$$

$$I_p = \frac{\Pi D^4}{32} = \frac{\Pi \times (10)^4}{32} = 312.5 \Pi \text{ cm}^4$$

$$\therefore \tau_{\max} = \frac{M_t \cdot R}{I_p} = \frac{12.5 \Pi \times (5)}{312.5 \Pi} = 0.2 \text{ t/cm}^2$$

– بالنسبة للجزء (ec) :

$$M_t = 375 \Pi \text{ (t} \cdot \text{cm)}$$

$$I_p = \frac{\Pi}{32} (20^4 - 10^4) = 4687.5 \Pi \text{ cm}^4$$

$$\therefore \tau_{\max} = \frac{M_t \cdot R_o}{I_p} = \frac{375 \Pi \times (10)}{4687.5 \Pi} = 0.8 \text{ t/cm}^2$$

أى أن أقصى إجهاد قص في العمود يحدث عند سطحه الخارجى في المنطقة (ec) وقيّمته ٠,٨ طن/سم^٢

• ولإيجاد قيمة زاوية الليّ عند الطرف الحر يتم إيجاد قيمة زاوية الليّ لكل جزء من أجزاء العمود ذو المقطع الثابت والذي يتعرض لعزم ثابت على حده وبطول معين من المعادلة المعروفة وعليه فإن قيمة زاوية الليّ عند الطرف الحر تعادل مجموع قيم زاويا الليّ لهذه الأجزاء

$$\text{i.e } \theta_t = \theta_{ad} + \theta_{db} + \theta_{be} + \theta_{ec}$$

حيث الجزء (ad) معرض لـ $M_t = 0$ ، $\lambda = 15 \text{ cm}$ ، $I_p = 312.5 \Pi$

$$\therefore \theta_{ad} = 0$$

، الجزء (ab) معرض لـ $M_t = 12.5 \Pi$ ، $\lambda = 25 \text{ cm}$ ، $I_p = 312.5 \Pi$

$$\therefore \theta_{db} = \frac{M_t \cdot \lambda}{G I_p} = \frac{12.5 \Pi \times (25)}{800 \times 312.5 \Pi} = \frac{1.0}{800} (\text{radian})$$

الجزء (be) معرض لـ $M_t = 12.5 \Pi$ ، $\lambda = 15 \text{ cm}$ ، $I_p = 4687.5 \Pi$ ،

$$\therefore \theta_{be} = \frac{12.5 \Pi \times (15)}{800 \times 4687.5 \Pi} = \frac{0.04}{800} (\text{radian})$$

الجزء (ec) معرض لـ $M_t = 375 \Pi$ ، $\lambda = 50 \text{ cm}$ ، $I_p = 4687.5 \Pi$ ،

$$\therefore \theta_{ec} = \frac{375 \Pi \times (50)}{800 \times 4687.5 \Pi} = \frac{4.01}{800} (\text{radian})$$

$$\therefore \theta_t = \frac{1}{800} = [0 + 1.0 + 0.04 + 4.01] = 0.0063 (\text{radian})$$

مثال رقم (٩) :

قضيب من الصلب مقطعه مستطيل $(5 \times 10 \text{ cm})$ تعرض لعزم لىّ قدره $61.5 \text{ (t} \cdot \text{cm)}$ ، المطلوب حساب أقصى إجهاد قص متولد فى القضيب وأيضاً قيمة زاوية الليّ فى طول قدره $٠,٨ \text{ م}$ إذا كان معايير القص يعادل $٧٠٠ \text{ طن/سم}^٢$.

الحل :

قيمة أقصى إجهاد قص على القطاع المستطيل تحدث فى منتصف الضلع الكبير للمقطع وهى

$$\tau_{\max} = \frac{M_t}{\alpha db^2} \quad \text{ذات قيمة}$$

$$2.0 = \frac{10}{5} = \left(\frac{d}{b} \right) \quad \text{حيث } (\alpha) \text{ تعتمد على نسبة}$$

فمن الجدول يمكن إيجاد قيمة كل من الثوابت (α , β) حيث

$$\alpha = 0.246 \quad , \quad \beta = 0.229$$

$$\therefore \tau_{\max} = \frac{61.5 \times 10^5}{0.246 \times 10 \times (5)^2} = 10^5 \text{ kg/cm}^2$$

، قيمة زاوية الليّ

$$\theta = \frac{M_t \cdot \lambda}{\beta db^3 G}$$

$$= \frac{61.5 \times 10^5 \times 0.8 \times 100}{0.229 \times 10 \times (5)^3 \times 700 \times 10^3} = 2.46 \text{ (radian)}$$

٦-٨ ليّ الأعضاء ذات القطاعات المفتوحة رقيقة الجدار :

Torsion of Members Having Thin Walled Open Sections With

- يمكن تعريف المقطع رقيق الجدار عندما يكون سمكه صغير جداً بالنسبة لأبعاده الأخرى .
- يمكن تقسيم المقاطع رقيقة الجدار إلى نوعين هما :
 - مقاطع رقيقة الجدار مفتوحة (Open) .
 - مقاطع رقيقة الجدار مغلقة (Closed) .
- بالنسبة للمقاطع رقيقة الجدار المفتوحة يمكن معالجة هذه المقاطع وحساب أقصى إجهاد قص وقيمة زاوية الليّ بإعتبارها مقطع مستطيل رفيع بغض النظر عن شكلها - فمثلاً للقطاعات رقيقة الجدار المفتوحة المبينة بالشكل (٦-٢٢) يمكن إيجاد قيمة أقصى إجهادات قص وزاوية الليّ لمثل هذه القطاعات بتطبيق المعادلتين التاليتين المعروفتين للقطاع المستطيل

$$\tau_{\max} = \frac{M_t}{0.33 db^2} \dots\dots\dots (48)$$

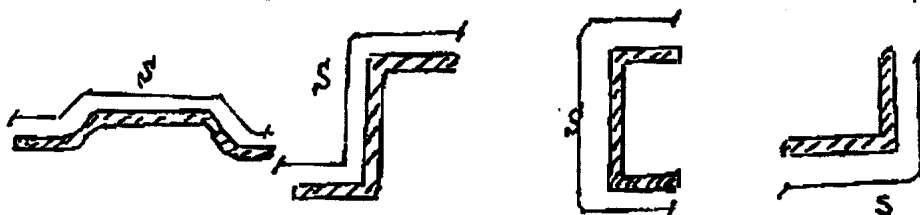
$$\theta = \frac{M_t \cdot \lambda}{0.33 db^3 G} \dots\dots\dots (49)$$

وعليه فإن لمثل هذه الحالات المبينة بالشكل (٦-٢٢) وذات مقطع منتظم السمك (t) تصبح هاتين المعادلتين كالآتي :

$$\tau_{\max} = \frac{M_t}{0.33 st^2} \dots\dots\dots (50)$$

$$\theta = \frac{M_t \cdot \lambda}{0.33 st^3 G} \dots\dots\dots (51)$$

حيث : (S) هو الطول الممتد للمقطع (Extended Length)



شكل (٢٢-٦)

- وفي حالة تغيير سمك عناصر المقطع المختلفة يحدث أقصى إجهاد قص في أكبر العناصر سمكاً وتصبح المعادلتان المذكورتان بعاليه كالآتي :

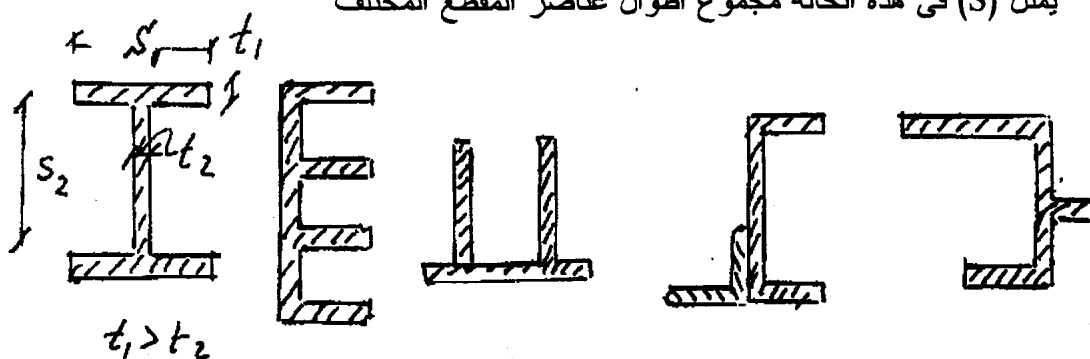
$$\tau_{\max} = \frac{M_t \cdot t_{\max}}{0.333 \sum S t^3} \dots\dots\dots (52)$$

$$\theta = \frac{M_t \cdot \lambda}{0.333 G \sum S t^3} \dots\dots\dots (53)$$

حيث : (t_{\max}) هي أقصى سمك للمقطع

$\sum S t^3$ ، هو مجموع حاصل ضرب طول كل عنصر من المقطع ذو سمك منتظم ومكعب السمك المناظر .

- هذا وتجدر الإشارة إلى أنه في حالة المقاطع التي لا يمكن فردها أو تمديدها لتصبح على هيئة شريط كذلك المبينة في الشكل (٢٣-٦) تصبح المعادلتين السابقتين صحيحة على أن يمثل (S) في هذه الحالة مجموع أطوال عناصر المقطع المختلف



شكل (٢٣-٦)

- فمثلاً مقطع على شكل حرف (I) يكون قيمة أقصى إجهاد قص نتيجة لعزم اللي كالآتي ويحدث في الشفة ذات السمك الأكبر من سمك العصب $(t_1 > t_2)$

$$\tau_{\max} = \frac{M_t \cdot t_1}{0.333(2s_1 t_1^3 + s_2 t_2^3)} \quad \dots\dots\dots (54)$$

وقيمة زاوية الليّ فى طول (λ)

$$\theta = \frac{M_t \cdot \lambda}{0.333(2s_1 t_1^3 + s_2 t_2^3)G} \quad \dots\dots\dots (55)$$

٩-٦ لى الأعضاء ذات المقاطع المغلقة رقيقة الجدار :

Torsion of Members Having Thin-Walled Closed Sections:

- كما ذكرنا سابقاً على عكس الأعضاء ذات المقاطع المصمته بأن تحديد إجهادات القص فى المقاطع المغلقة رقيقة الجدار يكون بسيطاً فى تحليله حيث أقصى إجهاد قص واقع على القطاع يعادل

$$\tau_{\max} = \frac{M_t}{2 A t} \quad \dots\dots\dots (56)$$

حيث : (t) سمك المقطع

- \bar{A} هى المساحة المحصورة داخل الخط المركزى لجدار المقطع وعليه فإن أقصى إجهاد قص يحدث عند موقع أقل سمك فى المقطع وقيمته

$$\tau_{\max} = \frac{M_t}{2 \bar{A} t_{\min}} \quad \dots\dots\dots (57)$$

- هذا وأن قيمة زاوية الليّ لهذه المقاطع تعادل

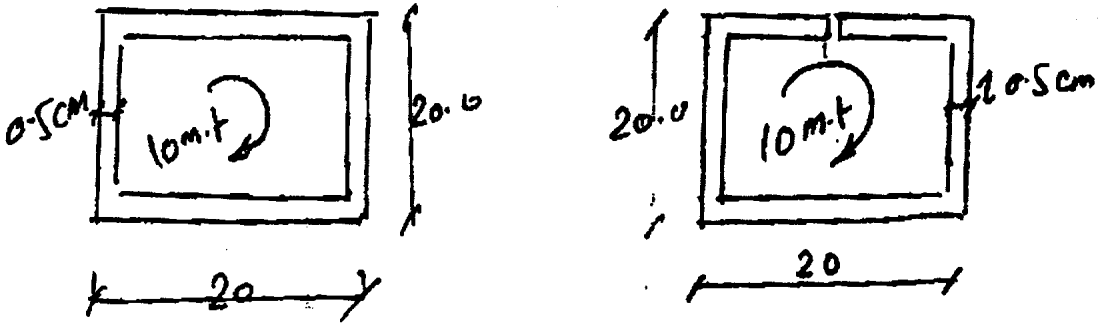
$$\theta = \frac{M_t \cdot \lambda S}{4G \bar{A}^2 \cdot t} \quad \dots\dots\dots (58)$$

حيث : (S) هو طول محيط المقطع

مثال (١٠) :

أنبوبتان ذات جدار رقيق لهما نفس السمك المنتظم متطابقتان من كافة الوجوه إلا أن مقطع الأولى مفتوح ومقطع الثانية مغلق كما هو بالشكل (٦-٢٤) . المطلوب حساب قيمة أقصى إجهاد القص عند أى نقطة فى أى من الأنبوبتين تحت تأثير عزم لى قدره ١٠ طن.سم ، كم

تكون قيمة زاوية اللي فى طول ١.٦٠ م لكل من الأنبوبتين إذا علم أن معايير القص لمادة الأنبوبتين يساوى ٨٠٠ طن/سم^٢.



شكل (٦-٢٤)

الحل :

• بالنسبة للمقطع المفتوح : أقصى إجهاد قص : $\tau_{\max} = \frac{M_t}{0.333 S t^2}$

$$= \frac{10 \times 10^3}{0.333 \times 80 \times (0.5)^2} = 1501.5 \text{ kg/cm}^2$$

، $\theta = \frac{M_t \cdot \lambda}{0.333 S t^3 G}$

زاوية اللي :

$$= \frac{10 \times 10^3 \times 1.6 \times 100}{0.333 \times 80 \times (0.5)^3 \times 800 \times 10^3} = 0.6 \text{ (radian)}$$

• بالنسبة للمقطع المغلق : $\bar{A} = (20)^2 = 400 \text{ cm}^2$

، $\tau_{\max} = \frac{M_t}{2 t \bar{A}} = \frac{10 \times 10^3}{2 \times 2.5 \times 400} = 25 \text{ kg/cm}^2$

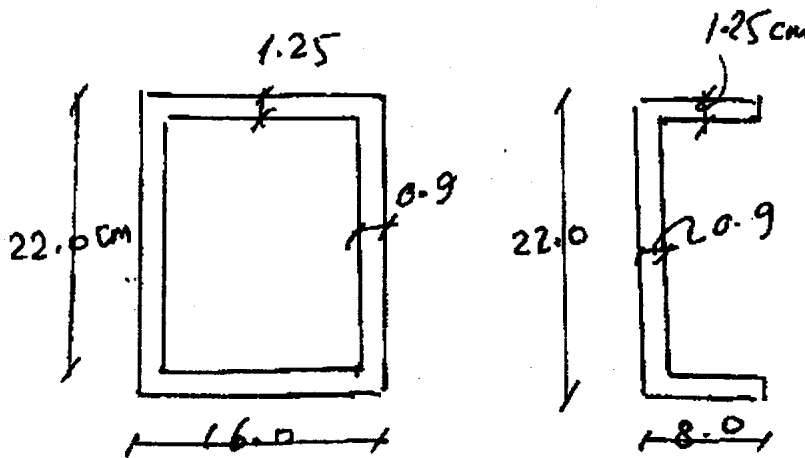
وزاوية اللي : $\theta = \frac{M_t \cdot \lambda S}{4 G \bar{A}^2 t}$

$$= \frac{10 \times 10^3 \times 1.6 \times 100 \times 80}{4 \times 800 \times 10^3 \times (400)^2 \times 0.5} = 0.0005 \text{ (radian)}$$

- مما سبق يتبين أن القطاعات المغلقة ذات درجة عالية من المقاومة والمتانة والجساءة والمقارنة بالتي تمتع بها القطاعات المفتوحة والتي لها نفس الشكل والأبعاد والقطاع .

مثال رقم (١١) :

قطاع على شكل مجرى (I) بالأبعاد المبينة بالشكل (٢٥-٦) تعرض إلى عزم لى قدره ١١٨ كجم.سم ، فإذا تم لحام مقطعاً مجراية بنفس الشكل والأبعاد ليكونا مقطعاً مغلقاً على هيئة صندوق كما هو مبين ، المطلوب حساب قيمة عزم اللي الذى يستطيع هذا المقطع المغلق مقاومته مع العلم بأن إجهاد القص المسموح به للمقطعين متساوى .



شكل (٢٥-٦)

الحل :

- بالنسبة لمقطع المجراية المفتوح :

$$\tau_{\max} = \frac{M_t \cdot t_{\max}}{0.333 \sum S t^3} = \frac{118 \times 10^2 \times 1.25}{0.333 [20.75 \times (0.9)^3 + 2 \times 7.55 \times (1.25)^2]} = 992.72 \text{ kg/cm}^2$$

- بالنسبة لمقطع الصندوق المغلق :

$$\tau_{\max} = \frac{M_t}{2 t_{\min} A} = \frac{M_t}{2 \times 0.9 (20.75 \times 15.1)} = 992.72$$

$$M_t = 559879.2 \text{ (kg.cm)} = 5598.8 \text{ (kg.m)} \quad \text{ومنها}$$

ويتضح من نتائج هذا المثال ما تتمتع به المقاطع المغلقة من مقاومة لى بالمقارنة بالمقاطع المفتوحة .

٦-١ أعمدة الدوران الناقل للقدرة :

Rotating Circular Shafts :

• وكما هو معروف بأن الأعضاء المعرضة للى تستخدم على نطاق واسع كأعمدة دوران لنقل القدرة (Power) الأمر الذى أصبح من الضروري إيجاد ومعرفة العلاقة بين القدرة المنقولة (P) وعزم اللى الذى يؤثر على عمود الدوران (M_t) . وحيث أن وحدة القدرة الشائعة فى الحقلين الصناعى والتجارى هى قدرة الحصان (Horse Power) واللى يرمز لها بالرمز (HP) .

• ويمكن تعريف الحصان وهى أن قدرة حصان واحد تبذل شغلاً (Work) مقداره (٧٦) كجم.م فى الثانية الواحدة .

$$\text{i.e } HP = 76 \text{ kg.m/sec. (59)}$$

• ومن المبادئ الأولية للديناميكا فإن الشغل المبذول يساوى حاصل ضرب قيمة عزم اللى (M_t) وزاوية اللى (θ) مقدرة بالزاوية نصف قطرية (radian) التى يدورها فى وحدة الزمن . فإذا ما كان العمود يدور بسرعة قدرها (N) دورة فى الدقيقة (r.p.m) (N) (revolution per minute) ، تكون الزاوية المقطوعة قدرها ($2 \pi N$) زاوية نصف قطرية فى الدقيقة . وإذا ما كان عزم اللى الذى يؤثر على العمود (M_t) مقدراً بوحدات كجم.متر فإنه يبذل شغلاً (W_k) قدره

$$W_k = \frac{2 \pi N M_t}{60} \text{ kg.m/sec. (60)}$$

وبمساواة الشغل المبذول بالقدرة المنقولة

$$\therefore (HP) 76 = \frac{2 \pi N M_t}{60}$$

$$\rightarrow M_t = \frac{76 \times 60 (HP)}{2 \pi N}$$

ومنها قيمة عزم اللى

$$= \frac{4560 HP}{2 \pi N} \text{ kg.m (61)}$$

حيث (HP) هي القدرة بالحصان (كجم.متر/ثانية) ، (N) عدد الدورات في الدقيقة
وبنفس الطريقة يمكن القول بأن

$$M_t = \frac{63000 \text{ HP}}{N} \quad 1 \text{ b.ft} \quad \dots\dots\dots (62)$$

حيث (HP) هي القدرة بالحصان (رطل . قدم/ثانية) ، (N) عدد الدورات بالدقيقة

- وفي النظام الدولي للوحدات ، تقدر القدرة بالواط (Watt) الذي يرمز له بالحرف (W) وقدره واط واحد تبذل شغلاً مقداره نيوتن . متر في الثانية الواحدة
i.e $1 \text{ W} = 1 \text{ N.m/sec.} \dots\dots\dots (63)$

- ومن ناحية أخرى تقدر سرعة الدوران بالتردد (Frequency) أى بعدد الدورات في الثانية أو الهرتز (Hertz) الذي يرمز له بالرمز (Hz) . فإذا ما كان العمود يدور بسرعة (f) هرتز تكون الزاوية المقطوعة ($2 \pi f$) زاوية نصف قطرية في العمود ، وإذا ما كان عزم الليّ الذي يؤثر على العمود (M_t) مقدراً بنيوتن . متر بأنه يبذل شغلاً (W_k) حيث
$$W_k = 2 \pi f M_t \text{ (N.m/sec.)}$$

وبمساواة الشغل المبذول بالقدرة المنقولة

$$\therefore P = 2 \pi f M_t$$

$$\therefore M_t = \frac{P}{2 \pi f} \text{ (N.m)} \dots\dots\dots (64)$$

حيث : (P) القدرة مقدرة بالواط

، (f) عدد الدورات في الثانية أو التردد مقدراً بالهرتز

مثال رقم (١٢) :

المطلوب حساب قطر مقطع عمود دوران مصمت ينقل قدرة (HP 200) عند سرعة دوران ١٥٠ (r.p.m) على ألا يتجاوز أقصى إجهاد قص في العمود عن ١٠٠٠ كجم/سم^٢ . كم يكون قطر العمود عندما يعمل المحرك بسرعة دوران ١٥٠٠ دورة في الدقيقة (r.p.m) .

الحل :

لعمود الدوران ذو قطر (D_1) ينقل قدرة ٢٠٠ حصان عند سرعة دوران (N) تساوى ١٥٠ دورة في الدقيقة ينجم عنه عزم لى (M_{t1}) طبقاً للمعادلة

$$M_{t1} = \frac{4560 \text{ HP}}{2 \pi N} = \frac{4560 \times 200}{2 \times 3.14 \times 150} = 967.66 \text{ (kg.m)}$$

وحيث أن أقصى إجهاد قص ناجم عن تأثير عزم الليّ هذا يعادل

$$\tau_{\max} = \frac{M_{t1} \cdot R_1}{I_p} = \frac{967.66 \times 100 \times (16)}{\Pi D_1^3} \leq 1000$$

$$\therefore D_1 = 7.6 \text{ cm}$$

وبالمثل لعمود الدوران ذو قطر (D₂) ينقل قدرة ٢٠٠ حصان عند سرعة دوران (N) تساوى ١٥٠٠ دورة فى الدقيقة ينم عنها عزم لىّ قدره (M_t) كالاتى :

$$M_{t2} = \frac{4560 \times 200}{2 \Pi \times 1500} \rightarrow M_t = 96.76 \text{ (kg.m)}$$

$$\tau_{\max} = \frac{M_{t2} \cdot R_2}{I_p} = \frac{96.76 \times 100 \times (16)}{3.14 \times D_2^3} \leq 1000$$

$$\rightarrow D_2 = 3.66 \text{ cm}$$

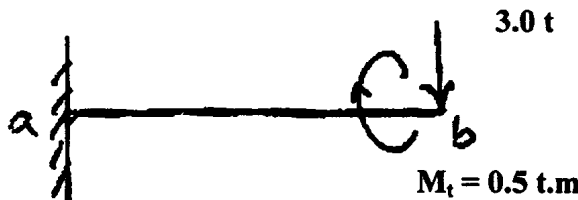
١١-٦ إجهادات القص الناتجة عن التأثير المشترك لقوى القص وعزم الليّ :

Shear Stress due to Combined Effect of both Shearing Forces and Torsional Moment :

• فى بعض الأحيان تتعرض بعض الأعضاء للقص واللىّ معاً فى آن واحد ، كما بينا سابقاً كيفية حساب أقصى إجهادات قص على المقاطع المعرضة لقوى قاصة فقط أو عزم لىّ فقط كل على حده . أما فى حالة تأثيرهما معاً فى نفس الوقت فإن المقاطع تتعرض إلى إجهادات قص مزدوجة ناتجة من كل منها على حده والتي يمكن حسابها بتطبيق مبدأ التجميع (Superposition) حيث يتم تجميع الإجهادات عند أى نقطة مع الأخذ فى الاعتبار إتجاه هذه الإجهادات وعملها فى الاعتبار كما يتضح من الأمثلة التالية :

مثال (١٣) :

للكمرة الكابولية المبينة بالشكل (٦-٢٦) المطلوب حساب أقصى إجهادات قص على القطاع الحرج إذا علم أن المقطع دائرى مصمت بقطر ١٠ سم .



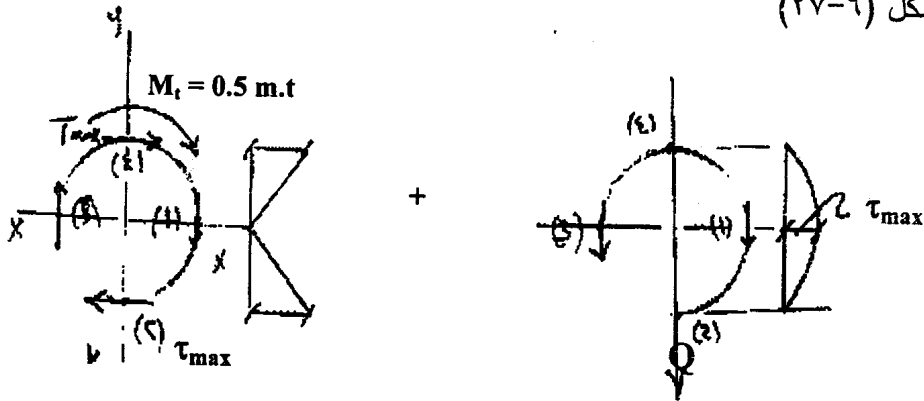
شكل (٦-٢٦)

الحل : القطاع الحرج للقوى القاصة عن أى مقطع على كامل الطول (ab) حيث قيمة القوى القاصة وعزم الليّ ثابتة على كامل الطول وتساوى

$$Q = 3.0 t \downarrow (+ve) , M_t = 0.5 m.t$$

• وحيث أن القطاع دائري فإن إجهادات القص الناجمة عن كل من هذه القوى كما هو مبين

بالشكل (٢٧-٦)



إجهادات القص نتيجة لعزم الليّ (M_t)

إجهادات القص نتيجة للقوى القاصة (Q)

شكل (٢٧-٦)

• وعليه فإن نتيجة للقوة القاصة (Q) تكون إجهادات القص = صفر عند النقطتين (٢)، (٤)

وتصل إلى أقصى قيمة عند نقطتين (١)، (٣) وتساوى $\left(\frac{4}{3} \frac{Q}{A}\right)$ وإتجاهها رأسياً إلى أسفل

فى إتجاه القوة القاصة كما هو موضح بالشكل (٢٧-٦) .

• ونتيجة لعزم الليّ (M_t) تكون إجهادات القص ذات علاقة خطية أكبر ما يمكن عند الألياف

الخارجية (١ ، ٢ ، ٣ ، ٤) وفى الإتجاهات الموضحة بالشكل رأسياً إلى أسفل عند نقطة

(١) ورأسياً إلى أعلى عند نقطة (٣) وأفقياً إلى اليمين عند النقطة (٤) وأفقياً إلى الشمال

عند النقطة (٢) وتساوى $\left(\frac{M_t \cdot R}{I_p}\right)$ عند هذه النقاط حيث إتجاهاتها مماسة للمحيط

الخارجي للمقطع وفى نفس وجهة عزم الليّ المؤثر كما هو موضح بالشكل .

• وبالنظر إلى الشكل السابق يتم تجميع أقصى إجهادات عند أى نقطة فى إتجاه ما والتى

يتضح منها بوضوح أن أقصى إجهادات قص فى المقطع تحدث عند النقطة (١) وذلك لأن

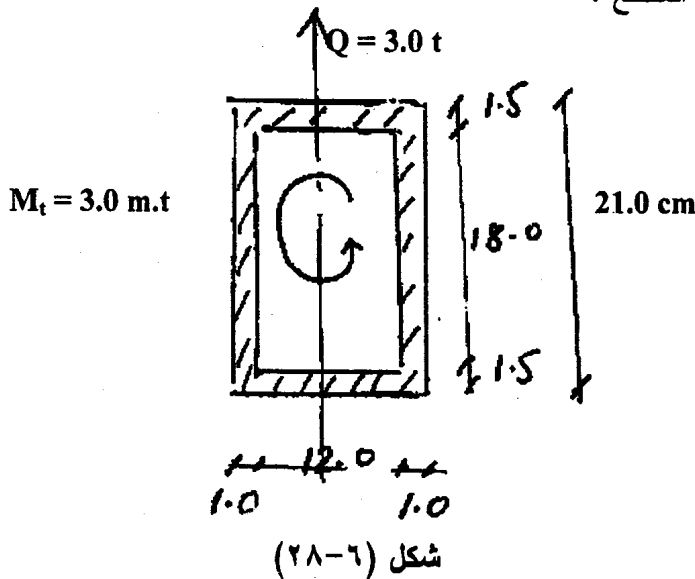
كلاً من إجهادات القص الناجمة عن القوى القاصة (Q) وعزم الليّ فى نفس الإتجاه رأسياً

إلى أسفل أى أن

$$\begin{aligned}\tau_{\max} &= \frac{4}{3} \frac{Q}{A} + \frac{M_t \cdot R}{I_p} \\ &= \frac{4 \times 3 \times 10^3 \times 4}{3 \pi D^2} + \frac{0.5 \times 10^5 \times 5 \times 32}{\pi D^4} \\ &= \frac{48 \times 10^3}{3 \times 3.14 \times (10)^2} + \frac{80 \times 10^5}{3.14 \times (10)^4} = 50.96 + 254.77 \\ &= 305.73 \text{ kg/cm}^2\end{aligned}$$

مثال (١٤) :

مقطع صندوقى (box section) تعرض إلى قوى قاصة (Q = 6 t) إلى أعلى وعزم لى قدره 3.0 m.t فى الإتجاه الموضح بالشكل (٦-٢٨) ، المطلوب حساب قيمة أقصى إجهادات قص واقعة على المقطع .



الحل:

يتم حساب أقصى إجهادات قص واقعة على القطاع من كل من القوة القاصة (Q) وعزم اللي (M_t) كلاً على حدة ثم يتم تجميعها عند كل نقطة على حدة مع الأخذ فى الاعتبار إتجاهات هذه الإجهادات الناجمة عن هذه القوى وعليه فإنه نتيجة لقوة القص (Q) فإن أقصى إجهادات

$$\tau_{\max} = \frac{Q \cdot S}{I_x \cdot b} \text{ قص تكون فى الضلع الأكبر وعند منتصفه وهى تساوى من القانون}$$

حيث : (S) العزم الأول للمساحة المحصورة من حافة المقطع وحتى المحور الأفقي المار بالمركز .

، (I_x) عزم القصور الذاتي للمقطع حول المحور الأفقي (x-x) المار بالمركز

، (b) عرض القطاع عند منتصفه عند المركز وهو يساوى (2 cm)

$$S = 1.5 \times 14 (10.5 - 0.75) + 2 \times 9 \times 4.5$$

$$= 285.75 \text{ cm}^3$$

$$I_x = \frac{14 \times (21)^3}{12} - \frac{12 \times (18)^3}{12} = 3972.5 \text{ cm}^4$$

$$\tau_{\max} = \frac{6 \times 285.75}{4972.5 \times 2} = 0.172 \text{ t/cm}^2$$

وعليه فإن

• ونتيجة لعزم الليّ (M_t) فإن أقصى إجهادات قص تحدث في الجدارين الجانبيين وتكون عند منتصفها في المركز في الجدار الأيمن إلى أعلى في نفس إتجاه إجهاد القص نتيجة

$$\tau_{\max} = \frac{M_t}{2 t_{\min} \bar{A}}$$

للقوى القاصة وأن قيمة هذا الإجهاد تساوى

حيث : (t_{\min}) هو أقل سمك للجدار وهو يساوى ١,٠٠ سم

، (\bar{A}) وهى المساحة المحصورة داخل الخط المركزى لجدار المقطع

$$\text{i.e } \bar{A} = 13 \times 19.5 = 253.5 \text{ cm}^2$$

$$\therefore \tau_{\max} = \frac{3 \times 100}{2 \times 1.0 \times 253.5} = 0.592 \text{ t/cm}^2$$

وعليه فإن أقصى إجهادات قص تساوى مجموع إجهادات القص الناجمة عن كل من (Q) ، (M_t) عند نفس النقطة

$$\text{i.e } \tau_{\max} = 0.172 + 0.592 = 0.764 \text{ t/cm}^2$$

STRAIN ENERGY THEORY AND METHODS OF DISPLACEMENT AND DEFORMATION COMPUTATION

الفصل السابع

نظرية طاقة الإنفعال وطرق حساب الإزاحة والتشكلات

STRAIN ENERGY THEORY AND METHODS OF DISPLACEMENT AND DEFORMATION COMPUTATION

١-٧ مقدمة INTRODUCTION :

- إن تعيين قيم التشكلات والإنفعالات المتولدة في العناصر المختلفة للمنشآت الغير محددة إستاتيكياً (Redundant Structures) يتطلب بجانب معادلات الإتزان المعروفة (Equilibrium Equations) والمعتادة معادلات أخرى تسمى معادلات الإزاحة (Displacement Equations) . هذا بالإضافة إلى أنه للمنشآت المحددة إستاتيكياً (Statically Determinate Structures) يجب أيضاً تعيين قيمة الترخيم المصاحب للأحمال المؤثرة على هذه المنشآت . إن مثل هذا النوع من المنشآت يجب أن تحقق بعض المتطلبات المعينة وذلك من وجهة نظر مقاومة وجساءة هذه المنشآت (Strength and Rigidity) وذلك حتى يمكن تجنب وتلافى قيم التشكلات الزائدة الغير مسموح به تحت تأثير أحمال التشغيل (Service Loads) . لهذا السبب فإن دراسة الطرق المختلفة لحساب الإنفعالات والتشكلات المتولدة في أنظمة التحميل المرن تعتبر ذات أهمية كبرى في علم نظرية الإنشاءات (Theory of Structures) .

٢-٧ افتراضات عامة GENERAL ASSUMPTIONS :

- المادة متجانسة وأيزوتروبية (Homogeneous and Isotropic) .
- أقصى إجهادات متولدة في المادة لا تتعدى حد المرونة لها أى أنها مرنة وتخضع لقانون هوك (Hock's Law) .
- التشكلات والإزاحات الناتجة نتيجة للأحمال الخارجية صغيرة بدرجة كافية والتي تسمح بأن الإجهادات والتخيمات ... إلخ المحسوبة والناتجة من الأحمال المؤثرة والمفروضة

STRAIN ENERGY THEORY AND METHODS OF DISPLACEMENT AND DEFORMATION COMPUTATION

أنها تؤثر وتعمل من خلال المواضع التي ليس بها تشكل سوف لا تتغير بدرجة كبيرة عند حدوث هذه الإزاحات .

- إهمال التأثيرات السطحية للأحمال الخارجية .

- معالجة الأحمال المؤثرة ومعاملتها كأحمال إستاتيكية فرضاً عند تأثيرها على المنشآت .

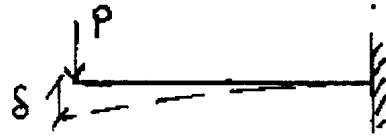
٣-٧ الشغل المبذول نتيجة للقوى الخارجية :

WORK OF EXTERNAL LOADS :

• بفرض أى نظام مرن لمنشأ ما كما هو مبين بالشكل (١-٧) وهو كمرّة كابولية تعرضت إلى أى حمل إستاتيكي خارجي (P) .

• عند تعيين الشغل المبذول نتيجة للحمل الخارجى (P) فإن الإزاحات المناظرة عند النقاط أو المقاطع المختلفة لهذا المنشأ المرّن سوف تتناسب طردياً مع الأحمال المسببة لها بمعنى أن :

$$\delta = \alpha P \dots\dots\dots (1)$$



شكل (١-٧)

حيث : (δ) هى مقدار التشكل الحادث والمصاحب للقوة الخارجية (P) فى إتجاه الحمل المؤثر .

، (α) هو معامل يعتمد على عدة عوامل منها :

◆ نوع وطبيعة وجساءة المادة المصنوع منها الكمرّة نفسها .

◆ أبعاد وشكل قطاع الكمرّة وإنتظام مقطعها من عدمه .

◆ موضع ومكان التأثير بالحمل الخارجى بالنسبة للكمرّة (P) .

• فإذا ما تم زيادة قيمة الحمل الخارجى (P) بمقدار صغير قدره (dP) فإنه فى الحال يتبع

ذلك زيادة فى التشكل (δ) بقيمة مناظرة لزيادة فى التشكل قدرها (dδ) وعليه فإن قيمة

الشغل المبذول بالحمل (P) والمصاحب بالإزاحة (dδ) سوف يكون

$$i.e \quad dw = (P + dP)d\delta \cong P \cdot d\delta$$

ومن المعادلة رقم (١) حيث

$$d\delta = \alpha dP$$

$$\therefore dw = \alpha \cdot P \cdot d\delta$$

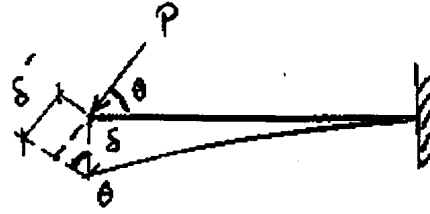
STRAIN ENERGY THEORY AND METHODS OF DISPLACEMENT AND DEFORMATION COMPUTATION

وعليه يكون الشغل الكلى المبذول بالحمل (P) يساوى

$$W = \int_0^P dw = \int_0^P \alpha \cdot P \cdot dP = \alpha \int_0^P P \cdot dP = \frac{\alpha P^2}{2}$$

$$\text{or } W = \frac{1}{2} P \cdot \delta \quad \dots\dots\dots (2)$$

أى أن الشغل المبذول بالحمل يعادل نصف حاصل ضرب الحمل المؤثر (P) مضروباً فى مقدار الإزاحة الكلية لنقطة تأثير الحمل فى إتجاه تأثير الحمل ، بمعنى فى حالة الكمره الكابولية الموضحة بالشكل (٧-٢) والتي فيها الحمل المؤثر فى نهاية الكابولى (P) مائلاً وليس رأسياً فإن الشغل المبذول بالحمل المؤثر (P) يساوى $\left(\frac{1}{2} P \cdot \delta' \right)$ حيث (δ') هى قيمة مركبة الترخيم الكلى (δ) الرأسى فى إتجاه خط الحمل المؤثر (P) .

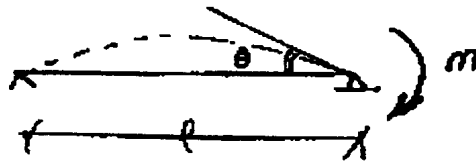


شكل (٧-٢)

• أيضاً بالمثل فإن الشغل المبذول عن طريق إزدواج أو عزم إنحناء ذو قيمة (m) يساوى

$$W = \frac{1}{2} m \cdot \theta \quad \dots\dots\dots (3)$$

حيث : (θ) تمثل مقدار الإزاحة (التشكل) المناظرة لعزم الإنحناء (m) أى تساوى قيمة زاوية الدوران (Angular Rotation) بالتقدير الدائرى لمقطع العنصر المؤثر عليه مباشرة عزم الإنحناء (m) - شكل (٧-٣) .

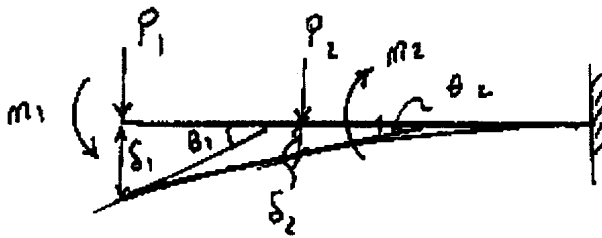


شكل (٧-٣)

STRAIN ENERGY THEORY AND METHODS OF DISPLACEMENT AND DEFORMATION COMPUTATION

- مما سبق يتبين أن الشغل المبذول بأى قوة خارجية تؤثر تدريجياً على أى عنصر إنشائى مرن يمكن تقديره وحسابه بما يعادل نصف حاصل ضرب هذه القوة الخارجية \times طول الإزاحة الناجمة عن هذه القوة مقاسه فى إتجاه تأثير هذه القوة . هذا وتجدر الإشارة إلى أنه يقصد هنا بالقوة الخارجية أى نوع من التأثيرات والأفعال المؤثرة خارجياً شاملة وممثله فى القوى العمودية (N.F) والقوى القاصصة (S.F) وعزوم الانحناء (B.M) وعزم الليّ (Torsion) إلخ ، وأيضاً الإزاحة يقصد بها التشكل المناظر والمصاحب لطبيعة ونوع الحمل المؤثر أى أنها تتاظر قيمة الإزاحة الخطية (Linear Displacement) فى حالة الحمل المركز (P) ، قيمة زاوية الدوران (angular rotation) فى حالة عزم الانحناء (m) وهكذا .
- وبصفة عامة فإنه لقضيب أو كمره معرضة إلى القوى الخارجية المؤثرة $(P_1), (P_2), (m_1), (m_2)$ فى الإتجاهات الموضحة بالشكل (٧-٤) فإنه يمكن القول بأن قيمة الشغل المبذول بهذه القوى الخارجية يساوى

$$W = \frac{1}{2} P_1 \cdot \delta_1 + \frac{1}{2} P_2 \cdot \delta_2 + \frac{1}{2} m_1 \cdot \theta_1 - \frac{1}{2} m_2 \cdot \theta_2 \dots\dots\dots (4)$$



شكل (٧-٤)

- هذا وتجدر الإشارة إلى أن الإشارة سالبة للقيمة الأخيرة فى المعادلة (٤) ما هى إلا نتيجة أن زاوية الدوران للمقطع عند نقطة تأثير عزم الانحناء (m_2) تعمل فى إتجاه معاكس لإتجاه تأثير عزم الانحناء (m_2) وبناءً على ذلك فإنه كقاعدة عامة فإن قيمة الشغل المبذول بأى مجموعة من القوى الخارجية بصفة عامة يمكن أن يقدر ويعادل بالقيمة .

STRAIN ENERGY THEORY AND METHODS OF DISPLACEMENT AND DEFORMATION COMPUTATION

$$W = \sum \frac{P_i \cdot \delta_i}{2} + \sum \frac{m_i \cdot \theta_i}{2} \dots\dots\dots (5)$$

٤-٧ طاقة الإنفعال : STRAIN ENERGY

• كما هو معلوم فإنه خلال تحميل أى جسم بأحمال خارجية فإن جزء من كمية الشغل المبذول بهذه الأحمال الخارجية سوف يستعمل ويستهلك فى مقاومة والتغلب على قوى الاحتكاك الداخلى التى تتولد فى الجسم وجزء آخر مسئول عن تغيير درجة حرارة الجسم نفسه أو لتغيير الخواص المغناطيسية لمادة الجسم إلخ . هذا وقد تم الافتراض أنه للمادة المرنة (Elastic Meterial) فإن هذه النوعية من الشغل المبذول والمستهلك يمكن إهماله وعليه بالتالى فإنه تم الافتراض بأن كل قيمة الشغل المبذول بالقوى الخارجية سوف يتحول إلى ما يسمى بطاقة الإنفعال (Potential or Strain Energy) والتى يمكن تعريفها بأنها الشغل أو كمية الطاقة التى تختزن فى الجسم داخلياً نتيجة للأحمال الخارجية خلال فترة زيادة التشكلات والإنفعالات المصاحبة لهذه القوى الخارجية ، بمعنى أن كل قيمة الشغل المبذول الخارجى (W) عن طريق القوى الخارجية المؤثرة سوف يتحول بطريقة غير مباشرة إلى طاقة إنفعال (U) (Strain Energy) داخلياً تختزن فى المادة وبذلك يمكن القول بأن

$$W = U \dots\dots\dots (6)$$

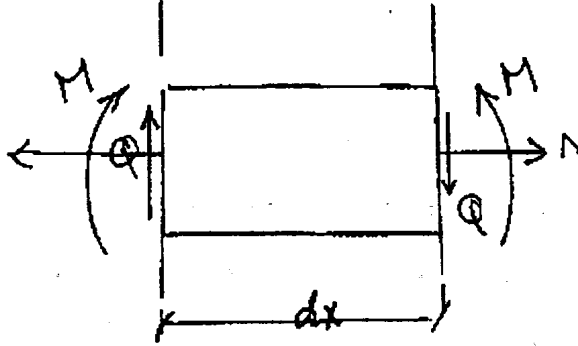
أى أن كمية الطاقة الخارجية (الشغل المبذول الخارجى) = كمية الطاقة المكتسبة داخلياً
= طاقة الإنفعال الداخلية

• وحيث أن الشغل الخارجى المبذول بالقوى الخارجية المؤثرة من خلال الإزاحة الناجمة عن هذه الأحمال أو القوى الخارجية يمكن مساواتها والتعبير عنها بدلالة الإجهادات المتولدة عن هذه القوى الخارجية (عزوم الانحناء والقوى العمودية والقوى القاصة) فى قطاعات المنشأ التى تؤثر عندها هذه القوى .

• دعنا الآن نقدر قيمة الطاقة المختزنة فى جسم ما أو عنصر ما نتيجة للفعل الإنشائى لأنواع المختلفة من القوى الداخلية مثل للقوى العمودية (N.F) أو عزوم الانحناء (B.M) أو للقوى القاصة (Q) أو عزم الليّ (M_T) وذلك لجزء من عنصر من قضيب ما ذو طول صغير (dx) محدد بقطاعين عموديين على المحور الطولى للقضيب كما هو

STRAIN ENERGY THEORY AND METHODS OF DISPLACEMENT AND DEFORMATION COMPUTATION

موضح بالشكل (٥-٧) وتعرض هذا الجزء إلى قوى عمودية (Normal Force) قيمتها (N) ، عزم إنحناء (Bending Moment) قدره (M) وقوى قاصصة (Shearing Force) قدرها (Q) وذلك فى الإتجاهات المبينة بالشكل (٥-٧) .



شكل (٥-٧)

- للقضيب ككل يمكن إعتبار هذه الأفعال تمثل القوى الداخلية بينما للعنصر ذو الطول (dx) فإن هذه الأفعال يمكن إعتبارها كأحمال خارجية حيث الشغل المبذول بهذه الأفعال يمكن التعبير عنه بدلالة (N)، (M)، (Q) كما سوف يرد كالاتى حيث سوف يتم دراسة وتقدير قيمة طاقة الإنفعال المكتسبة (U) لكل من هذه الأفعال منفصلة كل على حدة .

١-٤-٧ طاقة الإنفعال نتيجة للقوة العمودية (N) :

Strain Energy due to Normal Force (N) :

- للعنصر المبين طوله (dx) والمعرض إلى قوة عمودية (N) وبفرض أن هذا العنصر مثبت (fixed) فى إحدى نهايتيه اليسرى ، فإن قيمة الإزاحة الكلية للنهاية اليمنى المصاحبة لهذا الطول (dx) تساوى (Δ dx) حيث : شكل (٦-٧)

$$\Delta dx = \frac{N}{E} \cdot \frac{dx}{A}$$

حيث : (E) معاير المرونة لمادة القضيب

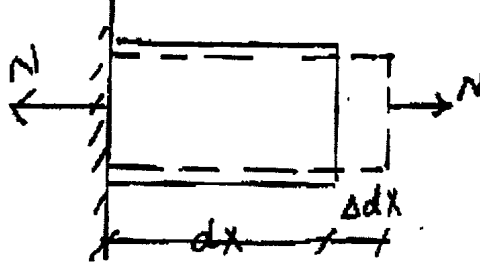
، (A) مساحة مقطع القضيب

والمقدار (E A) يعبر عنه بجساءة القطاع أو العنصر للضغط أو الشد أو القوى العمودية (N) .

STRAIN ENERGY THEORY AND METHODS OF DISPLACEMENT AND DEFORMATION COMPUTATION

- وحيث أن الشغل المبذول الناتج عن القوة (N) والتي صاحبها إزاحة قدرها (Δ dx) تساوى

$$\begin{aligned} \text{الشغل الخارجى} = \text{الشغل الداخلى} \quad dW = dU \\ = \frac{1}{2} N \cdot \Delta dx = \frac{1}{2} N \cdot \frac{N}{E} \frac{dx}{A} \end{aligned}$$



شكل (٦-٧) عنصر معرض إلى قوة عمودية

- ∴ كمية طاقة الإنفعال الكلية بالعنصر نتيجة للقوة العمودية (N) على طول قدره (λ) تساوى (U)

$$U = \frac{1}{2} \int_0^{\lambda} N \cdot \frac{N \cdot dx}{EA} = \int_0^{\lambda} \frac{N^2 \cdot dx}{2EA} \dots\dots\dots (7)$$

٧-٤-٢ طاقة الإنفعال نتيجة لعزم الإنحناء (M) :

Strain Energy due to Bending Moment (M) :

- للعنصر المبين بالشكل (٧-٧) ذو الطول (dx) والمعرض لعزم إنحناء قدره (M) ، وبفرض أيضاً أن النهاية اليسرى للعنصر مثبتة فإن قيمة زاوية الدوران (angular rotation) للنهاية اليمنى للعنصر (dθ) يمكن التعبير عنها بالقيمة التالية

$$d\theta = \frac{dx}{R}$$

$$\therefore \frac{1}{R} = \text{curvature} = \frac{M}{EI} \quad \text{حيث : } \left(\frac{1}{R}\right) \text{ الإنحناء}$$

$$\therefore d\theta = \frac{M}{EI} \cdot dx$$

STRAIN ENERGY THEORY AND METHODS OF DISPLACEMENT AND DEFORMATION COMPUTATION

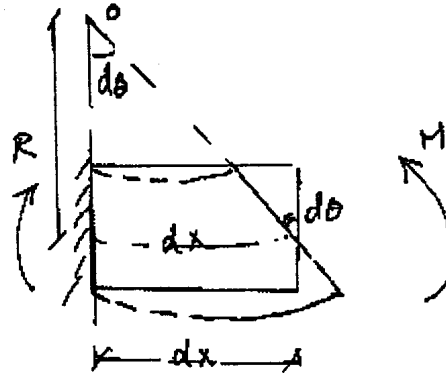
، (EI) هي قيمة جساءة الإنحناء للقطاع (flexural rigidity) والتي تساوى حاصل ضرب معايير المرونة (E) مضروباً في قيمة عزم القصور الذاتي للقطاع المؤثر عليه عزم الإنحناء والمقاوم له .

• وحيث أن قيمة الشغل المبذول أو طاقة الإنفعال نتيجة لعزم الإنحناء (M) وزاوية الدوران المصاحبة له على طول قدره (dx) من العنصر تساوى

$$dW = dU = \frac{1}{2} M \cdot d\theta = \frac{1}{2} M \cdot \frac{M}{EI} \cdot dx$$

وعليه فإن طاقة الإنفعال الكلية (U) نتيجة لعزم إنحناء (M) على طول قدره (λ) تساوى

$$U = \int_0^{\lambda} dU = \int_0^{\lambda} \frac{1}{2} M \frac{M}{EI} \cdot dx = \int_0^{\lambda} \frac{M^2 \cdot dx}{2EI} \dots\dots\dots (8)$$



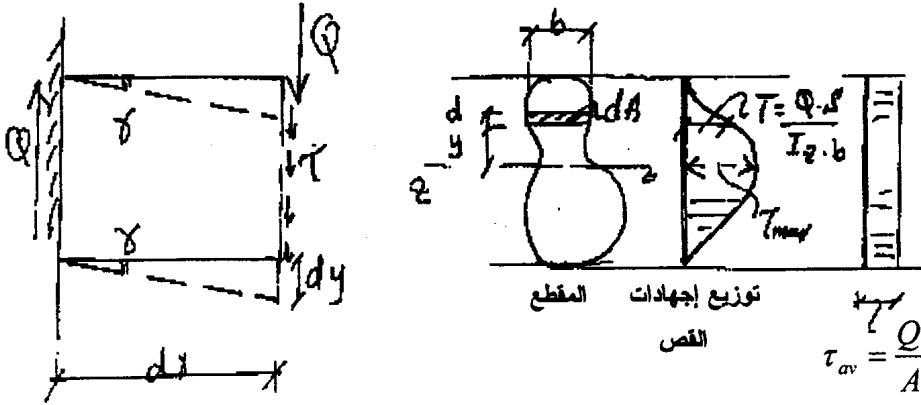
شكل (٧-٧) عنصر معرض لعزم إنحناء

٣-٤-٧ طاقة الإنفعال نتيجة للقوى القاصة (Q) :

Strain Energy due to Shearing Force (Q) :

• بفرض عنصر (dx) تعرض إلى قوة قاصة (Q) كما هو مبين بالشكل (٧-٨) ، بفرض أن النهاية اليسرى للعنصر مثبتة فإنه نتيجة للقوة القاصة (Q) سوف يحدث إزاحة إلى أسفل في اتجاه عمل القوة القاصة (Q) كنتيجة مباشرة للإجهادات المستعرضة الموازية للمقطع والتي تعرف بإجهادات القص (τ) حيث أن $Q = \tau \cdot dA$

STRAIN ENERGY THEORY AND METHODS OF DISPLACEMENT AND DEFORMATION COMPUTATION



شكل (٧-٨) عنصر معرض إلى قوة قاصة

- نتيجة للقوة القاصة فإنه سوف تحدث إزاحة رأسية كما هو مبين وأن الإزاحة النسبية لقطاعين بينهما مسافة (dx) تساوى (dy) حيث :

$$dy = \gamma \cdot dx$$

حيث : (γ) هى قيمة زاوية القص للقطاع

- وحيث أن توزيع إجهادات القص على القطاع تتوقف على القطاع ويمكن تقديره عند أى

$$\left(\tau = \frac{Q \cdot S}{I_z \cdot b} \right) \text{ نقطة على بعد } (y) \text{ من مركز النقل بالقيمة}$$

- حيث : (S) عزم القصور الإستاتيكي الأول لجزء القطاع فوق النقطة التى على بعد (y) من مركز النقل ، (I_z) هو قيمة عزم القصور الذاتى للقطاع حول المحور المقاوم لعزم الانحناء المؤثر وهو محور (z-z) فى هذه الحالة ، (b) هو عرض شريحة القطاع عند نفس النقطة.
- هذا وتجدر الإشارة إلى أنه يمكن فرض أن إجهادات القص على كامل القطاع متساوية تقريباً وهى تعادل الإجهاد المتوسط (τ_{av})

$$\tau_{av} = \frac{Q}{A}$$

- وبفرض أن قيمة إجهاد القص الفعلية عند أى نقطة (τ) تساوى نسبة من قيمة الإجهاد المتوسط (τ_{av})

STRAIN ENERGY THEORY AND METHODS OF DISPLACEMENT AND DEFORMATION COMPUTATION

$$i.e \tau = K \cdot \tau_{au} = K \frac{Q}{A} = \frac{Q}{A_r}$$

حيث : (K) هو معامل ليس له تمييز يسمى بمعامل القص (shear coefficient) والذي قيمته دائماً أكبر من الواحد الصحيح وهو يعتمد على شكل المقطع ويساوى :

$$K = \frac{19}{9} \quad \text{for circular sec.} \quad - \quad \text{للقطاعات الدائرية :}$$

$$K = \frac{\text{area of cross-section}}{\text{area of web}} = \frac{\text{مساحة المقطع}}{\text{مساحة العصب}} \quad - \quad \text{للقطاعات (I) :}$$

، (A_r) هي المساحة المقللة (reduced area of cross-section) وهي تساوى

$$A_r = \frac{A}{K} = \frac{\text{المساحة الكلية}}{\text{معامل القص}}$$

$$\ominus dy = \gamma \cdot dx \quad - \quad \text{بالرجوع إلى المعادلة}$$

$$\gamma = \frac{\tau}{G} = \frac{\text{إجهاد القص}}{\text{معابر المرونة فى القص}} = \text{إنفعال القص}$$

$$\tau = \frac{Q}{A_r} \quad \text{وبالتعويض عن قيمة}$$

$$\therefore \gamma = \frac{Q}{G A_r}$$

$$\therefore dy = \frac{Q}{G} \cdot \frac{dx}{A_r}$$

• وحيث أن قيمة طاقة الإنفعال (dU) المكتسبة عن طريق القوة القاصة (Q) والمصاحب لها إزاحة قدرها (dy) فى إتجاه هذه القوة وعلى طول قدره (dx) تساوى

$$dU = \frac{1}{2} Q \cdot dy = \frac{1}{2} Q \cdot \frac{Q}{G} \cdot \frac{dx}{A_r}$$

STRAIN ENERGY THEORY AND METHODS OF DISPLACEMENT AND DEFORMATION COMPUTATION

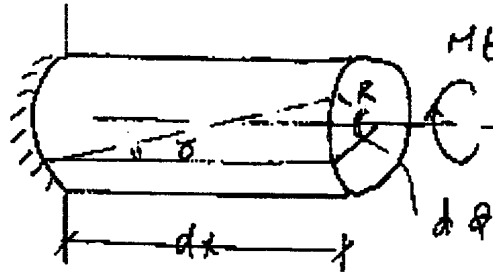
وعليه فإن طاقة الإنفعال الكلية المكتسبة نتيجة للقوة القاصة (Q) على الطول الكلى (λ) يساوى

$$U = \int_0^{\lambda} dU = \int_0^{\lambda} \frac{1}{2} Q \cdot \frac{Q}{G} \cdot \frac{dx}{A_r} = \int_0^{\lambda} \frac{Q^2 \cdot dx}{2G \cdot A_r} \dots\dots\dots (9)$$

٧-٤-٤ : طاقة الإنفعال نتيجة لعزم اللي (M_t) :

Strain Energy due to Twisting Moment (Torion) (M_t) :

• فى حالة ما إذا كان العنصر (dx) معرض إلى عزم لى (M_t) كما هو مبين بالشكل (٧-٩) .



شكل (٧-٩)

• وكما هو معروف فإن التشكل المصاحب لعزم اللي (M_t) يكون فى صورة زاوية اللي (Angle of Twist) (dθ) وهو يساوى كما نعلم

$$d\phi = \frac{M_t \cdot dx}{G \cdot I_p}$$

وعليه فإن قيمة طاقة الإنفعال المكتسبة فى العنصر (dx) ذات قيمة (dU) تساوى

$$dU = \frac{1}{2} M_t \cdot d\phi = \frac{1}{2} M_t \cdot \frac{M_t \cdot dx}{G \cdot I_p}$$

حيث : (I_p) هو قيمة عزم القصور الذاتى القطبى للقطاع

$$I_p = (\text{Polar Moment of Inertia of Cross Section} = I_x + I_y)$$

، (G) هو معايير الجساءة فى القص للمادة (معايير المرونة فى القص)

والمقدار (G I_p) يطلق عليه جساءة القطاع أو العنصر

وعليه فإن قيمة طاقة الإنفعال الكلية المكتسبة فى طول قدره (λ)

STRAIN ENERGY THEORY AND METHODS OF DISPLACEMENT AND DEFORMATION COMPUTATION

$$U = \int_0^{\lambda} dU = \int_0^{\lambda} M_t \cdot \frac{M_t \cdot dx}{GI_P} = \int_0^{\lambda} \frac{M_t^2 \cdot dx}{GI_P} \dots\dots\dots (10)$$

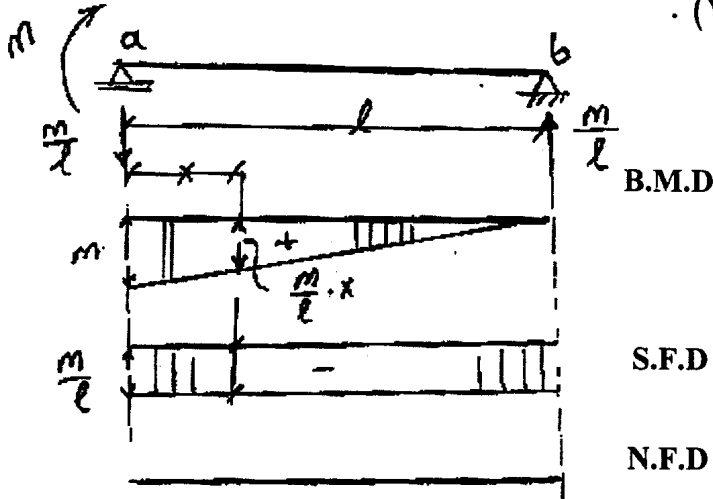
* ملحوظة هامة بالنسبة لطاقة الإنفعال :

- إن قيمة وكمية طاقة الإنفعال المكتسبة بأى نوع من القوى الخارجية دائماً ذات قيمة موجبة .

مثال :

المطلوب حساب قيمة طاقة الإنفعال المكتسبة فى كمره بسيطة الإرتكاز ذات مقطع مستطيل الشكل والمعرضة إلى عزم إنحناء خارجى قدره (m) عند إحدى نهايتيها كما هو موضح

بالشكل (١٠-٧) .



شكل (١٠-٧)

الحل :

- يتم إيجاد قيم ردود الأفعال عند الركائز وهى $\left(\frac{m}{\lambda}\right)$ إلى أسفل وإلى أعلى عند الركيزتين (a)، (b) على التوالى .
- يتم رسم منحنيات توزيع كل من القوى الداخلية ممثلة فى عزم الإنحناء (B.M.D) والقوى القاصة (S.F.D) والقوى العمودية (N.F.D) كما هو موضح .
- عند أى قطاع على بعد (x) من الركيزة (a) فإن قيمة القوى الداخلية من عزم إنحناء وقوة قاصة وقوة عمودية تساوى

STRAIN ENERGY THEORY AND METHODS OF DISPLACEMENT AND DEFORMATION COMPUTATION

$$M_x = \frac{m}{\lambda} \cdot X \quad , \quad Q_x = -\frac{m}{\lambda} \quad , \quad N_x = 0$$

مع الأخذ في الاعتبار الإشارات الخاصة بهذه القوى الداخلية وحيث أن كمية طاقة الإنفعال المكتسبة على الطول الكلى للكمرة (λ) تساوى

$$U = \int_0^\lambda \frac{M_x}{2} \frac{dx}{EI} + \int_0^\lambda \frac{Q_x^2 dx}{2G A_r} + \int_0^\lambda \frac{N_x^2 \cdot dx}{2E A} \dots\dots\dots (11)$$

وبالتعويض عن قيم (N_x)، (Q_x)، (M_x)

$$\begin{aligned} \therefore U &= \int_0^\lambda \frac{m^2}{2\lambda^2} \cdot \frac{x^2}{EI} \cdot dx + \int_0^\lambda \frac{m^2}{2\lambda^2} \cdot \frac{dx}{G A_r} + 0 \\ &= \frac{m^2}{2\lambda^2} \left[\frac{\lambda^3}{3EI} + \frac{\lambda}{G A_r} \right] \end{aligned}$$

وبالتعويض عن قيم (I) ، (A_r)

$$\begin{aligned} \therefore I &= \frac{bd^3}{12} \\ , \quad A_r &= \frac{A}{K} = \frac{bd}{1.2} \end{aligned}$$

وبفرض أن المادة من الصلب $G = 0.4 E$

$$\begin{aligned} \therefore U &= \frac{m^2}{2\lambda} \left[\frac{\lambda^2}{3 \frac{Ebd^3}{12}} + \frac{1.2}{0.4 Ebd} \right] \\ &= \frac{2m^2\lambda}{Ebd^3} \left[1 + \frac{3}{4} \left(\frac{d}{\lambda} \right)^2 \right] \dots\dots\dots (11') \end{aligned}$$

STRAIN ENERGY THEORY AND METHODS OF DISPLACEMENT AND DEFORMATION COMPUTATION

- وبالنظر إلى المعادلة والقيمة السابقة يتبين أن الجزء الثانى بين القوسين للمعادلة يمثل قيمة مساهمة القوة القاصة (Q) على قيمة طاقة الإنفعال الكلية المكتسبة (U) وأن هذه المساهمة تتوقف على نسبة $\left(\frac{d}{\lambda}\right)$ أى أن نسبة عمق الكمره / طولها (بحرها) وعليه يمكن إستنتاج أن قيمة وتأثير القوة القاصة على طاقة الإنفعال الكلية المكتسبة سوف تقل بدرجة حادة بنقص قيمة هذه النسبة $\left(\frac{d}{\lambda}\right)$ فمثلاً إذا كانت قيمة $\left(\frac{d}{\lambda} = \frac{1}{5}\right)$ فإن قيمة الطاقة المكتسبة

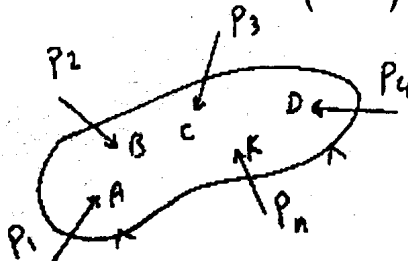
$$U = \frac{2m^2\lambda}{Ebd^3}(1+0.03)..... (12)$$

والتي تبين منها مدى مساهمة القوة القاصة (Q) على قيمة الطاقة المكتسبة وهى حوالى ٣% من قيمة الطاقة الكلية المكتسبة فى هذه الحالة .

- وحيث أنه فى الحياه والتطبيقات العملية فإن قيمة نسبة $\left(\frac{d}{\lambda}\right)$ تكون صغيرة نسبياً الأمر الذى يمكن القول بأن تأثير القوى القاصة على كمية طاقة الإنفعال المكتسبة للعنصر ككل يمكن إهمالها بالمقارنة بتلك المكتسبة عن طريق عزوم الإنحناء وأيضاً بالمثل يمكن إستنتاج أن قيمة الطاقة المكتسبة عن طريق القوى العمودية هى صغيرة نسبياً بالمقارنة بتلك نتيجة عزم الإنحناء وبالتالي يمكن إهمالها مع الأخذ فى الإعتبار بأنه لا يمكن إهمال طاقة الإنفعال المكتسبة من عزوم اللي حيث أن قيمتها معقولة وذات قيمة بالمقارنة بتلك نتيجة لعزوم الإنحناء .

٧-٥ نظرية كاستليانيو CASTIGLIANO'S THEOREM:

- إذا ما تعرض جسم مرّن إلى مجموعة من القوى الخارجية $(P_1), (P_2), (P_3), \dots, (P_n)$ كما هو موضح بالشكل (٧-١١)



شكل (٧-١١)

STRAIN ENERGY THEORY AND METHODS OF DISPLACEMENT AND DEFORMATION COMPUTATION

• عند كل نقطة تحميل فإن الإزاحة (الترخيم) يمكن تحليلها إلى مركبتين إحداها فى إتجاه تأثير الحمل والأخرى عمودية عليه عند نفس النقطة .

- بفرض أن (δ_1) هى مقدار التشكل عند نقطة (A) فى إتجاه تأثير القوة (P_1)
 - (δ_2) ، هى مقدار التشكل عند نقطة (B) فى إتجاه تأثير القوة (P_2) ،
 - (δ_3) ، هى مقدار التشكل عند نقطة (C) فى إتجاه تأثير القوة (P_3) ،
 - (δ_4) ، هى مقدار التشكل عند نقطة (D) فى إتجاه تأثير القوة (P_4) ،
 - (δ_n) ، هى مقدار التشكل عند نقطة (K) فى إتجاه تأثير القوة (P_n) ،
- وعليه فإن قيمة الشغل المبذول (U)

$$U = \frac{1}{2} P_1 \delta_1 + \frac{1}{2} P_2 \delta_2 + \frac{1}{2} P_3 \delta_3 + \dots \dots \frac{1}{2} P_n \delta_n$$

$$\text{or } 2U = P_1 \delta_1 + P_2 \delta_2 + P_3 \delta_3 + \dots \dots P_n \delta_n$$

• وبتفاضل طرفى المعادلة بالنسبة للقوة (P_1) مع التنويه بأن التشكل عند أى نقطة هو دالة فى جميع الأحوال الخارجية .

$$\therefore 2 \frac{\partial U}{\partial P_1} = \delta_1 + P_1 \frac{\partial \delta_1}{\partial P_1} + P_2 \frac{\partial \delta_2}{\partial P_1} + P_3 \frac{\partial \delta_3}{\partial P_1} \dots \dots + P_n \frac{\partial \delta_n}{\partial P_1} \dots \dots (13)$$

• وبفرض زيادة قيمة الحمل (P_1) ليصبح $(P_1 + dP_1)$ مع ثبات قيم بقية الأحمال ونتيجة لذلك فإن قيمة التشكل أو الترخيم (δ_2) يزداد ليصبح $\delta_1 + d\delta_1$ والترخيم (δ_2) يصبح $\delta_2 + d\delta_2$ إلخ .

• وعليه فإن الشغل المبذول الإضافى (dU) يساوى

$$dU = \left(P_1 + \frac{1}{2} d P_1 \right) d \delta_1 + P_2 d \delta_2 + P_3 d \delta_3 + \dots \dots P_n d \delta_n$$

وبتفاضل طرفى المعادلة بالنسبة لـ (P_1)

$$\therefore \frac{d U}{d P_1} = P_1 \frac{d \delta_1}{d P_1} + \frac{1}{2} \cdot d \delta_1 + P_2 \frac{d \delta_2}{d P_1} + P_3 \frac{d \delta_3}{d P_1} + \dots \dots P_n \frac{d \delta_n}{d P_1}$$

STRAIN ENERGY THEORY AND METHODS OF DISPLACEMENT AND DEFORMATION COMPUTATION

وبأخذ نهايات طرفى المعادلة عند ما تؤول ($d P_1$) إلى الصفر

$$\therefore \frac{\partial U}{\partial P_1} = P_1 \frac{\partial \delta_1}{\partial P_1} + P_2 \frac{\partial \delta_2}{\partial P_1} + P_3 \frac{\partial \delta_3}{\partial P_1} + \dots P_n \frac{\partial \delta_n}{\partial P_1} \dots \dots \dots (14)$$

ب طرح المعادلة (١٤) من المعادلة (١٣)

$$\therefore \frac{\partial U}{\partial P_1} = \delta_1 \dots \dots \dots (15)$$

وهذا يعنى أن إزاحة النقطة (A) فى إتجاه الحمل (P_1) أى (δ_1) تساوى قيمة التفاضل الجزئى (Partial Derivative) لطاقة الإنفعال الكلية للمنشأ بالنسبة للقوة أو الحمل (P_1)

$$\delta_2 = \frac{\partial U}{\partial P_2} \quad , \quad \delta_3 = \frac{\partial U}{\partial P_3} \quad \text{وبالمثل}$$

$$\delta_n \frac{\partial U}{\partial P_n} \dots \dots \dots (15')$$

- هذا ويجب التنويه أن النظرية السابقة والمعادلة السابقة يمكن تطبيقها بنفس الأسلوب فى حالة ما إذا كانت القوة الخارجية عبارة عن إزدواج أو لى أو أى خليط من مجموعة قوى وإزدواج ، حيث فى هذه الحالة فإن زاوية الدوران عند أى نقطة تساوى قيمة التفاضل الجزئى لطاقة الإنفعال الكلية بالنسبة للإزدواج المؤثر عند هذه النقطة .
- إن نظرية كاستلياو ممثلة فى المعادلة العامة رقم (١٥) نصها كالاتى :
" إن قيمة التفاضل الجزئى لطاقة الإنفعال الكلية المكتسبة فى أى منشأ بالنسبة إلى أى من القوة المؤثرة تساوى قيمة الإزاحة أو التشكل عند نقطة التأثير بالقوة وذلك فى إتجاه القوة المؤثرة " .

٧-٦ طرق حساب الإزاحة (توزيع الكموات والقضبان المنحنية النحيفة) باستخدام طاقة

الإنفعال:

Methods of Displacement Computation (Deflection of Beams and thin Curved Bars) Using Strain Energy :

- كما أشرنا سابقاً بأن قيم طاقة الإنفعال نتيجة للقوى القاصة (S.F) والقوى العمودية (N.F) صغيرة بالمقارنة بتلك القيمة نتيجة لعزوم الانحناء (B.M) أى أنه على ضوء

STRAIN ENERGY THEORY AND METHODS OF DISPLACEMENT AND DEFORMATION COMPUTATION

المعادلة رقم (١١) فإنه يمكن تقدير قيمة طاقة الإنفعال (U) بدلالة الجزء الخاص بتأثير عزوم الإنحناء فقط وذلك فى حالات الكمرات ، الإطارات والعقود المسطحة والقضبان المنحنية ذات السمك النحيف .

• لذلك مما سبق كحالة عامة (ماعدا بعض الحالات الخاصة) فإننا سوف نهمل دائماً تأثير كل من القوى العمودية (N.F) والقوى القاصصة (S.F) وذلك عند حساب قيمة الترخيم للكمات المستقيمة والإطارات الجاسئة والقضبان المنحنية ذات الجدار النحيف .

$$i.e U = \int_0^{\lambda} \frac{M^2 dx}{2 EI} \dots\dots\dots (11')$$

بمعنى

٧-٦-١ فكرة طاقة الإنفعال STRAIN ENERGY CONCEPT :

• إن فكرة طاقة الإنفعال تستعمل فقط ويستفاد منها فى حالة ما إذا تعرض المنشأ إلى قوة واحدة فقط (Only One Force) حيث لا يصح ولا يجدى مبدأ التجميع (Superposition) فى مثل هذه الحالات .

وكما هو معروف فإن

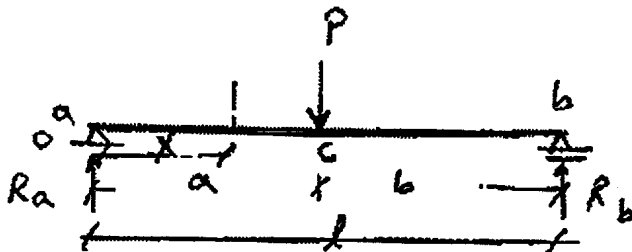
قيمة الشغل الخارجى المبذول = قيمة الشغل الداخلى المكتسب (طاقة الإنفعال)

$$i.e W = U$$

• وهذا يتضح من الأمثلة التالية :

مثال رقم (١) :

المطلوب حساب قيمة الترخيم الناتج تحت تأثير القوة الرأسية (P) التى تؤثر على كمره بسيطة الإرتكاز طولها (λ) وفى الموضع المبين بالشكل (٧-١٢) .



شكل (٧-١٢)

STRAIN ENERGY THEORY AND METHODS OF DISPLACEMENT AND DEFORMATION COMPUTATION

الحل :

يتم إيجاد قيم ردود الأفعال عند كل من الركائز وهى تساوى

$$R_a = \frac{P.b}{\lambda} , R_b = \frac{P.a}{\lambda}$$

- يتم حساب قيمة طاقة الإنفعال الكلية المكتسبة على الطول (λ) وذلك بأخذ الإعتبار القيمة الناتجة عن عزوم الإنحناء فقط كما ذكرنا وحيث أن عزم الإنحناء متغير على طول الكمره فيتم حساب قيمة طاقة الإنفعال المكتسبة للجزئين (ac) ، (cb) من الكمره .
- بالنسبة للجزء (ac) :

$$M_x = R_a \cdot X = \frac{P.b}{\lambda} \cdot X \quad 0 \leq X \leq a$$

$$\begin{aligned} \therefore U_{ac} &= \int_0^a \frac{M_x^2 dx}{2EI} = \frac{1}{2EI} \int_0^a \left(\frac{P.b}{\lambda} \cdot X \right)^2 \cdot dx \\ &= \frac{P^2 b^2 a^3}{6EI\lambda^2} * \end{aligned}$$

- وبالمثل بالنسبة للجزء (cb) :

$$M_x = R_b (\lambda - X) = \frac{P.a}{\lambda} (\lambda - X) \dots\dots\dots a \leq X \leq \lambda$$

$$\therefore U_{cb} = \frac{1}{2EI} \int_a^\lambda \left[\frac{P.a}{\lambda} (\lambda - X) \right]^2 \cdot dx = \frac{P^2 a^2 b^3}{6EI\lambda^2} \dots\dots\dots *$$

وحيث أن الطاقة المرنة الكلية المكتسبة فى الكمره وعلى كامل طولها (λ)

$$\begin{aligned} U_T = U_{ac} + U_{cb} &= \frac{P^2 a^2 b^2}{6EI\lambda^2} (a + b) \\ &= \frac{P^2 a^2 b^2}{6EI\lambda} \end{aligned}$$

وحيث أن قيمة الشغل الخارجى المبذول $W = \frac{1}{2} P \cdot \delta$

STRAIN ENERGY THEORY AND METHODS OF DISPLACEMENT AND DEFORMATION COMPUTATION

حيث (δ) هو مقدار الإزاحة الرأسية (الترخيم) في إتجاه القوة الرأسية المؤثرة (P) وبمساواة الشغل الخارجى بالداخلى

$$\therefore \frac{1}{2} P \cdot \delta = \frac{P^2 a^2 b^2}{6EI\lambda}$$

$$\delta = \frac{Pa^2 b^2}{3EI\lambda} \quad \text{ومنها } (\delta)$$

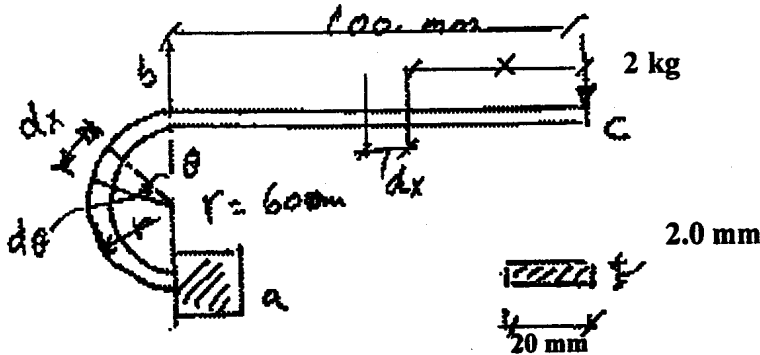
• وفى حالة ما إذا كان الحمل فى المنتصف أى $\frac{1}{2} = a = b$

$$\therefore \delta = \frac{P}{3} \times \frac{\lambda^2}{4} \times \frac{\lambda^2}{4EI\lambda} = \frac{P\lambda^3}{48EI}$$

وهى نفس القيمة السابق إيجادها وحسابها قبل ذلك

مثال رقم (٢) :

سوسته أى يابى من الصلب (abc) بالأبعاد المبينة بالشكل (١٣-٧) تم تثبيته كلياً عند نقطة (a) بالوضع المبين . فإذا ما أثرت قوة رأسية قدرها ٢ كجم إلى أسفل عند نهايته فى نقطة (c) المطلوب حساب قيمة الترخيم الرأسى المتولد عند هذه النقطة إذا علم أن $E = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$



شكل (١٣-٧)

STRAIN ENERGY THEORY AND METHODS OF DISPLACEMENT AND DEFORMATION COMPUTATION

الحل :

يتم تجزئة الياى إلى جزئين (bc) ، (ab)

- بالنسبة للجزء (bc) : بأخذ نقطة الأصل هى نقطة (c)

$$\therefore M_x = 2X$$

$$\therefore U_{bc} = \frac{1}{2EI} \int_0^{10} (2X)^2 dx = \frac{2 \cdot (10)^3}{3EI}$$

- بالنسبة للجزء (ab) :

$$\therefore M_x = 2(10 + 6 \sin \theta)$$

$$dx = 6d\theta$$

$$\begin{aligned} \therefore U_{ab} &= \frac{1}{2EI} \int_0^{\Pi} [2(10 + 6 \sin \theta)]^2 \cdot 6 \cdot d\theta \\ &= \frac{12}{EI} \int_0^{\Pi} (100 + 120 \sin \theta + 36 \sin^2 \theta) d\theta \\ &= \frac{12}{EI} [100\Pi + 240 + 18\Pi] = \frac{7328}{EI} \end{aligned}$$

وعليه فإن طاقة الإنفعال الكلية (U)

$$U = \frac{2000}{3EI} + \frac{7328}{EI} = \frac{7995}{EI}$$

وحيث أن الشغل الخارجى المبذول (W) يساوى $\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \delta_c$

$$\therefore W = U$$

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \delta_c = \frac{7995}{EI}$$

$$I = \frac{2 \times (0.2)^3}{12} \quad , \quad E = 2 \times 10^6 \quad \text{وبالتعويض عن قيمة}$$

$$\therefore \delta_c = \frac{7995 \times 12}{2 \times 10^6 \times 2 \times (0.2)^3} = 3.0 \text{ cm.}$$

STRAIN ENERGY THEORY AND METHODS OF DISPLACEMENT AND DEFORMATION COMPUTATION

٦-٢-٧ : تطبيق نظرية كاستليانو Application of Casigliano's Theorem

$$U = \int_0^{\lambda} \frac{M_x^2 dx}{2EI} \quad \bullet \text{ من المعادلة رقم (١١) حيث}$$

- فإذا ما كان المطلوب هو تعيين قيمة التشكل (الترخيم) عند نقطة ما والتي تؤثر عندها قوة قدرها (F) في إتجاه الترخيم المطلوب إذن تكون قيمة الترخيم كما ذكرنا سابقاً

$$\delta = \frac{\partial U}{\partial F} = \frac{1}{2EI} \int_0^{\lambda} \frac{\partial}{\partial F} (M_x^2) dx$$

وبفرض أن (I) قيمة ثابتة

$$\begin{aligned} \therefore \delta &= \frac{1}{2EI} \int_0^{\lambda} 2M_x \frac{\partial M}{\partial F} dx \\ &= \frac{1}{EI} \int_0^{\lambda} M \frac{\partial M}{\partial F} dx \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

- ملحوظة : إذا لم تكن هناك قوة (F) عند النقطة . المطلوب حساب الترخيم عندها فإنه يتم وضع حمل قدره (F) عند هذه النقطة يلى ذلك إستنتاج صيغة ومعادلة الترخيم بدلالة هذه القوة (F) ثم يتم التعويض بعد ذلك عن قيمة (F) تساوى صفراً فى هذه المعادلة فتنتج قيمة الترخيم المطلوب .

- وأيضاً فإن قيمة زاوية الدوران (θ) فى إتجاه عزم لى أو إزدواج قدره (m_o) تعادل

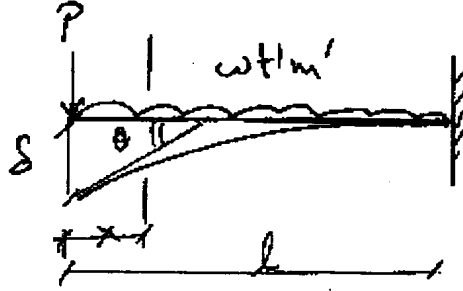
$$\theta = \frac{1}{EI} \int_0^{\lambda} M \frac{\partial M}{\partial m_o} dx \dots\dots\dots (17)$$

- هذا وتجدر الإشارة أن هذه الطريقة عادة ما تستخدم فى حل الكمرات والمنشآت الغير محددة إستاتيكيّاً (Statically Indeterminate Structures) حيث قيمة الإزاحة أو التشكل عند مقاطعات محددة ومعينة تساوى صفراً بمعنى $\frac{\partial U}{\partial F} = 0$ عند نقطة تأثير الحمل (F) وفى إتجاه تأثيره .

STRAIN ENERGY THEORY AND METHODS OF DISPLACEMENT AND DEFORMATION COMPUTATION

مثال رقم (١) :

المطلوب حساب قيمة الترخيم وميل المماس لمنحنى الترخيم عند نهاية الكمرة الكابولية المعرضة للأحمال المبينة بالشكل (١٤-٧) .



شكل (١٤-٧)

الحل :

- (a) لإيجاد قيمة الترخيم (δ) عند نهاية الكابولي حيث توجد قوة مؤثرة رأسية (P) فى إتجاه الترخيم الرأسى (δ) فإذا لم تكن هناك قوة موجودة فإننا نتخيل أن هناك قوة قدرها (P) وتوجد قيمة الترخيم بدلالة هذه القوة ثم يتم وضع قيمة (P) فى صيغة معادلة الترخيم .

- (b) لحساب وإيجاد قيمة ميل المماس فإننا نتخيل وضع عزم إزدواج قدره (m_0) عند النقطة المطلوب عندها حساب هذا الميل وفى النهاية يتم التعويض عن قيمة (m_0) = صفراً فى الصيغة النهائية التى تعبر عن قيمة الميل .

$$\therefore \delta = \frac{\partial U}{\partial P} = \int_0^l \frac{M_x}{EI} \cdot \frac{\partial U}{\partial P} \cdot dx \quad - (a)$$

حيث : (M_x) قيمة عزم الإنحناء لقطاع على بعد (x)

$$i.e M_x = -P \cdot x - \frac{wx^2}{2}$$

والتفاضل الجزئى لعزم الإنحناء بالنسبة لـ (P) = $-\frac{\partial M}{\partial P} = -x$

STRAIN ENERGY THEORY AND METHODS OF DISPLACEMENT AND DEFORMATION COMPUTATION

$$\begin{aligned}\therefore \delta &= \frac{1}{EI} \int_0^{\lambda} - \left[P \cdot x + \frac{wx^2}{2} \right] \cdot (-x) dx \\ \therefore \delta &= \frac{1}{EI} \int_0^{\lambda} \left(Px^2 + \frac{wx^3}{2} \right) \cdot dx \\ &= \frac{1}{EI} \left(\frac{P \lambda^3}{3} + \frac{w \lambda^4}{8} \right) \dots \dots \dots * \end{aligned}$$

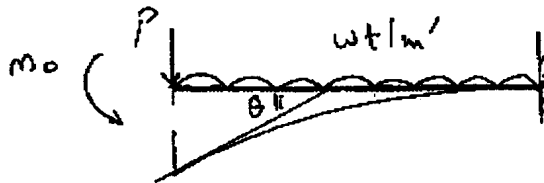
ملحوظة : إذا ما تم تحميل الكمره فقط بحمل موزع قدره (w) فيتم وضع (P = 0) فى المعادلة وهذا يعنى أن

$$\delta = \frac{w \lambda^4}{8 EI} *$$

وبالمثل إذا ما تم تحميل الكمره فقط بحمل مركز (P) عند النهاية فيتم وضع (w = 0) فى المعادلة السابقة وهذا يعنى أن

$$\delta = \frac{P \lambda^3}{3 EI} *$$

- (b) لإيجاد قيمة ميل المماس (θ) عند نهاية الكابولى فيتم وضع عزم خارجى إفتراضى أو تخيلى قدره (m₀) كما ذكرنا عند نهاية الكابولى كما هو موضح بالشكل (١٥-٧) .



شكل (١٥-٧)

وبتطبيق معادلة كاستليانو

$$\therefore \theta = \frac{\partial U}{\partial m_0} = \frac{1}{EI} \int_0^{\lambda} M_x \frac{\partial M_x}{\partial m_0} \cdot dx$$

STRAIN ENERGY THEORY AND METHODS OF DISPLACEMENT AND DEFORMATION COMPUTATION

حيث : (M_x) قيمة عزم الإنحناء عند نقطة على بعد (x) من النهاية

$$i.e M_x = -m_o - P.x - \frac{wx^2}{2}$$

$$\therefore \frac{\partial M_x}{\partial m_o} = -1$$

$$\begin{aligned} \therefore \theta &= \frac{1}{EI} \int_0^\lambda \left(P.x + \frac{wx^2}{2} \right) (-1) dx \\ &= \frac{1}{EI} \int_0^\lambda \left(P.x + \frac{wx^2}{2} \right) dx = \frac{P\lambda}{2EI} + \frac{w\lambda}{6EI} * \end{aligned}$$

أيضاً إذا ما كان $P = 0$

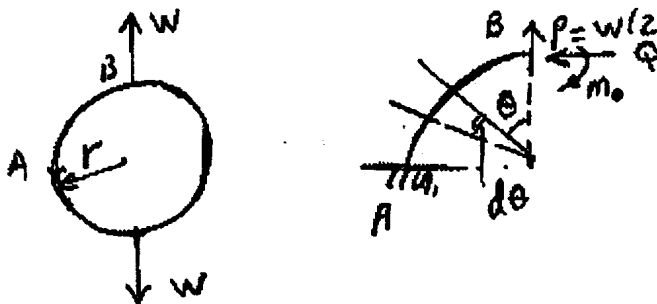
$$\therefore \theta = \frac{w\lambda^3}{6EI} \quad (\text{الكمره محملة بحمل موزع فقط})$$

وإذا ما كان $w = 0$

$$\therefore \theta = \frac{P\lambda^2}{2EI} \quad (\text{الكمره محملة بحمل مركز P فقط})$$

مثال رقم (٢) :

حلقة معايرة نحيفة ذات قطر (r) تعرضت إلى قوة شد في إتجاه قطرها قدرها (w) كما هو موضح بالشكل (٧-١٦) ، المطلوب حساب مقدار الزيادة في قطرها في إتجاه تأثير هذه القوة (w) وأيضاً مقدار النقص في القطر العمودي على إتجاه تأثير هذه القوة .



شكل (٧-١٦)

STRAIN ENERGY THEORY AND METHODS OF DISPLACEMENT AND DEFORMATION COMPUTATION

الحل :

لتبسيط الحل فإننا نتعامل فقط مع ربع هذه الحلقة (AB) كما هو موضح وهذا الربع حلقة مثبتة عند منتصفه لأحد الجوانب عند نقطة (A) ومعرض إلى قوة رأسية $p = \frac{w}{2}$ عند النهاية العليا (B) .

• بالتعامل مع تشكل الحلقة نتيجة لفعل قوة الشد (w) وبسبب إستمرارية الحلقة عند نقطة (A) فإن المماس يجب أن يظل أفقياً وبالتالي يجب أن يكون هناك عزم قدره (m_0) مؤثر لهذا الغرض أو بمعنى آخر نتيجة لفعل هذا الربع فإنه سوف تظهر الأفعال الداخلية (straining actions) ممثلة في (Q) ، N ، M حيث $M = m_0$ ، (Q) = (N) ، القوة القاصة تساوى $p = \frac{w}{2}$.

• وحيث أن الزيادة في القطر الرأسى للحلقة يعادل ضعف ترخيم نقطة (B) الرأسى بالنسبة لنقطة (A) فى ربع الحلقة وأن النقص فى القطر الأفقى للحلقة يعادل ضعف الحركة الأفقية لنقطة (B) بالنسبة إلى نقطة (A) ولهذا الغرض فإنه من الضرورى إضافة قوة قدرها (Q) ذات قيمة تساوى صفراً .

• بإعتبار وأخذ نقطة (A) كنقطة أصل ، فإن قيمة عزم الإنحناء عند أى قطاع $\therefore M = m_0 - P \cdot r \sin \theta - Q \cdot r (1 - \cos \theta)$

$$، \frac{\partial M}{\partial m_0} = 1 ، \frac{\partial M}{\partial P} = -r \sin \theta ، \frac{\partial M}{\partial Q} = -r (1 - \cos \theta)$$

$$، dx = r d\theta$$

• يتم تقدير قيمة الدوران فى إتجاه عزم الإنحناء (m_0)

$$\therefore \theta = \frac{\partial U}{\partial m_0} = \frac{1}{EI} \int_0^{\lambda} M \frac{\partial M}{\partial m_0} dx$$

• وحيث أنه لا يوجد دوران فى إتجاه تأثير (m_0) - (ميل المماس يساوى صفر لمنحنى التشكل) .

$$\text{i.e } \theta = 0$$

وبالتعويض عن قيم (M) ، $\frac{\partial M}{\partial m_0}$ ، dx

STRAIN ENERGY THEORY AND METHODS OF DISPLACEMENT AND DEFORMATION COMPUTATION

$$\therefore \theta = \frac{1}{EI} \int_0^{\pi/2} (m_o - P.r.\sin \theta) \times 1 \times r.d\theta = 0$$

وبتكامل هذه المعادلة ومساواتها بالصفر ينتج قيمة (m_o)

$$i.e m_o = \frac{2Pr}{\pi} = \frac{wr}{\pi} \quad *$$

- ولإيجاد قيمة مقدار الزيادة في القطر في إتجاه القوة (W) فإن هذه الزيادة تساوى ضعف الإزاحة أو الترخيم الرأسى عند نقطة (B).

وحيث أن الترخيم الرأسى عند نقطة (B) يساوى $\frac{\partial U}{\partial P}$

$$\begin{aligned} \ominus \frac{\partial U}{\partial P} &= \frac{1}{EI} \int_0^{\pi} M_x \frac{\partial M}{\partial P} . dx \\ &= \frac{1}{EI} \int_0^{\pi} \left[\frac{2Pr}{\pi} - Pr \sin \theta \right] \times (-r \sin \theta) . r . d\theta \\ &= \frac{Pr^3}{EI} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{2}{\pi} \right) = 0.0742 \frac{Wr^3}{EI} \end{aligned}$$

∴ قيمة الزيادة في القطر في الإتجاه الرأسى $\delta_v = 2 \frac{\partial U}{\partial P}$

$$i.e \delta_v = 2 \times 0.0742 \frac{Wr^3}{EI} = 0.1484 \frac{Wr^3}{EI} \quad *$$

- ولإيجاد قيمة مقدار النقص في القطر في الإتجاه الأفقى (δ_h) فإنه يعادل ضعف الإزاحة الأفقية عند نقطة (B) في إتجاه القوة (Q)

STRAIN ENERGY THEORY AND METHODS OF DISPLACEMENT AND DEFORMATION COMPUTATION

$$\begin{aligned}
 i.e \delta_h &= 2 \frac{\partial U}{\partial Q} = \frac{2}{EI} \int_0^{\lambda} M \frac{\partial M}{\partial Q} \cdot dx \\
 &= \frac{2}{EI} \int_0^{\pi/2} \left[\frac{2Pr}{\Pi} - Pr \sin \theta \right] [-r(1 - \cos \theta)] r \cdot d\theta \\
 &= \frac{2Pr^3}{EI} \left(\frac{2}{\Pi} - \frac{1}{2} \right) = 0.137 \frac{wr^3}{EI} *
 \end{aligned}$$

٧-٧ طريقة حمل الدمية (العمل التخيلي) أو تكامل مور :

Dummy Load Method or Mohr's Integral :

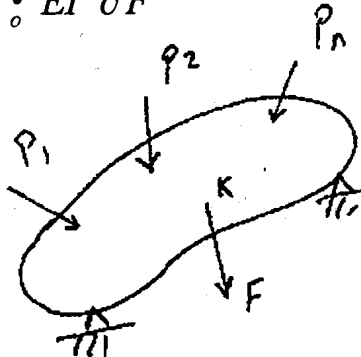
- بفرض أن جسم مرن في حالة إتزان تحت تأثير الأحمال المؤثرة عليه وهي (P_1) ، (P_2) ، (P_3) وأيضاً حمل قدره (F) يؤثر عند نقطة (K) ، فإنه طبقاً لنظرية كاستليانو فإن مركبة التشكل عند النقطة (K) في إتجاه عمل القوة (F) يمكن تقديره ويساوي δ_{KF}

$$\delta_{KF} = \frac{\partial U}{\partial F} \dots \dots \dots (15')$$

- وبإهمال تأثير كل من القوى العمودية والقوى القاصصة عند حساب قيمة طاقة الإنفعال في حالة الكمرات والإطارات بمعنى أن

$$\Theta U = \text{strain energy} = \int_0^{\lambda} \frac{M^2}{2EI} \cdot dx$$

$$\therefore \delta_{KF} = \int_0^{\lambda} \frac{M}{EI} \frac{\partial M}{\partial F} dx \dots \dots \dots (16')$$



STRAIN ENERGY THEORY AND METHODS OF DISPLACEMENT AND DEFORMATION COMPUTATION

- بفرض وحدة الأحمال (unit load) تم تأثيره عند نقطة (K) بدلاً من القوة والحمل (K) وبفرض أن هذا الحمل هو الحمل الوحيد المؤثر على الجسم المرن فإذا ما فرضنا (M) هو قيمة عزم الإنحناء عند أى قطاع فإن قيمة هذا العزم يساوى مجموع العزوم نتيجة للقوى (P_i) والقوة (F)

$$\text{i.e } M = M_{P_i} + M_F$$

- أيضاً إذا ما كان (m₁) يساوى قيمة عزم الإنحناء الناتج من وحدة الأحمال عند نقطة (K) إذن $M_F = F \cdot m_1$ وعليه فإن $M = M_{P_i} + F \cdot m_1$

$$\frac{\partial M}{\partial F} = m_1 \dots\dots\dots (17) \quad \text{وأيضاً قيمة}$$

$$m_1 = \frac{\partial M}{\partial F} \quad \text{وبالتعويض فى المعادلة (16') عن}$$

$$\therefore \delta_{KF} = \int_0^L \frac{M m_1}{EI} dx \dots\dots\dots (18)$$

- وبالنظر إلى المعادلة رقم (18) والتي تمثل طريقة عددية لإيجاد التفاضل الجزئى (partial derivatives) لعزم الإنحناء بالنسبة للقوى المؤثرة (F) ، ومما هو معلوم فإن المشتقات أو التفاضل الجزئى يمكن إيجاده عن طريق حساب عزوم الإنحناء الناتجة عن وحدة الأحمال المؤثرة عند النقطة المطلوب حساب الترخيم عندها فى إتجاه الترخيم المطلوب حسابه .

- هذا وتعرف المعادلة رقم (18) بمعادلة مور وأن طريقة حساب الإزاحة فى الكمرات باستخدام هذه المعادلة يمكن إجراؤه بالخطوات التالية :

- يتم حساب وتقدير قيمة عزوم الإنحناء (M) نتيجة للأحمال المؤثرة عند أى مقطع إختيارى بدلالة إتجاه المحور (x) المفروض فى الجسم .
- يتم وضع حمل خارجى قدره الوحدة المسبب لطبيعة ونوع الإزاحة أو التشكل المطلوب بمعنى وضع حمل قدره واحد طن مركز عند حساب قيمة الترخيم وعزم إنحناء قدره

STRAIN ENERGY THEORY AND METHODS OF DISPLACEMENT AND DEFORMATION COMPUTATION

واحد طن.م عند حساب زاوية الدوران وذلك عند النقطة المراد حساب التشكل عندها وفي الإتجاه المطلوب .

- يتم حساب قيمة عزم الإنحناء نتيجة لوحدة الأحمال (m_1) لنفس المقطع عند نفس الموضع على بعد (x) من نقطة الأصل المفروضة .

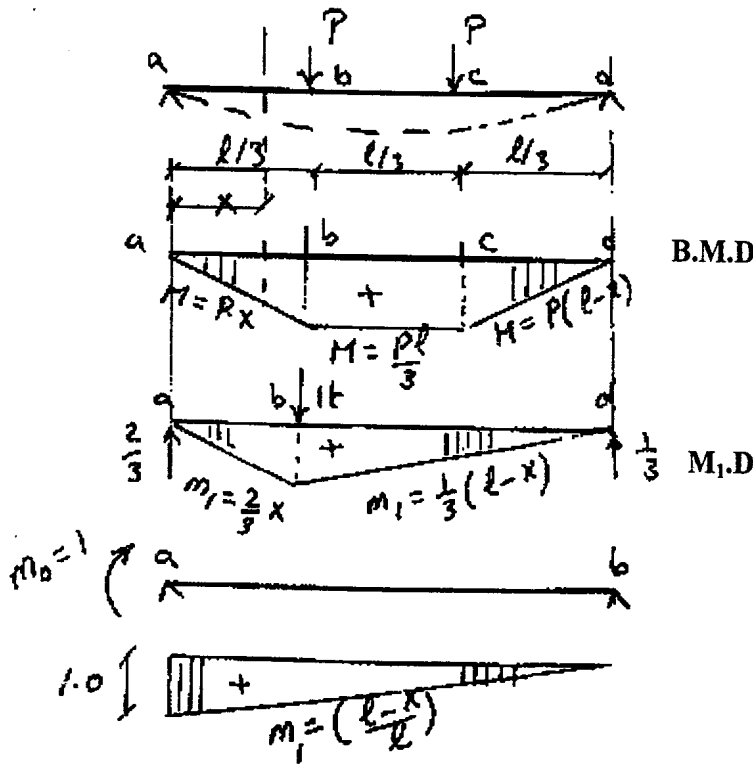
- يتم التعويض عن قيم (M) ، (m_1) في المعادلة رقم (١٨) بلى ذلك إجراء تكامل لهذه الصيغة وذلك لكل العناصر المكونة للمنشأ ككل فنحصل على قيمة التشكل المطلوب .

ملحوظة : إذا ما تم الحصول على قيمة (δ_{KF}) بإشارة موجبة يعنى هذا أن إتجاه فرض وحدة الأحمال صحيح وفي الإتجاه المضبوط لإتجاه الترخيم أما إذا كانت قيمة (δ_{KF}) سالبة فهذا يعنى أن الترخيم فى إتجاه معاكس لإتجاه وحدة الأحمال المفروضة .

مثال :

المطلوب حساب قيمة الترخيم عند نقطة (b) وميل المماس عند نقطة (a) للكمرة البسيطة الإرتكاز المحملة بحملين متساويين عند نقطتى المثلث للكمرة .

الحل :



شكل (١٧-٧)

STRAIN ENERGY THEORY AND METHODS OF DISPLACEMENT AND DEFORMATION COMPUTATION

- يتم إيجاد قيم ردود الأفعال للأحمال الخارجية المؤثرة ثم رسم منحنى توزيع عزوم الإنحناء على كامل الكمرة (B.M.D).
- لإيجاد الترخيم الرأسى عند نقطة (b) يتم وضع حمل مركز رأسى عند نقطة (b) إتجاهه إلى أسفل كما هو موضح ثم يتم رسم منحنى توزيع عزوم الإنحناء الناتج من هذا الحمل على كامل طول الكمرة (m₁. D).
- ومن المعادلة المعروفة للتخيم

$$\delta_b = \int_0^{\lambda} \frac{M m_1 dx}{EI}$$

وحيث أن قيمة (M) متغيرة بدلالة (x) ، (m₁) متغيرة بدلالة (x) أيضاً حيث

$$\left. \begin{aligned} M_x &= P \cdot x \\ m_1 &= \frac{2}{3} x \end{aligned} \right\} 0 \leq x \leq \lambda/3$$

$$\left. \begin{aligned} M_x &= \frac{P\lambda}{3} \\ m_1 &= \frac{1}{3}(\lambda - x) \end{aligned} \right\} \lambda/3 \leq x \leq \frac{2}{3}\lambda$$

$$\left. \begin{aligned} M_x &= P(\lambda - x) \\ m_1 &= \frac{1}{3}(\lambda - x) \end{aligned} \right\} \frac{2}{3}\lambda \leq x \leq \lambda$$

وبالتعويض عن هذه القيم فى معادلة الترخيم

$$\begin{aligned} \therefore \delta &= \frac{1}{EI} \int_0^{\lambda/3} (Px) \left(\frac{2}{3} x \right) dx + \frac{1}{EI} \int_{\lambda/3}^{2/3\lambda} \left(\frac{P\lambda}{3} \right) \cdot \frac{1}{3} (\lambda - x) dx \\ &+ \frac{1}{EI} \int_{2/3\lambda}^{\lambda} P(\lambda - x) \frac{1}{3} (\lambda - x) dx \\ &= \frac{P\lambda^3}{EI} \left[\frac{2}{9 \times 27} + \frac{1}{9 \times 6} + \frac{1}{9 \times 27} \right] = \frac{5}{162} \frac{P\lambda^3}{EI} \dots\dots\dots * \end{aligned}$$

STRAIN ENERGY THEORY AND METHODS OF DISPLACEMENT AND DEFORMATION COMPUTATION

- ولإيجاد قيمة الدوران أو ميل المماس (θ) عند نقطة (a) يتم وضع عزم إنحناء موجب قدره ($m_0 = 1 \text{ m.t}$) عند نفس النقطة (a) ويتم رسم منحنى توزيع العزوم نتيجة لهذا العزم ($m_0 = 1$) وعليه فإن قيمة (θ) تساوى

$$\theta_a = \int_0^{\lambda} \frac{M m_1 dx}{EI}$$

وبالتعويض عن قيمة (M_x) ، (m_1) على الأجزاء الثلاثة الخاصة بالكمره

$$\begin{aligned} \therefore \theta_a &= \frac{1}{EI} \int_0^{\lambda/3} (Px) \frac{(\lambda-x)}{\lambda} dx + \int_{\lambda/3}^{2/3\lambda} \frac{P\lambda}{3} \left(\frac{\lambda-x}{\lambda} \right) dx \\ &+ \int_{2/3\lambda}^{\lambda} P(\lambda-x) \frac{(\lambda-x)}{\lambda} dx \\ &= \frac{P\lambda^2}{EI} \left[\frac{7}{27 \times 6} + \frac{1}{18} + \frac{1}{27 \times 3} \right] = \frac{P\lambda^2}{9EI} * \end{aligned}$$

ملحوظة هامة : بالنظر إلى إشارات كل من (δ) وهى موجبة فهذا دليل على أن الترخيم الحادث إلى أسفل فى إتجاه الواحد طن المفروض وأيضاً قيمة (θ) موجبة فهذا يعنى أن إتجاه ميل المماس موجب أى فى نفس الإتجاه المفروض لوحدة عزوم الإنحناء (m_0) والعكس صحيح .

٧-٨ - قاعدة فيرشكاغين لحساب قيمة تكامل مور:

VERESHTHAGINE RULE FOR EVALUATING MOHR'S INTEGRAL:

- كما هو واضح من المثال السابق فإن إيجاد قيمة الترخيم باستخدام طريقة الحمل الدمية

أو الحمل التخيلي فإن الحل بإتباع تكاملات مورز $\int_0^{\lambda} \frac{M m_1 dx}{EI}$ يحتوى على عناء

وصعوبة ووقت فى الحل الرياضى الأمر الذى أدى إلى إبتكار طريقة شبه رياضية للتغلب على هذه الصعاب فى حل قيمة التكاملات كما يلى :

- بفرض قيمة عزم الإنحناء (B.M) نتيجة للأحمال المؤثرة على جزء من الكمره طوله ($x_2 - x_1$) معبراً عنها بصورة عامة بالدلالة

STRAIN ENERGY THEORY AND METHODS OF DISPLACEMENT AND DEFORMATION COMPUTATION

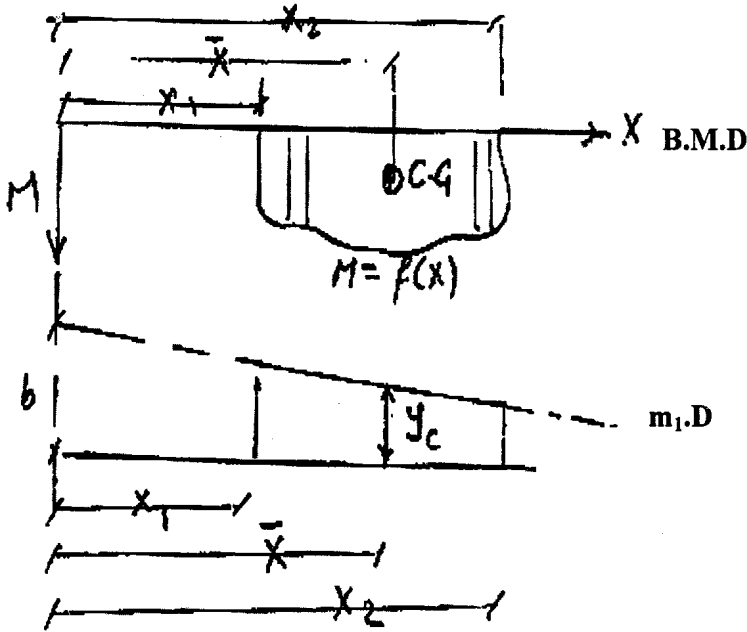
$$M = f(x)$$

كما هو موضح بالشكل .

• بفرض أيضاً أن قيمة عزوم الإنحناء الناتج من وحدة الأوزان يختلف على هذا الطول

ويتبع علاقة خطية ممكن التعبير عنها بالمعادلة $m = a x + b$

كما هو موضح بالشكل (١٨-٧) .



شكل (١٨-٧)

إذن قيمة التكامل $\int \frac{M m_1 dx}{EI}$ يساوى

$$= \frac{1}{EI} \left[a \int_{x_1}^{x_2} M x dx + b \int_{x_1}^{x_2} M dx \right]$$

وحيث أن قيمة $\int_{x_1}^{x_2} M dx$ = المساحة تحت منحنى عزوم الإنحناء (B.M.D) للجزء

المحصور بين (x_1) ، (x_2) تحت الاعتبار $A =$

STRAIN ENERGY THEORY AND METHODS OF DISPLACEMENT AND DEFORMATION COMPUTATION

وقيمة التكامل $\int_{x_1}^{x_2} Mx \, dx =$ قيمة العزم الأول الإستاتيكي لهذه المساحة (A) بالنسبة للخط المستقيم العمودي على محور هذه الكمرة ويمر بمركز ثقلها أى يساوى $(\bar{X} \cdot A)$ حيث : (\bar{X}) هو قيمة الإحداثى الأفقى لمركز ثقل مساحة منحنى عزم الإنحناء (BMD) عند نقطة الأصل .

$$\begin{aligned} i.e \int_{x_1}^{x_2} \frac{M m_1}{EI} dx &= \frac{1}{EI} [a A\bar{x} + bA] \\ &= \frac{1}{EI} [A(a\bar{x} + b)] \end{aligned}$$

وحيث أن قيمة $(a\bar{x} + b)$ تعادل وتعبّر عن قيمة الإحداثى الرأسى (y_c) لمنحنى عزم الإنحناء نتيجة لوحدة الأحمال (m_1) عند المقطع المناظر

$$i.e \int_{x_1}^{x_2} \frac{M m_1}{EI} dx = \frac{1}{EI} [A \cdot y_c] \dots\dots\dots (19)$$

وهذا يعنى أن قيمة تكامل مور تساوى حاصل ضرب مساحة منحنى عزم الإنحناء نتيجة للأحمال الخارجية \times قيمة الإحداثى الرأسى لقيمة عزم الإنحناء نتيجة لحمل قدره الوحدة مباشرة تحت مركز ثقل مساحة عزم الإنحناء .

• هذا وتجدر الإشارة إلى أنه لتعيين وتقدير قيمة الإزاحة أو الترخيم لأى كمرة عند أى نقطة فإن المعادلة رقم (١٩) يمكن تطبيقها على كل أجزاء الكمرة بمعنى أن :

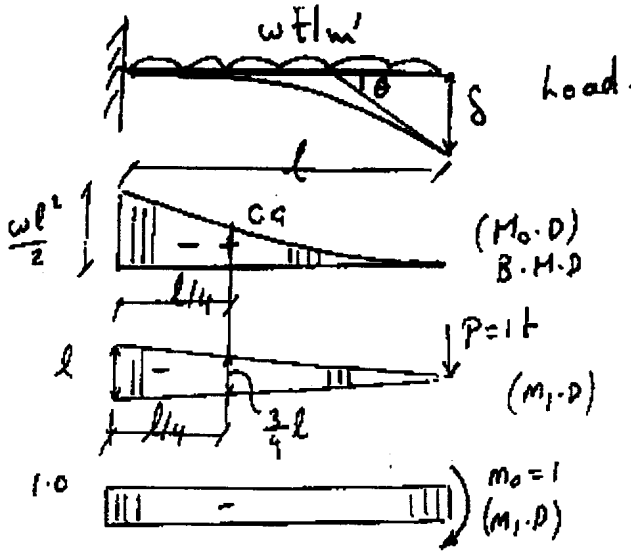
$$\delta = \frac{1}{EI} \sum A \cdot y_c \dots\dots\dots (20)$$

كما سوف يرد فى الأمثلة التالية .

مثال رقم (١) :

المطلوب حساب قيمة الترخيم وميل المماس عند نهاية الكمرة الكابولية المبينة بالشكل (٧-٧) والمحملة بحمل موزع بانتظام قدره w/m' .

STRAIN ENERGY THEORY AND METHODS OF DISPLACEMENT AND DEFORMATION COMPUTATION



شكل (٧-١٩)

الحل :

- يتم رسم منحنى (B.M.D) .
 - يتم وضع (P = 1 t) عند نقطة النهاية ويتم رسم (m₁. D) .
 - يتم وضع (m₀ = 1 m.t) عند نقطة النهاية ويتم رسم (m₁.D) .
- وباستخدام الطريقة السابقة فإن

$$\delta = \int_0^{\lambda} \frac{M m_1 dx}{EI} = \frac{1}{EI} [A \cdot y_c]$$

حيث (A) = مساحة منحنى عزم الإنحناء (m₀ . D) ، (y_c) مقدار الإحداثى الرأسى لمنحنى (m₁.D) نتيجة لحمل (١ طن) تحت مركز ثقل مساحة منحنى عزم الإنحناء (m₀ . D) مع الأخذ فى الاعتبار الإشارات

$$A = \frac{1}{3} \left(-\frac{w\lambda^2}{2} \right) \lambda , y_c = -\frac{3}{4} \lambda$$

$$\therefore \delta = \frac{1}{EI} \left[-\frac{w\lambda^3}{6} \times \left(-\frac{3}{4} \lambda \right) \right] = \frac{+w\lambda^4}{8EI} \quad (\downarrow)$$

STRAIN ENERGY THEORY AND METHODS OF DISPLACEMENT AND DEFORMATION COMPUTATION

بإشارة موجبة أى إلى أسفل كما هو مفروض إتجاه الحمل الـ (١) طن وميل المماس (θ) يساوى

$$\theta = \frac{1}{EI} [A.y_c]$$

حيث (y_c) فى هذه الحالة يعادل قيمة الإحداثى الرأسى لمنحنى عزم الإنحناء نتيجة لعزم يساوى الواحدة ($m_o = 1 \text{ m.t}$) وهو يساوى فى هذه الحالة (- 1.0)

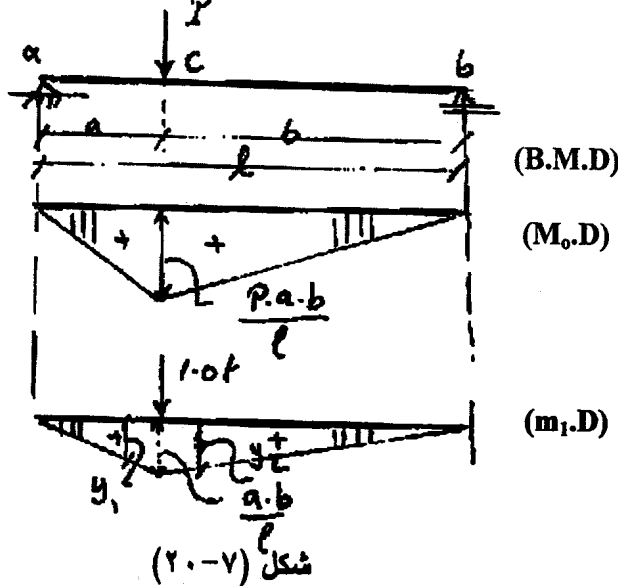
$$\therefore \theta = \frac{1}{EI} \left[-\frac{w\lambda^3}{6} \right] \times (-1) = \frac{+w\lambda^3}{6EI} \quad (+ve)$$

بإشارة موجبة أى فى نفس الإتجاه المفروض به ($m_o = 1 \text{ m.t}$) .

ملحوظة : إذا ما كان منحنى عزوم الإنحناء سواء لـ ($m_o.D$) أو لوحدة الأحمال ($m_1.D$) هى منحنيات غير مستمرة فإنه فى هذه الحالة يمكن تقسيم التكامل إلى عدة أجزاء حسب عدم الإستمرارية كما سوف يتضح فى الأمثلة التالية :

مثال رقم (٢) :

للحمل المركز (P) المؤثر عند نقطة (a) فى الكرة البسيطة الإرتكاز ذات الطول (λ) المطلوب حساب قيمة الترخيم تحت هذا الحمل المركز - شكل (٧-٢٠) .



الحل : حيث أن منحنى عزوم الإنحناء غير مستمر فقد تم تقسيمه إلى جزئين كما هو موضح فعليه فإن

STRAIN ENERGY THEORY AND METHODS OF DISPLACEMENT AND DEFORMATION COMPUTATION

$$\delta_c = \frac{1}{EI} \sum A \cdot y_c$$

$$\delta_c = \frac{1}{EI} [A_1 \cdot y_{1c} + A_2 \cdot y_{2c}]$$

$$A_1 = \frac{1}{2} \frac{P \cdot a^2 b}{\lambda}, \quad A_2 = \frac{1}{2} \frac{P a b^2}{\lambda}, \quad y_{1c} = \frac{2}{3} \frac{ab}{\lambda}$$

$$y_2 = \frac{2}{3} \frac{ab}{\lambda}$$

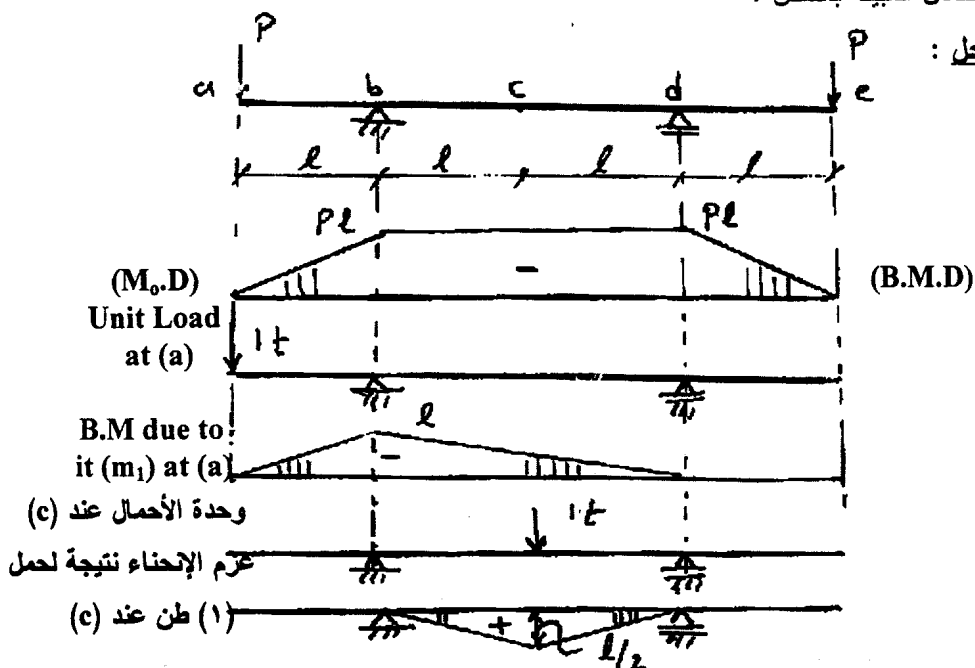
$$\therefore \delta_c = \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{2} \frac{P \cdot a^2 b}{\lambda} + \frac{1}{2} \frac{P a b^2}{\lambda} \right] \times \frac{2}{3} \frac{ab}{\lambda}$$

$$= \frac{P a^2 b^2}{3 EI} \dots \dots \dots *$$

مثال رقم (٣) :

المطلوب حساب قيم الترخيم عند النقاط (a) ، (c) للكمرة الموضحة (abcde) والمعرضة إلى الأحمال المبينة بالشكل .

الحل :



شكل (٧-٢١)

STRAIN ENERGY THEORY AND METHODS OF DISPLACEMENT AND DEFORMATION COMPUTATION

- يتم رسم منحنى عزوم الإنحناء للكمرة نتيجة للأحمال الخارجية (B.M.D) (m₀.D) .
- لإيجاد الترخيم عند نقطة (a) يتم وضع حمل رأسى قدره ١,٠٠ طن إلى أسفل عند النقطة (a) ويتم رسم منحنى عزم الإنحناء نتيجة لهذا الحمل على كامل طول الكمرة (m₁.D) .

- لإيجاد الترخيم عند نقطة (c) يتم وضع حمل رأسى قدره ١,٠٠ طن إلى أسفل عند نقطة (c) ويتم رسم منحنى عزم الإنحناء نتيجة لهذا الحمل على كامل طول الكمرة (m₁.D) .

• وباستخدام المعادلة $\delta = \frac{1}{EI} \sum [A \cdot y_c]$

يتم إيجاد الترخيم عند كل من (a) ، (c) كالآتى :-

$$\therefore \delta_a = \frac{1}{EI} \left[\left(-\frac{1}{2} P \lambda^2 \right) \left(-\frac{2}{3} \lambda \right) + \left(-2 P \lambda^2 \right) \left(-\lambda / 2 \right) \right]$$

$$= \frac{1}{EI} \left[\frac{P \lambda^3}{3} + P \lambda^3 \right] = \frac{4}{3} \frac{P \lambda^3}{EI} \quad (\downarrow)$$

بإشارة موجبة أى الإتجاه المفروض صحيح

$$\delta_c = \frac{1}{EI} \left[\left(-P \lambda^2 \right) \left(+\frac{1}{2} \frac{\lambda}{2} \right) \times 2 \right] = -\frac{P \lambda^3}{2 EI} \quad (-ve)$$

بإشارة سالبة وهذا معناها أن الترخيم عند نقطة (c) إلى أعلى فى عزم إتجاه القوة المفروضة عند نقطة (c) .



٨-١ تعريف DEFINITION :

• ليس هناك تعريف عام ومحدد حتى الآن لكلمة الصلادة ولكن يمكن القول بأن صلادة أى معدن هى الخاصية التى تمكن المعدن من الإحتفاظ بشكل سطحه سليماً ومتماسكاً تحت تأثير الأحمال الخارجية الأمر الذى يمكن تعريف الصلادة بأنها قدرة سطح المعدن على مقاومة الخدش (Scratching) أو مقاومة البرى (Abrasion) أى مقاومة التآكل نتيجة للإحتكاك أو مقاومة القطع (Cutting) أو مقاومة حدوث علامة به (Indentation) وهذا التعريف من وجهة النظر الهندسية لا يمكن إعتباره تعريفاً عاماً حيث أنه لبعض المعادن مثل الصلب المنجنيزى له مقاومة قليلة وضعيفة لحدوث علامة به وفى نفس الوقت له القدرة على مقاومة البرى بدرجة عالية الأمر الذى يتبين منه أنه حتى الآن لا يوجد تعريف أساسى ومحدد يعرف ويحدد هذه الخاصية وينطبق على كل المعادن ، وبالرغم من هذا فقد أمكن إيجاد طرق لمقارنة ما يعرف بالصلادة النسبية للمعادن بعضها لبعض ، وقد تم تعريف الصلادة طبقاً لهذه الطرق كما يلى :

- صلادة العلامة (Indntation Hardness) :

وهى الخاصية التى تعبر عن مقاومة المعدن لحدوث علامة به نتيجة لتحميله بحمل خارجى إستاتيكي أو ديناميكي .

- صلادة الارتداد (Rebound Hardness) :

وهى الخاصية التى تعبر عن قدرة المعدن على إختزان الطاقة وإمتصاصها وإعادتها ثانياً لأحمال الصدم المؤثرة على المعدن مسببة إرتداد لهذه الطاقة الممتصة (أى رجوعيتها) وهذه الطاقة تكبر قيمتها كلما كبرت صلادة المعدن .

- صلادة الخدش (Scratch Hardness) :

وهى الخاصية التى تعبر عن مقاومة المادة للخدش .

- صلادة التآكل (Wear or Abrasion Hardness) :

وهي الخاصية التي تعبر عن مقاومة المعدن أو المادة للبرى والتآكل نتيجة للإحتكاك .

- صلادة التشغيلية بالماكينات (Machineability Hardness) :

وهي الخاصية التي تعبر عن مقاومة المعدن للتشغيل بالماكينات مثل عمليات القطع (Cutting) أو النقب (Drilling) أو القص إلخ .

• مما سبق يتبين أن هناك تبايناً واضحاً في تعريف وتحديد خاصية الصلادة والتي تختلف في معناها وهدفها ، وبالرغم من هذا التباين والتباعد بين كل منها إلا أن كل تعريف وخاصية لها فائدة محددة وكبيرة في المقارنة بين المعادن المختلفة عند إستخدامها في أغراض التشغيل المختلفة فمثلاً صلادة العلامة لها أهميتها في مقارنة صلادة ألواح المدرعات الحربية لمقاومة إختراق القذائف بينما صلادة الإرتداد تستخدم في إختبار المعادن ذات الصلادة المناسبة للليايات لقياس قدرتها على إمتصاص الطاقة ، و صلادة الخدش تستعمل في تقدير صلادة المعادن في عمليات البرى وعند تعرض المعادن للخدش أثناء التشغيل ، أما صلادة البرى فلها أهميتها في تحديد صلادة المعادن اللازمة لسطوح عجلات القطارات والقضبان الحديدية حتى تكون ذات مقاومة كافية للتآكل نتيجة للإحتكاك ، هذا وأن صلادة التشغيلية بالماكينات ذات فائدة قيمة عند تشكيل المعادن بالمخرطة والمثقاب وغيرها بأعمال الورش الميكانيكية .

• ومما هو جدير بالذكر فإن إستخدام أية طريقة لمقارنة صلادة المعادن تكون ذات قيمة عملية وذات فائدة إذا أجريت فقط على المعادن والمواد المختلفة حيث أن مقاييس تقدير قيمة الصلادة المذكورة سابقاً ترتبط ارتباطاً وثيقاً بالقوى الداخلية لجزيئات المعدن أو المادة - فمثلاً - صلادة العلامة ليست لها معنى أو قيمة أو نتيجة إذا ما تم إجراؤها على المطاط ولكنها أداة فعالة وذات قيمة لمقارنة وبيان أنواع الصلب والسبائك المختلفة .

٨-٢ أهمية إختبارات الصلادة ومجال تطبيقها :

SIGNIFICANCE OF HARDNESS TESTS AND ITS APPLICABILITY:

• تعتبر إختبارات الصلادة اليوم من الإختبارات الواسعة الإستخدام في المجالات الصناعية المختلفة وتطبيقاتها حيث أن هذه الإختبارات شائعة الإستخدام بالنسبة للمعادن بالمقارنة بالمواد الغير معدنية .

- تنص معظم المواصفات القياسية على ضرورة إجراء إختبارات الصلادة للمعادن وللمنتجات المعدنية كإختبار قبول (Acceptance Test) لهذه المعادن .
- إن نتائج وأهمية إختبارات الصلادة غالباً ما تستخدم في عدة أغراض منها :
 - ترتيب المعادن حسب صلابتها حيث أن لكل درجة صلادة معينة إستخدام مناسب ومعين لها في الصناعة وفي التشغيل .
 - التحكم في مستوى الإنتاج ومراقبته أثناء التصنيع ، وذلك عن طريق تعيين صلادة المنتجات الصناعية ، حيث إذا ما تم إكتشاف قطعة أو أجزاء مخالفة للمنتج الصناعي مخالفة لإشتراطات التشغيل أمكن إستبعادها حالاً وبذلك يمكن الحصول على إنتاج منتظم ، هذا وكما أنه إذا إتضح من إختبارات الصلادة أن مجموعة كبيرة من المنتج غير مطابقة للصلادة المطلوبة أمكن إيقاف الإنتاج مؤقتاً بغرض البحث عن سبب هبوط مستوى الإنتاج وملاقاته فيتحسن الإنتاج وتقل الخسائر .
 - التحكم في ضبط نسبة الكربون المطلوبة للصلب أثناء صناعته حيث أن نسبة الكربون يقع على عاتقها تغيير معظم الخواص الميكانيكية للصلب ، فبإجراء إختبار الصلادة السريع والسهل يمكن التزود والحصول على قيم هذه الخواص الميكانيكية .
 - الوقوف على مدى تأثير طريقة تشغيل المعدن للشكل المطلوب على صلابته وذلك بإجراء إختبار صلابته قبل وبعد التشغيل لمعرفة مدى تأثير عمليات الدلفنة على البارد أو الساخن أو عمليات السحب على البارد إلخ .
 - دراسة تأثير عمليات المعاملة الحرارية بغرض التأكد من صحة إجراءاتها وتغييرها صلادة المعدن طبقاً لذلك حيث أن عمليات التخمير (Annealing) والتسقية (Quenching) والمراجعة والتطبيع (Tempering) والتصليد بالتغليف (Case-hardening) وتخفيض نسبة الكربون (Decar Burization) لها تأثير مباشر على صلادة سطوح المعادن .
 - معرفة الخواص الميكانيكية للمعادن المتعلقة بخاصية الصلادة حيث ثبت أن هناك علاقة بين بعض الخواص الميكانيكية للمعادن وصلادة العلامة لنفس المادة ، فمثلاً صلادة العلامة تتناسب طردياً مع مقاومة الشد للصلب وتوجد معادلة خاصة تحدد هذه العلاقة والتناسب وبذلك يمكننا عن طريق إختبار الصلادة السهل في الإجراء تعيين مقاومة الشد دون اللجوء إلى إجراء إختبار الشد حيث يمكن إعتبار إختبار الصلادة

غير متلف (Non-destructive Test) بينما إختبار الشد هو إختبار متلف للمادة المختبرة (Destructive Test) ، هذا وتطبق تلك النتيجة على أجزاء الماكينات أو العينات التي يراد معرفة مقاومتها للشد بسهولة ولا يمكن تجهيز عينات شد منها لتعذر ذلك نتيجة لصغر الجزء المطلوب إختباره أو للرغبة في عدم كسر وإتلاف ذلك الجزء بعد إختباره الأمر الذى يجعل إختبار الصلادة عبارة عن إختبار غير متلف للمنتجات المعدنية .

٨-٣ صلادة العلامة الاستاتيكية :

STATIC INDENTATION HARDNESS :

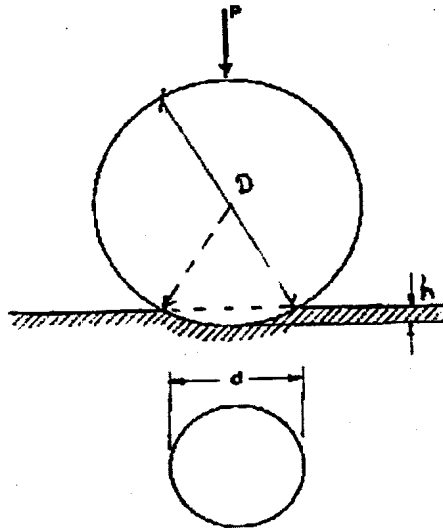
- فى هذه الحالة يمكن تحديد صلادة المعدن وذلك عن طريق إحداث أو عمل علامة به عن طريق الضغط على سطح المعدن بجسم يترك أثراً معيناً بعد إزالة الضغط الذى يؤثر به فى مدة بسيطة تتراوح ما بين ١٥ إلى ٣٠ ثانية ، وعليه يمكن مقارنة صلادة المعدن بقياس عرض الأثر أو عمقه حيث كلما زادت قيمة أى من العرض أو العمق كلما كان المعدن أقل صلادة وبالعكس .
- هذا ويمكن أيضاً تعيين رقم معين يحدد صلادة المعدن وذلك بحساب الإجهاد الحادث والناجم من تحميل الضغط مقسوماً على مساحة الأثر على المعدن المختبر مع إعتبار قيمة هذا الإجهاد رقماً للمقارنة بدون وحدات أى لا يذكر له وحدات بالرغم من أن حمل الضغط بالكيلوجرام وأبعاد الأثر بالمليمتر .
- إن الجسم المحدث للأثر أو العلامة الثابتة الذى يؤثر به بالضغط على المعدن المختبر والذى يسمى بـ (Indenter) قد يكون جسماً قياسياً فى صورة :
 - كرة صغيرة من الصلب : ويسمى ذلك الإختبار فى هذه الحالة بإختبار برنل (Brinell) والصلادة المقاسة بصلادة برنل .
 - هرم ماسى دقيق : ويسمى ذلك الإختبار فى هذه الحالة بإختبار فيكرز (Vicker's) والصلادة المقاسة بصلادة فيكرز .
 - كرة دقيقة من الصلب أو مخروط له حرف مستدير دقيق من الماس (Brale) : ويسمى ذلك الإختبار فى هذه الحالة بإختبار (Rockwell) .

• هذا ويجب التنويه إلى أن صلادة العلامة (Indentation Hardness) تعتبر من أهم الطرق الرئيسية الهامة لتحديد ومقارنة صلادة المعادن والمنتجات المعدنية وللتفتيش عليها وللتحكم فى مستوى إنتاجها وذلك لسهولة هذه الطريقة وبساطتها وإعطائها الدقة المطلوبة مع قلة تكاليفها وإحتياجها إلى خبرة بسيطة لإمكان إجرائها بالإضافة إلى أنها طريقة إختبار غير متلفة الأمر الذى أدى إلى إنتشار إستخدام هذه الطريقة فى الصناعة سواء فى إختبار المواد الخام أو المصبوبات (Castings) أو المطروقات (Forgings) أو الألواح أو القضبان أو المنتجات المنتهية (Finished Products) .

٨-٣-١ إختبار برنل للصلادة Brinell Hardness Test :

٨-٣-١- أ فكرة الإختبار الأساسية :

• تتلخص هذه الطريقة فى ضغط كرة من الصلب قطرها (D) مم بحمل ضغط قدره (P) كجم ثم قياس قطر الأثر (d) مم الناتج من هذا الضغط على السطح العلوى لقطعة الإختبار وذلك بعد إزالة الحمل المؤثر كما هو مبين بالشكل (٨-١) .



Indentation

شكل (٨-١)

• هذا ويعبر عن صلادة العلامة للمعدن المختبر برقم يسمى رقم برنل للصلادة (Brinell Hardness Number) والذي يمكن حسابه كالاتى :

$$\text{Brinell Hardness Number (B.H.N)} = \frac{\text{Load (kg)}}{\text{Area of the surface of indentation (mm}^2\text{)}}$$

أى أن رقم برنل للصلادة = $\frac{\text{حمل الإختبار (كجم)}}{\text{مساحة أثر الكرة على قطعة الإختبار (مم}^2\text{)}}$

$$\text{i.e } B.H.N = \frac{P}{\Pi D h}$$

حيث : (h) عمق الأثر (مم)

$$\therefore h = \frac{1}{2} (D - \sqrt{D^2 - d^2})$$

$$\therefore B.H.N = \frac{2P}{\Pi D (D - \sqrt{D^2 - d^2})} \dots\dots\dots (1)$$

حيث : (P) حمل المؤثر بالكيلوجرام

(D) قطر كرة برنل الصلب (مم)

(d) قطر الأثر (مم) diameter of indentation (Impression)

٢-٣-٤ - ب العلاقة بين قطر كرة برنل وحمل الإختبار :

Relation Between Brinell Ball Diameter (D) And The Applied Load (P) :

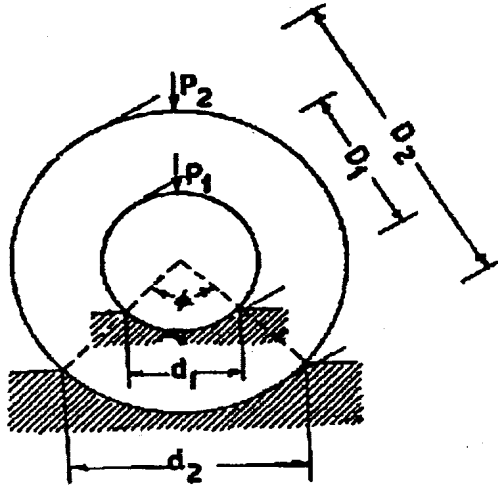
- عند إجراء إختبار برنل لصلادة يجب أن يراعى أن يكون حمل الإختبار (حمل الضغط) (P) متناسباً لنوع المعدن المختبر وأن تستعمل معه كرات من الصلب ذات قطر مناسب حتى يمكننا الحصول على أثر مناسب لقياس قطره بدقة ، هذا ويعتبر الأثر مناسب لصلب رقم برنل للصلادة إذا كانت قيمة قطر الأثر (d) مم تتراوح ما بين ١/٤ إلى ١/٢ قطر الكرة (الجسم المحدث للأثر) مم أى أن :

$$d/D = 0.5 - 0.25 \text{ with on average } = 0.375$$

وهه هما إختف نوع المعدن المختبر

وتحقق هذا لشرط ($d/D = 0.375$) يتطلب الأمر أن يكون الأثر متشابهاً هندسياً مهما

إختف قطر كرات برنل المستعملة والأحمال المستخدمة كما يتبين من الشكل (٨-٢) .



شكل (٢-٨)

• وباستخدام العلاقة الهندسية

$$\sin \frac{\Phi}{2} = \frac{d_1}{D_1} = \frac{d_2}{D_2} = \text{const} \tan t \quad (2) \quad \text{..... مقدار ثابت}$$

• وحيث أن متوسط إجهاد الضغط للتحميل على سطح المعدن مقدار ثابت أيضاً عند الحصول على آثار كرات برنل بحيث تتشابه تلك الآثار هندسياً مع اختلاف أقطارها والحمل المؤثر أى أن

$$\frac{P_2}{\pi d_2^2 / 4} = \frac{P_1}{\pi d_1^2 / 4} = \text{إجهاد الضغط}$$

$$\text{i.e. } \frac{P_1}{d_1^2} = \frac{P_2}{d_2^2}$$

$$\text{or } \frac{P_1}{P_2} = \frac{d_1^2}{d_2^2} \quad (3) \quad \text{.....}$$

• ومن المعادلات (٢)، (٣) ينتج منهما أن

$$\frac{P}{D^2} = \text{const} \tan t = \frac{\text{حمل الإختبار}}{\text{مربع قطر كمره برنل}} = \text{مقدار ثابت}$$

وهذا المقدار الثابت يختلف باختلاف نوع المعدن وتتوقف قيمته على متوسط صلادة المعدن ، هذا وقد تم تعيين قيمة هذا الثابت معملياً بشرط إستيفاء أن يكون $\frac{d}{D}$ محصوراً بين ٠,٢٥ ، ٠,٥ ، عند إختبار كل معدن .

• هذا ويبين الجدول التالى (١-٨) قيمة هذا المقدار الثابت وذلك لكل معدن على حده والذي عن طريقه يمكن تقدير قيمة حمل الضغط المناسب لهذا المعدن (P) بإستخدام قطر كمره معين ومحدد (D) مم .

جدول (١-٨) قيمة ثابت $\left(\frac{P}{D^2}\right)$ للمعادن المختلفة $\left(\frac{d}{D} = 0.25 \approx 0.5\right)$

رقم برنل للصلادة (B.H.N)	أمثلة من المعادن	القيمة
أكبر من ١٦٠	المعادن الحديدية	٣٠
١٦٠ - ٦٠	سبائك النحاس وسبائك الألومنيوم	١٠
٦٠ - ٢٠	النحاس - الألومنيوم	٥
أقل من ٢٠	الرصاص - القصدير والمواد الطرية وسبائكها	١

٨-٣-١ - جـ قطر كرات برنل (D) Brinell Balls Diameter :

• يجب أن تكون كرات برنل من الصلب الصلب وأن يكون سطح هذه الكمرات أملس وخالى من العيوب .

• للكرات المستعملة فى هذا الإختبار ذات أقطار إعتبارية كالاتى :

قطر ١٠ مم ، ٥ مم ، ٢ مم ، ١ مم ، D ، كما يجوز إستخدام كرة قطرها ٣,٥ مم .

• يجب ضرورة مراعاة أنه بعد إجراء إختبار برنل التأكد من عدم حدوث عيوب سطحية بالكرة أو تغيير فى قطرها قيمته أكبر من الحدود المسموح بها كما هو وارد فى الجدول

(٢-٨) وإلا تلغى نتيجة الإختبار وتعتبر للكرة غير صالحة فى هذه الحالة

جدول (٢-٨) الأقطار الإعتبارية لكمرات برنل والحدود المسموح بها

١	٢	٥	١٠	الحدود المسموح بها
± ٠,٠٠٣٥	± ٠,٠٠٣٥	± ٠,٠٠٤	± ٠,٠٠٤٥	الحدود المسموح بها

• هذا ويتوقف إختيار قطر الكرة المناسب (D) للإختبار على أبعاد وسك عينة الإختبار وعلى حالة جزيئات سطح المعدن المختبر ، حيث كلما صغرت أبعاد العينة أو قل سمكها كلما إستلزم الأمر ضرورة إستعمال كرة صغيرة ، كما وأنه كلما كبرت جزيئات سطح المعدن مثل الحديد الزهر كلما إستلزم الأمر ضرورة إستعمال كرات كبيرة ١٠ مم ، أو ٥ مم على الأقل وذلك حتى يقع تحت الكرة ويقاوم تأثير التحميل عدد مناسب من جزيئات السطح حتى تمثل مقاومتها فى مجموعها صلادة السطح للصحيحة بدلاً من إستعمال كمره صغيرة يعبر أثرها عن صلادة جزئى أو جزيئات من سطح المعدن قد لا تمثل تماماً حالة السطح .

٨-٣-١ د الأحمال الخاصة والمستعملة فى إختيار برنل للصلادة :

Applied Loads For Prinell Hardness Test :

• عند إختبار صلادة أى معدن معين يتم أولاً إختيار كرة برنل مناسبة ذات قطر معين (D) ، ومن المعادلة والعلاقة (عدد ثابت = $\left(\frac{P}{D^2}\right)$) ومعلومية نوع المعدن المختبر يمكن تقدير قيمة هذا الثابت من الجدول (٨-٣) السابق ومن قيمة هذا الثابت يمكن تحديد قيمة حمل الضغط (P) كجم .

• فمثلاً إذا كان المعدن من الصلب وكمرات برنل ذات قطر (D = 10 mm) فيكون قيمة هذا

$$\frac{P}{D^2} = 30 \text{ أى } 30$$

$$\text{i.e } P = 30 D^2 = 30 \times (10)^2 = 3000 \text{ kg.}$$

وبين الجدول (٨-٣) التالى قيمة الأحمال المستعملة فى إختيار برنل للمعادن المختلفة وباستخدام كور برنل ذات أقطار ١٠ ، ٥ ، ٢ ، ١ مم

جدول (٨-٣) الأحمال (P) المستعملة فى إختيار برنل لقيم مختلفة $\left(\frac{P}{D^2}\right)$

الحمال (P) كجم لقيم مختلفة من $\left(\frac{P}{D^2}\right)$				قطر كرة برنل D (mm)
$\frac{P}{D^2} = 30$	$\frac{P}{D^2} = 10$	$\frac{P}{D^2} = 5$	$\frac{P}{D^2} = 1$	
30	10	5	1	1
120	40	20	4	2
750	250	125	25	5
3000	1000	500	100	10

٨-٣-١ هـ - قطعة وعينة اختبار برنل Brinell Test Specimen :- سمك قطعة الاختبار :

يجب ألا يقل سمك قطعة الاختبار عن عشرة أمثال عمق الأثر والذي يحسب من المعادلة

$$h = \frac{P}{\pi D(B.H.N)}$$

حيث : (h) عمق الأثر بالمم

، (B.H.N) رقم برنل لصلادة المعدن

، (P) للحمل بالكجم

، (D) قطر كرة برنل (مم)

هذا ويجب ألا يظهر أى إنبعاج للسطح الخلفى من قطعة الاختبار ناتج من تأثير الضغط بالحمل على سطح العينة وذلك على الوجه المقابل لسطح قطعة الاختبار بعد إجراء الاختبار .

ويبين الجدول (٨-٤) الحد الأدنى لسمك قطعة الاختبار وعلاقته مع قطر الكرة المستخدم (D) والحمل المؤثر (P) ورقم صلادة برنل (B.H.N) .

- سطح قطعة الاختبار :

يجب أن يكون سطح قطعة الاختبار مصقولاً بدرجة تسمح بقياس قطر أثر كرة برنل بمقياس دقته ٠,٠١ مم ويكون ذلك بالبرى أو التجليخ وذلك فى حالة إستعمال كرة برنل ذات قطر ١٠ مم أو ٥ مم أما فى حالة إستعمال كرة برنل ذات قطر ٢ مم فيكون الصقل عن طريق إستعمال ورق صنفرة (٣ أصفار) ، ويراعى أن يكون سطح قطعة الاختبار بعد صقله خالياً من الشوائب مثل القشور أو الزيوت أو الشحم ، كما يجب مراعاة ألا تؤثر طريقة تجهيز سطح قطعة الاختبار على صلادة المعدن المختبر .

جدول (٨-٤) الحد الأدنى لسمك قطعة الاختبار بالنسبة لأرقام برنل للصلادة

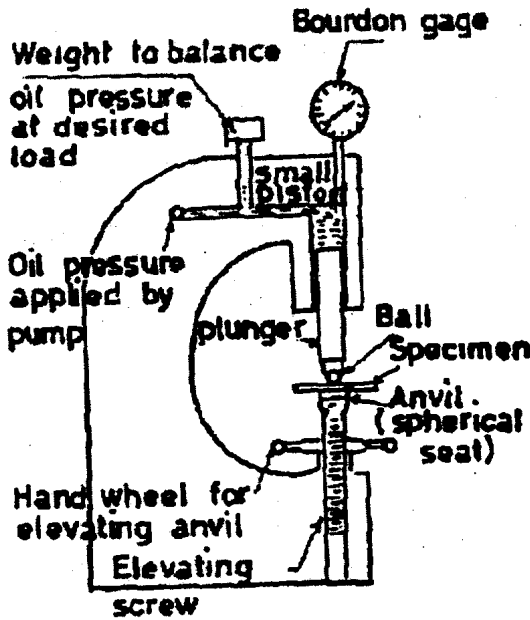
الحد الأدنى للسمك مم						الرقم	الرقم
٢٠	١٥	١٠	٥	١			
-	-	٠,٣٣	٠,٦٣	٣,١٧		١	١
٠,٣٣	٠,٤٣	٠,٦٣	١,٢٧	٦,٣٥		٤	٢
٠,٧٩	١,٠٦	١,٦٠	٣,١٧	١٥,٨٣		٢٥	٥
١,٦٠	٢,٣٨	٣,١٧	٦,٣٥	٣١,٧٥		١٠٠	١٠
٧٠	٦٠	٥٠	٤٠	٣٠	٢٠		
-	٠,٢٦	٠,٣٣	٠,٤١	٠,٥٣	٠,٧٩	٥	١
٠,٤٦	٠,٥٣	٠,٦٤	٠,٧٩	١,٠٦	١,٦٠	٣٠	٢
١,١٢	١,٣٢	١,٦٠	١,٩٢	٢,٦٧	٤,٠٠	١٢٥	٥
٣,٢٥	٢,٦٤	٣,١٧	٤,٠٠	٥,٣٠	٧,٩٠	٥٠٠	١٠
١٥٠	١٤٠	١٢٠	١٠٠	٨٠			
-	-	٠,٢٨	٠,٢٣	٠,٤١		١٠	١
٠,٤٣٠	٠,٤٦	٥,٥٣	٠,٦٣	٠,٧٩		٤٠	٢
١,٠٦	١,١٣	١,٣٢	٠,٥٩	١,٩٨		٢٥٠	٥
٢,١٠	٢,٢٥	٢,٦٤	٣,١٧	٤,٠٠		١٠٠٠	١٠
٥٠٠	٤٠٠	٣٠٠	٢٠٠	١٥٠			
-	-	٠,٣٣	٠,٤٨	٠,٦٣		٣٠	١
٠,٣٨	٠,٤٨	٠,٦٣	٠,٩٦	١,٢٧		١٢٠	٢
٠,٩٤	١,١٩	١,٦٠	٢,٣٨	٣,١٧		٧٥٠	٥
١,٩٠	٢,٣٨	٣,١٧	٤,٧٧	٦,٣٨		٣٠٠٠	١٠٠

٨-٣-١- و ماكينة الاختبار Testing Machine :

- يمكن إستخدام أى نوع مناسب من ماكينات إختبار الضغط أو ماكينات الإختبار العامة تركب فى أحد وجهى الضغط وصلة خاصة بها الكرة الصلب للضغط بها على قطعة الإختبار بحمل معين على ألا تزيد أصغر قراءة لتدرجات حمل الماكينة عن ٠,٥ % من

حمل الإختبار وأن تكون دقة ماكينة الإختبار فى حدود ٠,٥ % من حمل الإختبار . ثم يتم قياس قطر الأثر بإستخدام ميكرومتر مجهرى .

- كما يمكن إستخدام ماكينات إختبار خاصة بإختبار برنل للصلادة كما هو بالشكل (٣-٨) حيث هذه الماكينات تقوم بعمل الأثر المطلوب مع بيانه مكبراً على شاشة صغيرة بالجهاز بها ميكرومتر يمكن من قياس قطر الأثر بدقة رسهولة .
- كما أنه توجد ماكينات لإختبار برنل تعين وتحدد رقم برنل مباشرة على قرص مدرج أو على مقياس متصل بها الأمر الذى يبسط تحديد صلادة برنل بسرعة حيث لا داعى لإجراء العمليات الحسابية لحساب رقم برنل



شكل (٣-٨)

١-٣-٨ ز إجراء الإختبار Brinell Test Procedure:

- يجرى إختبار برنل للصلادة فى درجة الحرارة العادية وذلك طبقاً للخوات التالية :
- ١- يتم وضع قطعة الإختبار على مرتكز صلب ثابت حتى لا تحدث إزاحة أثناء إجراء الإختبار .
- ٢- يتم إختيار قطر كرة برنل المناسبة حسب طبيعة ونوع المعدن وجزئياته .

٣- يتم حساب حمل الضغط (حمل التجربة) المناسب وذلك طبقاً لنوع المعدن وقطر الكرة المستخدمة مع تحقيق العلاقة $\left(\frac{P}{D^2} = \text{constant}\right)$ كما ذكرنا سابقاً .

٤- يتم الضغط على الكرة بالحمل عمودياً على سطح قطعة الاختبار مع زيادة الحمل تدريجياً حتى تصل قيمته إلى الحمل المناسب للمعدن المختبر والسابق تقديره فى الخطوة رقم (٣) السابقة ثم يترك هذا الحمل مؤثراً على قطعة الاختبار فترة لا تقل عن ١٥ ثانية للمعادن الحديدية ، ٣٠ ثانية للمعادن الطرية (Soft Metals) .

٥- يتم إزالة الحمل بلى ذلك قياس قطر الأثر مرتين بأخذ قرائتين متعامدتين لنفس الأثر وأخذ المتوسط وذلك لدقة قدرها ٠,٠١ مم وذلك عن طريق جهاز ميكروسكوب ميكرومترى .

٦- يتم حساب متوسط لا يقل عن ثلاثة إلى خمسة مرات لقطر الأثر فى مواضع مختلفة على السطح العلوى لقطعة الاختبار .

٧- يتم حساب قيمة رقم برنل للصلادة طبقاً للمعادلة رقم (١) السابق ذكرها .

ملحوظة هامة :

يجب ألا تقل المسافة بين أثر كرة برنل وأقرب حافة لقطعة الاختبار عن مرتين ونصف مرة من قطر الأثر وكذلك يجب ألا تقل المسافة بين مركزى أثرين متجاورين عن أربعة مرات قطر الأثر .

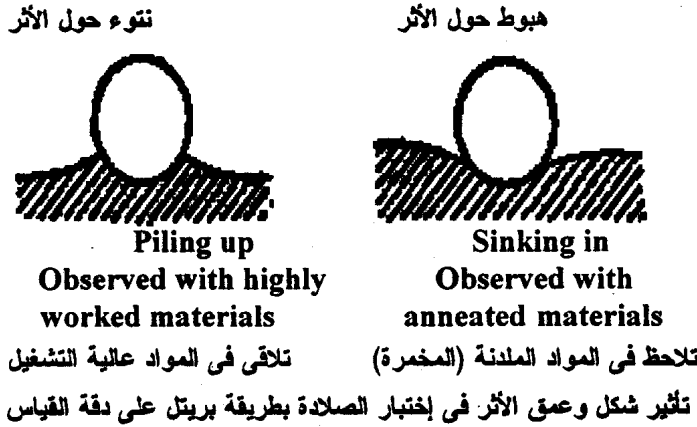
٨-٣-١ س بعض الاعتبارات العامة والهامة فى اختبار برنل للصلادة :

Some Important and General Considerations in Brinell Hardness Test :

١- لا يوصى بإجراء اختبار الصلادة لطريقة برنل للمواد ذات رقم برنل للصلادة أكبر من ٦٣٠ وهذا يعزى إلى التشوه المحتمل حدوثه لكرات الصلب المستخدمة مع هذه المواد ، الأمر الذى يتبين منه أنه لإختبار مواد ذات أرقام صلادة عالية عادة ما تستخدم كرات من مواد صلبة جداً (كربيد التنجستين) (Tingsten Carbide) .

٢- للمواد ذات الجزيئات الخشنة مثل حديد الزهر (Cast iron) يجب إستخدام كرات ذات قطر ١٠ مم وذلك لكى تعبر عن الصلادة المتوسطة للمادة .

- ٣- إن موضع أثر كرنل برنل يجب ألا يكون قريباً جداً من حافة العينة أو قريباً جداً من الأثر السابق المجاور له (المسافة لا تقل عن ثلاثة أمثال قطر الأثر) .
- ٤- أن يكون الأثر بشكل وعمق يمكن من دقة القياس أى لا يكون قليل العمق بدرجة تكون هبوط حول الأثر أو لا يكون كبير العمق بدرجة تكون نتوء حول الأثر كما هو موضح بالشكل (٤-٨) حيث فى كلتا الحالتين يكون من الصعب قياس حدود الأثر بدقة عالية بالميكروسكوب الأمر الذى يتضح منه أنه من المفضل أن تكون حسابات رقم برنل للصلادة على أساس قياس عمق الأثر وليس قطر الأثر .



شكل (٤-٨)

٨-٣-١- ص حدود استخدام طريقة برنل للصلادة :

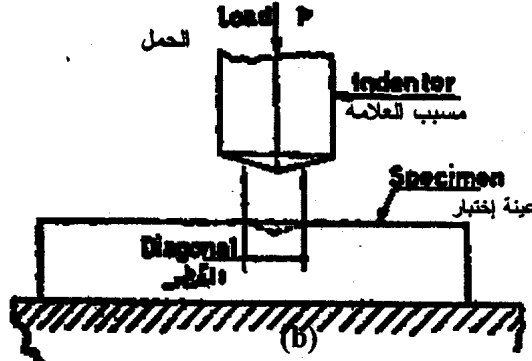
Limitations of Brinell Hardness Test :

- يعتبر استخدام طريقة برنل لإختبار صلادة المعادن غير صحيح ومناسب فى الحالات التالية :
- ١- إذا كان المعدن المختبر شديد الصلابة (رقم برنل للصلادة أكبر من ٦٣٠) حيث يخشى على كرة برنل من أن يحدث لها تشوه أو تغير فى شكلها وبذلك لا تحدث علامة حقيقية تمثل صلادة المعدن المختبر .
- ٢- إذا كانت العينة المختبرة رقيقة جداً أى ذات سمك صغير مثل أمواس الحلاقة حيث فى هذه الحالة تحدث كرة برنل بسطح المعدن إنبعاجاً يظهر أثره من الجانب الآخر للعينة وذلك تكون نسبة عمق الأثر إلى سمك العينة لا تتفق مع ما سبق تحديده وعليه لا يعبر رقم برنل فى هذه الحالة على صلادة المعدن الحقيقية .
- ٣- إذا كانت العينة المختبرة مصلدة بالتغليف (Case-hardened) حيث فى هذه الحالة يحتمل وينتظر أن يكون أثر كرة برنل له عمق أكبر من سمك الجزء المصلد وحينئذ لا يمثل رقم برنل الناتج صلادة الغلاف المصلد لسطح العينة وهو غرض الإختبار .

٨-٣-٣: اختبار فيكرز: الصلادة Vicker's Hardness Test

٨-٣-٢: الفكرة الأساسية Basic Idea

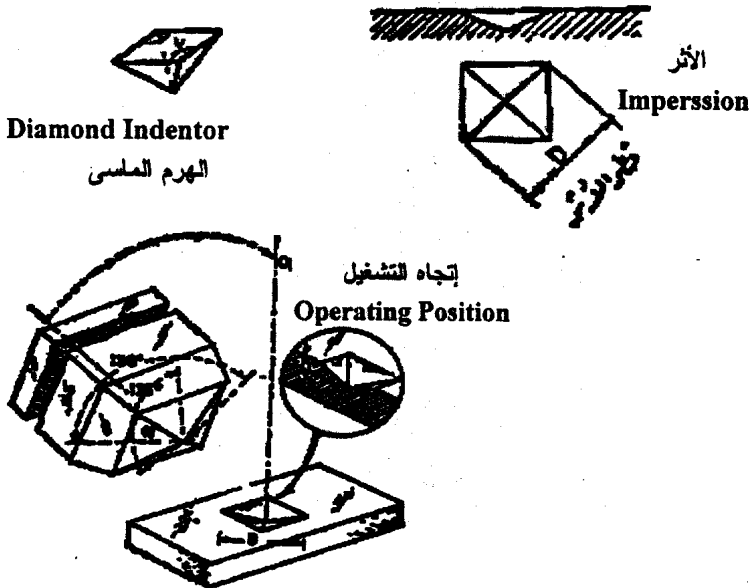
- إن فكرة الإختبار مبينة على نفس فكرة برنل كما هو مبين بالشكل (٨-٥) ولكن مع الفارق وهو أن الجسم المحدث للأثر (Indenter) ليس كرة مصلدة من الصلب ولكن عبارة عن هرم دقيق من الماس مقلوب مربع القاعدة وتتقاطع مستوياته عند الحروف بزاوية (θ) قدرها 136° .



فيكرز Vickers

Indentations by Vickers Hardness Tester

صلادة العلامة بجهاز إختبار فيكرز

Schematic Drawong of 136° Diamond Pyramid Indenter and Indentation Shape

رسم نهجى للمخترق الهرمى الماسى وشكل العلامة

شكل (٨-٥)

(الزاوية بين أسطح رأس الهرم = 136°)

- وفى هذه الحالة يتم الضغط بحمل قدره (P) وتقدر الصلادة برقم يسمى رقم فيكرز للصلادة (Vicker's Hardness Number) وهو عبارة عن خارج قسمة الحمل المؤثر (P) (كجم) مقسوماً على المساحة السطحية للأثر على قطعة الاختبار (مم²) .

$$i.e H_v = \frac{P}{A}$$

وحيث أن المساحة السطحية للأثر (A) يمكن التعبير عنها بدلالة الطول المتوسط لقطرى الأثر فى مستوى سطح المعدن المراد قياس صلابته (d) بمعنى أن رقم صلادة فيكرز (H_v)

$$i.e H_v = \frac{P}{\frac{4}{2} \times \frac{d}{\sqrt{2}} \times \frac{d}{2\sqrt{2} \sin \theta}} = \frac{2P}{d^2 / \sin \theta}$$

$$= 1.854 \frac{P}{d^2} \dots\dots\dots (5)$$

حيث : (P) الحمل المؤثر بالكيلوجرام
، (d) الطول المتوسط لقطرى الأثر فى مستوى سطح المعدن (مم) .

٨-٣-٢ ب جهاز وماكينة الاختبار وإجراء الاختبار :

Apparatus , Testing Machine and Carrying out Test :

- يتم إجراء اختبار الصلادة للمعادن بطريقة فيكرز باستخدام ماكينة اختبار خاصة عن طريقها يمكن تحميل قطعة الاختبار بأحمال تتراوح بين ٥ كجم ، ١٢٠ كجم بمعدل زيادة كل ٥ كجم وحسب اختبار القائم بالاختبار طبقاً لحالة صلادة المعدن المختبر وسمك وأبعاد قطعة الاختبار وعمق الأثر المسموح به بالجزء المختبر تقادياً لإتلاف سطحه . بعد إجراء التحميل يتم قياس متوسط قطرى الأثر باستخدام ميكروسكوب وذلك لدقة قدرها ٠,٠٠١ مم .
- يلى ذلك حساب رقم صلادة فيكرز بالمعادلة رقم (٥) أو أحياناً تكون ماكينة وجهاز الاختبار مجهز بطريقة ما عن طريق مقياس خاص يعطى مباشرة قيمة رقم فيكرز .

٨-٣-٢- جـ مزايا اختبار صلادة المعادن بطريقة فيكرز :

Advantages of Vickers Hardness Test Method :

١- الحصول على نتائج دقيقة لأرقام صلادة المعادن وتعبير تام عن صلادة المعدن المختبر وذلك للأسباب التالية :

i. إستخدام أحمال مؤثرة صغيرة القيمة بالمقارنة بأحمال برنل مصحوبة بجهاز وماكنة إختبار صغير الحجم .

ii. عادة ما يستخدم فى تعيين صلادة المعادن العالية أكبر من ١٣٠٠ (حوالى ٨٧٠ برنل)

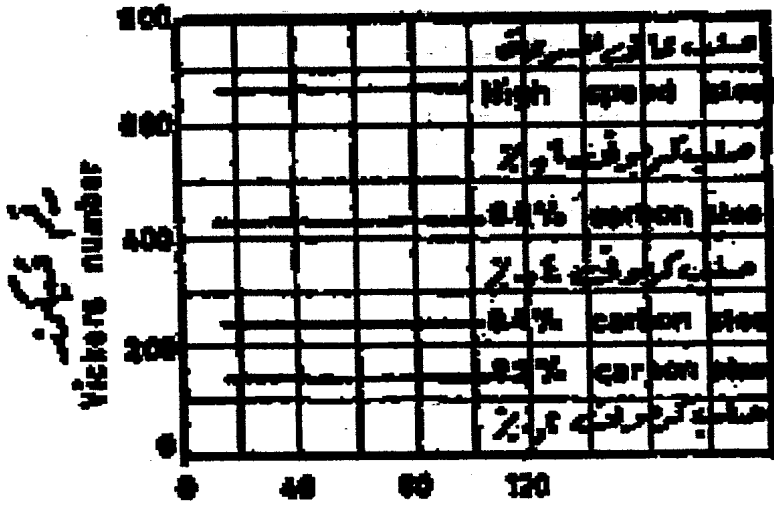
iii. الهرم الماسى المؤثر بالحمل والمحدث للأثر على العينة أكثر صلابة من كرة برنل لذلك ليس له ظاهرة التغيير فى الشكل مثل كرات برنل مهما كبرت صلادة المعدن المختبر أو مهما تغيرت الأحمال المؤثرة ، كما أن الهرم الماسى أكثر دقة وأصغر مقاساً من كرات برنل الأمر الذى يعطى أثراً دقيقاً حيث أنه نظراً لحروف الهرم الحادة فإن أثره يظهر أكثر وضوحاً وبذلك يكون من السهل قياس قطر الأثر بالضبط وبدقة عالية أكثر من حالة أثر برنل الدائرى .

iv. إمكانية إستخدام الإختبار لتحديد صلادة المعادن شديدة الصلادة وقليلة الصلادة والمعادن الرقيقة السمك التى لا يصلح لها إختبار برنل وذلك حتى سمك قدره ٠,١ مم . ناهيك عن سرعة إجراء الإختبار النسبية بالنسبة لإختبار برنل .

*** ملحوظات عامة لإختبار فيكرز للصلادة :**

١. يستعمل إختبار فيكرز للصلادة فى الأعمال التى تتطلب نتائج دقيقة للمعادن مهما اختلف نوعها أو تنوعت أبعادها أو اختلفت صلابتها الأمر الذى يجعل هذا الإختبار إختباراً هاماً فى أعمال المقارنة والأبحاث العلمية .

٢. إختلاف التحميل (قيمة الحمل المؤثر) مع ثبوت الجسم المحدث للأثر وهو الهرم الماسى فى كل حالة لا يؤثر فى إختلاف قيمة رقم فيكرز للصلادة ، حيث ثبت من التجارب المتعددة أن رقم فيكرز ثابت للمعدن الواحد مهما اختلفت الأحمال المؤثرة كما يتضح من الشكل (٨-٦) .



Load in Rilligrams

الحمل بالكيلو جرام

إختلاف التحميل مع ثبات الهرم الماسى فى إختبار صلادة فيكرز

لا يؤثر على قيمة الصلادة

شكل (٦-٨)

٣-٣-٨ إختبار صلادة المعادن بطريقة وكول :

Rockwell Hardness Test for Metals :

٣-٣-٨ أ الفكرة الأساسية للاختبار : Basic Idea for Test

- هذا الإختبار أيضاً يعين ويقيس درجة صلادة العلامة للمعادن الناجمة عن جسم محدث للأثر يتم ضغطه على السطح العلوى للمعدن بحمل معين إستاتيكي .
- إن الجسم المحدث للأثر فى هذه الحالة يكون إما كرة صغيرة من الصلب المصلد ١٦/١ بوصة أى ١,٥٨٨ مم أو مخروط له حرف مستدير من الماس يسمى (Brale) .
- يجرى الإختبار بإستخدام ماكينة إختبار خاصة (Specially Designed Machine) حيث يتم نقل الحمل من خلال نظام الأحمال والروافع (Weights and Levers) ، وهذه الماكينة مجهزة بمبين مدرج به مؤشر يعطى قيمة ورقم الصلادة مباشرة على هذا المبين كما هو مبين بالشكل (٧-٨) .



شكل (٨-٧) ماكينة إختبار ركول للصلادة

- هذا وقد بنى ركول طريقته على أساس أن رقم ركول المبين على تدريج الجهاز يتناسب عكسياً مع عمق الأثر الناتج من الحمل المؤثر الفعال أى أنه كلما زاد عمق الأثر كلما صغر رقم ركول للصلادة أى كلما قلت صلادة المعدن المختبر .
- إن رقم ركول للصلادة هو رقم إعتبارى حدده ركول على تدريج قرص جهازه على الأساس السابق ذكره بعاليه ، يحتوى تدريج القرص على مقياسين هما مقياس ركول (B) ومقياس ركول (C) أحدهما أحمر اللون والآخر أسود اللون . وهذه المقاييس مقسمة إلى ١٠٠ مم يمثل كل قسم منها عمق أثر قدره ٠,٠٠٢ مم بمعنى أن الفرق فى الأثر بين قرائتين على مقياس (B) كل منها B 53 ، B 56 يعادل $(56 - 53) \times 0,002 = 0,006$ مم فمثلاً مقياس ركول (B) يبدأ من رقم (٣٠) (كصفر للبداية) وينتهى برقم (١٣٠) ، بينما مقياس ركول (C) يبدأ من رقم (صفر) وينتهى برقم (١٠٠) وبذلك يكون رقم ركول للصلادة على هذين المقياسين كالآتى :

$$\text{رقم ركول (B)} = 130 - \frac{\text{عمق الأثر (مم)}}{0,002} \dots\dots\dots (٦)$$

$$\text{رقم ركول (C)} = 100 - \frac{\text{عمق الأثر (مم)}}{0,002} \dots\dots\dots (٧)$$

- إن إختبار أى مقياس لقياس صلادة ركول يعتمد بصفة أساسية على نوع المعدن المراد إختباره وذلك طبقاً لما هو وارد فى الجدول رقم (٨-٥) الخاص بمقاييس ركول للصلادة.

جدول (٨-٥) مقاييس ركول للصلادة

نوع المعدن المراد إختباره	الصلادة (رقم)	الوصف المختبر	نوع إختبار
الصلب الكربونى الطرى والمتوسط والألواح ولقضبان المعدنية الطرية	١٠٠	كرة صلب مصلدة قطر ١,٥٨٨ مم	ركول (B)
الصلب المصلد والسبائك الحديدية والسبائك المعدنية ذات صلادة أكثر من ركول ١٠٠	١٥٠	مخروط بحرف ماسى مستدير (Brale)	ركول (C)
شرائح الصلب المصلد الرقيقة والمعادن والسبائك شديدة الصلادة وفى إختبار الصلادة إذا أريد أن يكون الأثر الحادث صغيراً	٦٠	مخروط بحرف ماسى مستدير (Brale)	ركول (A)

٨-٣-٣-ب قطعة الإختبار Test Specimen :

- يجب تجهيز سطح قطعة الإختبار المراد تعيين درجة صلابتها ذلك قبل إجراء الإختبار كما هو الحال فى إختبار برنل وذلك بجعل السطح مستوياً وناعماً وخالياً من الخدوش والعلامات أو أن يكون ملتصقاً به ريويت أو شحوم أو أية مواد خريبة كما يراعى عدم حدوث إنبعاج بالجانب الأخر للعينة بعد الإختبار .

٨-٣-٣-ج إجراء الإختبار وخطواته Procedure and Conducting Test :

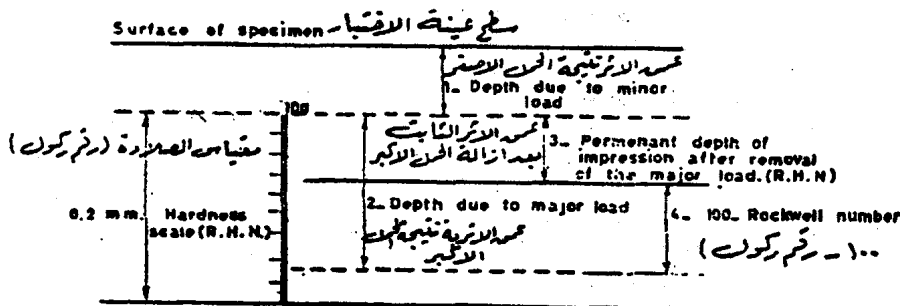
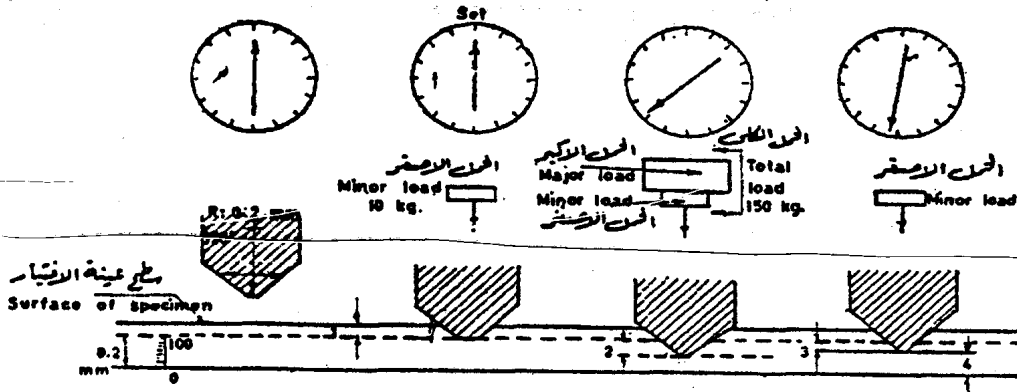
- كما ذكرنا يجرى الإختبار على قطعة الإختبار السابق تجهيزها وذلك باستخدام ماكينة إختبار خاصة تؤثر بحمل كلى ٦٠ أو ١٠٠ أو ١٥٠ كجم على العينة وهو حمل صغير نسبياً بالنسبة لأحمال برنل .

- يبين الشكل (٨-٨) طريقة وخطوات إجراء إختبار ركول للصلادة كالاتى :-

- ١- يتم تحميل قطعة الإختبار بحمل ابتدائى ثانوى (Minor Load) قيمة ١٠ كجم .
- ٢- يعاد مؤشر القرص المدرج للجهاز أمام التدرج صفر .

٣- يزداد الحمل بإضافة الحمل الكبير (Major Load) حتى يصبح الحمل الكلى النهائى ٦٠ كجم أو ١٥٠ كجم عند إستخدام الجسم المحدث للأثر وهو كرة صلب مصلدة قطر ١,٥٨٨ مم (مقياس ركول B) أو يصبح الحمل الكلى النهائى ١٥٠ كجم عند إستخدام الجسم المحدث للأثر وهو مخروط بحرف ماسى مستدير (Brake) (مقياس ركول C) وذلك حسب نوع إختبار ركول المستخدم أو المطلوب (الحمل الكلى النهائى = الحمل الابتدائى + الحمل الكبير المضاف) ، ونتيجة لذلك يفوص للجسم المحدث للأثر داخل سطح قطعة الإختبار وفى نفس الوقت يتحرك مؤشر القرص المدرج للجهاز لأنه متصل بالجسم المحدث للأثر بحيث أنه كلما زاد عمق الأثر كلما زادت حركة دوران المؤشر على قرص الجهاز .

٤- يتم إزالة ورفع الحمل الكبير المضاف من على العينة فيقل تبعاً لذلك عمق الأثر قليلاً ويرتد بالتبعية قليلاً المؤشر على القرص المدرج ويثبت عند تدريج وقراءة معينة تكون هذه القراءة هى رقم ركول للصلادة على المقياس الذى يتم القياس عليه (B)، (C) (مع ملاحظة أن الحمل الابتدائى ١٠ كجم لازال مؤثراً على قطعة الإختبار أى أن رقم الصلادة يتعلق بالأثر الناتج من الحمل الكبير فقط) .



شكل (٨-٨) طريقة إجراء إختبار ركول للصلادة

٨-٣-٣-د الاحتياطات الواجب اتباعها عند اختبار ركول للصلادة :

Precautions to be Considered in Rockwell Test :

- ١- يجب أن تكون عينة الإختبار مجهزة طبقاً لما جاء سابقاً بحيث تكون مسطحة خالية من الفتوات والزيوت والشحوم والمواد الأخرى .
- ٢- يجب أن يكون سمك العينة كافياً بالدرجة التي تمنع إنبعاج سطحها السفلى والمعاكس لتأثير الحمل .
- ٣- دورة وزمن التأثير بالحمل الكلى (Major Load) خلال مدة لا تتعدى دقيقتين .

٨-٣-٣-و مزايا طريقة ركول للصلادة :

Advantages of Rockwell Hardness Method :

- تعتبر هذه الطريقة من الطرق الشائعة الإستخدام بكثرة فى المجالات الصناعية وذلك للمميزات التالية :
- i. صغر حجم جهاز وماكينة الإختبار .
- ii. إمكانية إختبار صلادة المعادن المختلفة الصلادة سواء صغيرة أو كبيرة .
- iii. طريقة سريعة للحصول على رقم الصلادة مباشرة من قراءة تدريج قرص الجهاز مما يوفر عملية الحساب .
- iv. الجسم المحدث للأثر والأحمال المؤثرة صغيرة نسبياً وعليه فإن الأثر الناتج من طريقة ركول صغير جداً إذا ما قورن بالأثر الناتج من طريقة برنل .

٨-٤ صلادة الارتداد **REBOUND HARDNESS** :

- إن قياس صلادة المعادن بهذه الطريقة يكون تحت تأثير الحمل الديناميكي لقطعة الإختبار وتعين صلادة الارتداد بطرق مختلفة أكثرها شيوعاً طريقة شور سكرسكوب (Shore Scleroscope) حيث فى هذه الحالة يعبر عن الصلادة برقم سكرسكوب (Scleroscope Number) وهو رقم يتناسب مع الإرتفاع الذى تصل إليه مطرقة ذات طرف مدبب من الماس (Small Pointed Diamond Hammer) بعد سقوطها خلال أنبويه زجاجية من إرتفاع ١٠ بوصة (٢٥,٤ مم) على سطح قطعة الإختبار . المطرقة قياسية لجهاز شور سكرسكوب بطول ٣/٤ بوصة (٢٠ مم) وقطر ١/٤ بوصة (٦ مم) ووزن ١/١٢ أوقية بطرف ماسى مستدير بنصف قطر ٠,٠١ بوصة (٠,٢٥ مم) .

ويُقاس لارتفاع الارتداد للمطرقة على مقياس مقسم إلى ١٤٠ قسماً أى أن رقم سكرسكوب يختلف من صفر إلى ١٤٠ وتزيد قيمته بزيادة صلادة المعدن وهو رقم إختياري يصلح فقط لمقارنة صلادة المعادن المتشابهة .

• تمتاز طريقة سكرسكوب لتعيين صلادة المعادن بالميزات التالية :

- i. أنها لا تترك علامة ثابتة بسطح عينة الإختبار .
- ii. تستخدم للمعادن شديدة الصلادة .
- iii. تستعمل فى إجراء إختبار الصلادة بالموقع للمنشآت أو الماكينات وذلك لصغر حجم جهاز سكرسكوب وسهولة نقله .

ملحوظة هامة :

يجب ضرورة تجهيز سطح الجسم المختبر للإختبار وذلك عن طريقة تسوية السطح وتنعيمه وإزالة أى طبقة زيتية أو شحمية عليه ، بالإضافة إلى تثبيت الجسم تماماً فى مكانه وجعل المطرقة تسقط عمودياً على سطحه .

٨-٥ صلادة الخدش : SCRATCH HARDNESS

• تعتبر مقاومة المادة للخدش إحدى الطرق التى تعبر عن صلادة المعدن ومقارنتها مع بعضها وذلك على أساس أن المعدن الصلب يخدش المعدن الأقل منه صلادة وبناءً على هذا الأساس فقد أقترح العالم موز (Moh's) للجيولوجيين مقياس يعرف بمقياس موز لصلادة الخدش (Moh's Scratch Hardness Scale) ، حيث فى هذا المقياس رتب موز المواد ترتيباً تصاعدياً طبقاً للصلادة النسبية لكل منها فى صورة مقياس يبدأ بالتلك وينتهى بالماس وذلك بإعطاء كل مادة رقم يبدأ من رقم (١) لتلك وينتهى برقم (١٠) للماس ، أى أن هذا المقياس عبارة عن أرقام تعطى للمواد فكلما كبر الرقم كلما كبرت صلاتته كالاتى :

- | | | |
|------------------------|----------------------|------------------------|
| ١- التلك (Talc) | ٢- الجبس (Gypsun) | ٣- الكالسيت (Calcite) |
| ٤- الفلوريت (Flourite) | ٥- الأبتيت (Apatite) | ٦- الفلسبار (Feldspar) |
| ٧- الكوارتز (Quartz) | ٨- التوباز (Topaz) | ٩- الروبى (Ruby) |
| ١٠- الماس (Diamond) | | |

ويتبين من ذلك أن الماس (١٠) أصلد المواد [أصلد من الكوارتز (٧)] كما أن الفلspar (٦) أصلد من الجبس (٢) .

- هذا وتجدر الإشارة إلى أن للمعادن تقع ضمن هذا المقياس فمثلاً الصلب رقم (٦ ١/٢) ورقم كربيد للتجستن (Tungstun Carbide) من (٩) إلى (٩ ١/٢) وهذا المقياس تقريبي ويستعمل فقط للمقارنة بين المواد ولا يمكن الإعتماد عليه هندسياً .
- هذا وتجدر الإشارة إلى أنه في الوقت الحالي أمكن تطبيق صلادة الخدش على المعادن في الورش والمصانع وذلك عن طريق إحدى هاتين الطريقتين الآتيتين :

١- طريقة اختبار المبرد (File Test) :

وفي هذه الطريقة يتم تمرير مبرد على سطح المعدن المختبر فيكون مقدار التآكل نتيجة لعملية البرد مقياساً للصلادة حيث أنه هذا الاختبار يعطى قيمة وصفية لمقارنة صلادة المعادن المتشابه بشرط إستخدام نفس المبرد ونفس الشخص أى العامل الذى يقوم بإجراء الاختبار . وبهذه الكيفية والطريقة يمكن للعمال المتمرنين والماهرين ذوى الخبرة الحكم على مدى صلادة الخدش للمعادن .

٢- طريقة اختبار الخدش بالماس (Diamond Scratch Test) :

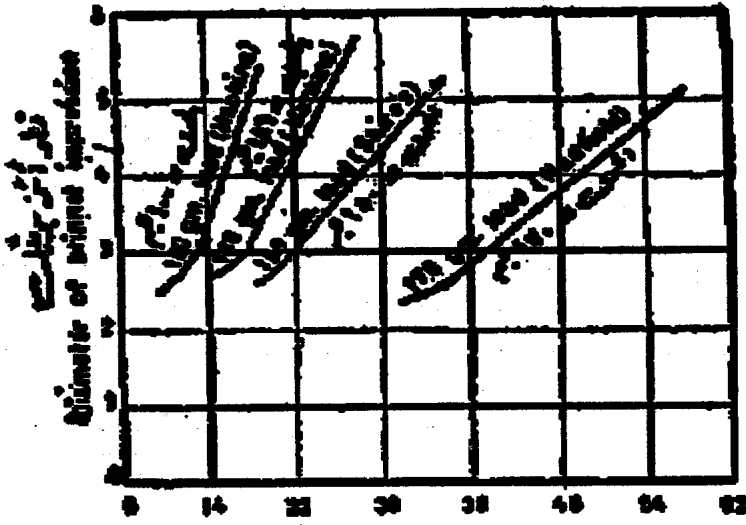
توجد عدة طرق لإجراء هذا النوع من الاختبارات وهى :

i. اختبار مارتنز (Martens Test) : حيث فى هذه الطريقة يمكن تحديد قيمة الحمل الذى يمكن من عمل خدش بعرض قياسى معين ومحدد قدره ٠,٠١ مم حيث كلما زادت قيمة الحمل زادت صلادة الخدش للمعدن .

ii. طريقة هاتكنز (Hankins Test) : وهذه الطريقة تعتبر أكثر شيوعاً حيث يتم إجراؤها عن طريق تمرير قطعة من الماس على شكل حرف (V) بزاوية ٩٠° أو ٥٧٢° وذلك بسرعة معينة وتحت تأثير حمل معين لتحدث خدشاً فى المعدن المختبر ثم يتم قياس عرض الخدش الذى يعبر عن صلادة المعدن حيث أنه كلما زاد عرض الخدش كلما قلت صلادة المعدن .

- هذا وقد أثبتت التجارب أن عرض الخدش الحادث يتناسب طردياً مع قطر أثر برنل أى أنه يصلح أساساً لمقارنة الصلادة للمعادن .

وذلك كما هو موضح بالشكل (٨-٩)



Width of Scratch (1 unit : 0.001 mm.)

عرض الخدش (الوحدة تعادل ٠,٠٠١ مم)

عرض الخدش يتناسب طردياً مع قطر أثر برنيل

(إختبار صلادة الخدش بالماس)

شكل (٨-٩)

٨-٦ صلادة التآكل (WEAR HARDNESS) :

- كما ذكرنا سابقاً بأن صلادة التآكل للمعادن يقصد بها مقاومة المعادن للبرى (Abrasion) حيث يجرى إختبار صلادة التآكل بتعريض المادة المختبرة إلى البرى .
- إن هذا النوع من الإختبار تم إجراؤه فى البداية على الصخور ومواد الرصيف وقد تطور حديثاً وإستخدم غالباً على المعادن .
- إن الفكرة الأساسية فى كل الإختبارات الخاصة بهذا النوع من الصلادة تتلخص فى تعريض المادة المراد إختبارها إلى البرى بفعل الإحتكاك وذلك لفترة زمنية محددة وتحت ظروف قياسية معينة ومحددة ، ثم قياس التآكل فى المعدن أو المادة نتيجة الإحتكاك لمدة معينة ولمسار معين بإستخدام مادة برى مناسبة (الرمال القياسى مثلاً) وقصر معدنى صلد يكون دورانه وإحتكاكه ومعه مادة البرى بالعينة المختبرة سبباً فى تآكلها نتيجة للإحتكاك . ويقاس التآكل عن طريق تعيين الفاقد فى الوزن نتيجة لهذه العملية من البرى والذى بدروه يعبر عن صلادة فكلما زاد الفاقد فى الوزن كلما صغرت صلادة المعدن للتآكل بالبرى .

٧-٨ صلادة التشغيلية بالماكينات MACHINEABILITY HARDNESS :

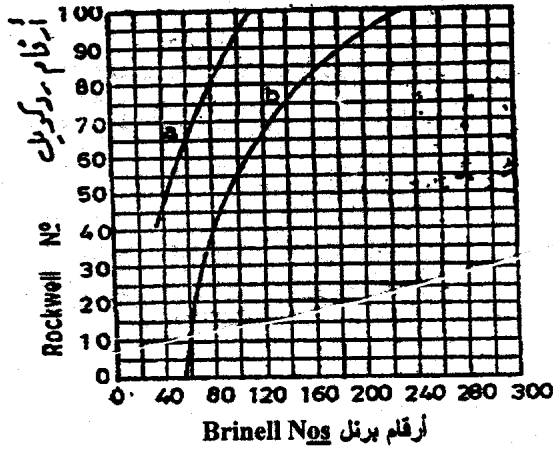
- تعرف مقاومة المادة للقطع أو للتشغيل بالماكينات كالخرط أو للتق بصلادة التشغيلية للماكينات حيث كلما صعب التشغيل أو للقطع كلما كبرت صلادة المعدن وبالعكس .
- يعتبر إختبار صلادة التشغيلية بالماكينات إختبار مقارنة يجرى غالباً فى المصانع والورش لبيان مدى قابلية المعادن للتشكيل مع الأخذ فى الإعتبار أن هذا الإختبار يعتبر إختبار محدود الإستعمال .

من أمثلة هذه الطريقة لمقارنة صلادة المعادن إختبار باور للتق (Bauer Drill Test) وتتخلص هذه الطريقة فى تعيين عمق التقب الذى يحدثه منقاب خاص فى قطعة الإختبار فى وقت محدد نتيجة تشغيله بسرعة محددة وبضغط محدد حيث يعبر عمق التقب المذكور عن صلادة المعدن التشغيلية ، وكلما زاد عمق التقب كلما صغرت صلادة المعدن والعكس .

٨-٨ العلاقة بين النظم المختلفة لأرقام الصلادة وإختلافاتها :

RELATION BETWEEN VARIOUS SYSTEMS OF HARDNESS NUMBERS AND VARIATIONS :

- أثبتت التجارب والأبحاث أنه لا توجد علاقة دقيقة وصريحة وثابته تماماً بين أرقام الصلادة المعينة للمادة بالطرق المختلفة السابق ذكرها خاصة وأن هذه العلاقة قد تتأثر بالمعاملة الحرارية للمادة (Heat Treatment) أو بالتشغيل على البارد (Cold Working) أو بإختلاف درجات الحرارة المختلفة وأيضاً تختلف قيمتها من معدن إلى آخر حيث أنه ذات صلة وثيقة بنوع المعدن .
- تبين الأشكال (٨-١٠)، (٨-١١)، (٨-١٢) العلاقة بين أرقام الصلادة المختلفة فى درجات الحرارة العادية للمعادن المتشابهة .



Conversion to Standard Brinell Numbers of Rockwell B Scales

تحويل أرقام روكويل إلى ما ينظرها من أرقام برنل

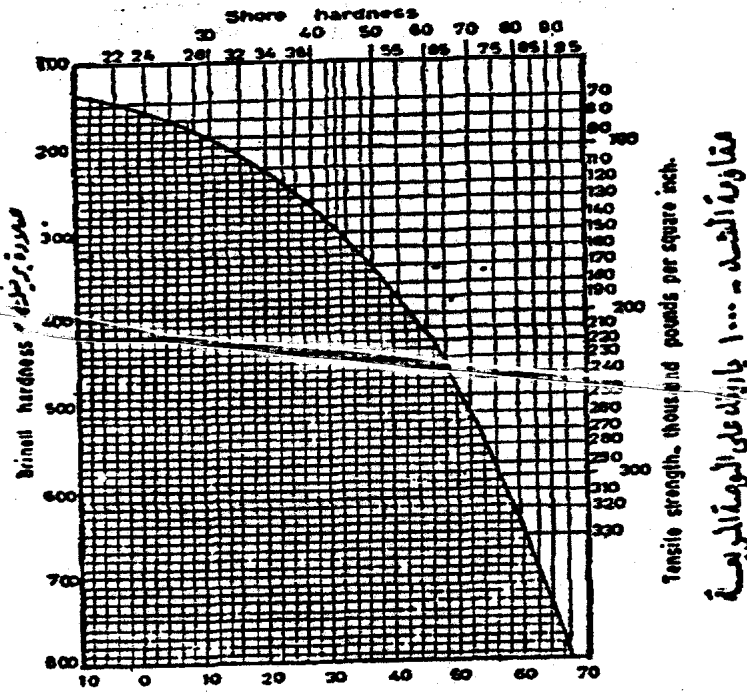
(a) Rockwell B Scale 1/16" ball and 60 kg load.

(b) Rockwell B Scale 1/16" ball and 100 kg load.

(a) مقياس روكويل B كمر 1/16" وحمل ٦٠ كجم

(b) مقياس روكويل B كمر 1/16" وحمل ١٠٠ كجم

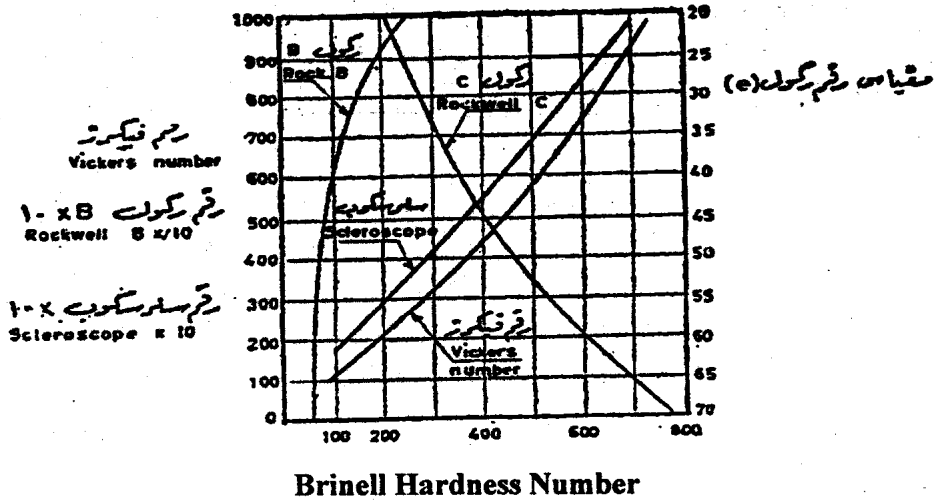
العلاقة بين رقم برنل ورقم روكويل للصلادة - شكل (٨-١٠)



صلادة روكويل (C) Shore hardness

SHORE HARNES VS. ROCKWELL C AND BRINELL

العلاقة بين صلادة كل من شور وروكويل C وبرنل - شكل (٨-١١)



شكل (٨-١٢) العلاقة بين أرقام الصلادة المختلفة

• كما يبين الجدول (٨-٦) أرقام الصلادة المبينة بالطرق المختلفة لمعدن ما .

جدول (٨-٦) أرقام الصلادة بالطرق المختلفة

رقم صلادة مكلرسكوب	رقم روكول للصلادة	رقم صلادة فيكرز	رقم برنل بحسب	
			رقم صلادة برنل	قطر الإبر
٧٥	٥٥	٦٣٣	٤٥٥	٢,٦٠
٦٧	٥٠	٥٤٠	٤٩٥	٢,٧٥
٥٧	٤٤	٤٣٧	٤١٥	٣,٠٠
٤٩	٣٧	٣٦٣	٣٥٢	٣,٢٥
٤٤	٣٢	٣٠٥	٣٠٢	٣,٥٠
٣٧	٢٦	٢٦٣	٣٦٢	٣,٧٥
٣٣	٢١	٢٢٩	٢٢٩	٤,٠٠
٣٠	١٥	٢٠٢	٢٠٢	٤,٢٥
٢٧	٨	١٧٩	١٧٩	٤,٥٠
٢٤	٢	١٥٩	١٥٩	٤,٧٥
٢٢	—	١٤٣	١٤٣	٥,٠٠
—	—	١١٦	١١٦	٥,٥٠
—	—	٩٥	٩٥	٦,٠٠

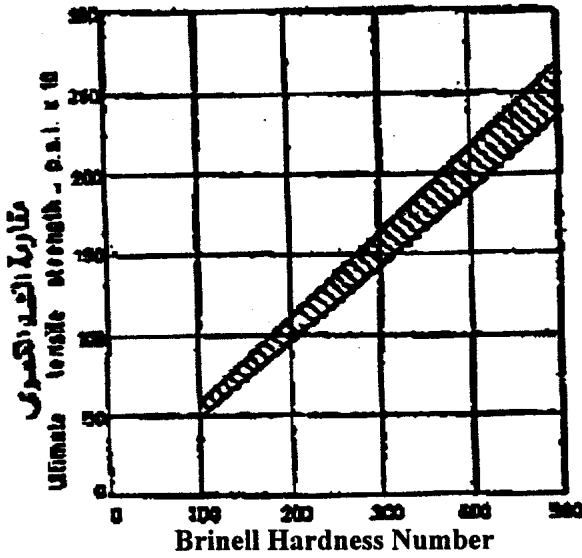
٨-٩ العلاقة بين أرقام الصلادة المختلفة ومقاومة الشد القصوى الاستاتيكية للمادة :**RELATION BETWEEN VARIOUS HARDNESS NUMBERS AND ULTIMATE STATIC TENSILE STRENGTH OF THE MATERILA :**

- أثبتت التجارب والأبحاث أنه لا توجد علاقة دقيقة وصحيحة بين أرقام الصلادة المختلفة وأقصى مقاومة للشد للمعادن كما هو مبين بالجدول (٨-٧) والذي يتضح منه أنه لا توجد علاقة ثابتة وصريحة بين رقم برنل لصلادة المعادن وبين مقاومة تحمل المعادن المختلفة للشد . الأمر الذي يتبين منه أنه لا يمكن إتخاذ رقم الصلادة أساساً صحيحاً لحساب مقاومة الشد للمعادن المختلفة وإستخدام تلك المقاومة للشد فى حسابات التصميمات الهندسية .

جدول (٨-٧) العلاقة بين مقاومة الشد ورقم برنل لصلادة المعادن المختلفة

المعدن	صلب / كربون	سبيكة	صلب	الحاس أصفر	الومنيوم
مستحب	مستحب	مستحب	مستحب	مستحب	مستحب
مقاومة الشد كجم/مم ^٢	٧٠	٤٥	٤٨	٢٠	٩,٣
رقم برنل	١٩٤	١١٤	١٣٥	٥٣	٣١
مقاومة الشد رقم برنل	٠,٦١	٠,٣٩٥	٠,٣٦٥	٠,٣٧٨	٠,٣٠٠

- هذا وتجدر الإشارة إلى أنه إستناداً على التجارب والأبحاث التى تمت على المعادن المتشابهة (مثلاً المعادن الحديدية الصلب) أمكن إيجاد علاقة تجريبية تقريبية تربط بين رقم برنل للصلادة والمقاومة القصوى للشد لهذه المعادن - شكل (٨-١٣) .



رقم صلادة برنل

**RELATION BETWEEN HARDNESS AND ULTIMATE
TENSILE STRENGTH FOR VARIOUS CARBON
AND ALLOY STEELS**

العلاقة بين الصلادة ومقاومة الشد القصوى
لمجموعة مختلفة من الصلب الكربوني وسبائك
شكل (٨-١٣)

- وهذه العلاقة يمكن صياغتها في الصورة التالية :

$$\sigma_{U_t} = K (B.H.N) \dots\dots\dots$$

حيث : (σ_{U_t}) هي أقصى مقاومة للشد للمعدن

(K) ثابت يتوقف على نوع المعدن والوحدات الخاصة بالمقاومة

(B.H.N) هو رقم الصلادة لبرنل

هذا ويمكن أخذ الثابت (K) للمعادن الحديدية كالآتي :

- ($K = 500$) إذا كانت وحدات المقاومة القصوى للشد (σ_{U_t}) بالرطل/ بوصة^٢

$$i.e K = 500 \quad \text{if } \sigma_{U_t} \text{ in lb/in}^2 \text{ 'units.}$$

- ($K = 0.36$) إذا كانت وحدات المقاومة القصوى للشد (σ_{U_t}) بالكجم/ مم^٢

$$i.e K = 0.36 \quad \text{if } \sigma_{U_t} \text{ in kg/mm}^2 \text{ 'units.}$$

• هذا ويجب التنويه إلى أن العلاقات السابقة تفيد غالباً إذا ما أريد معرفة مقاومة أجزاء الماكينات بدون تلفها (أى بدون إجراء اختبار الشد عليها حيث أنه اختبار متلف) أو في

حالة أجزاء الماكينات والمنشآت التي لا يمكن لصغرها تحضير قطعة إختبار شد منها أو إذا أريد معرفة المقاومة للشد لأجزاء الماكينات والمنشآت الناتجة من إنهاؤها لتعديل والوقوف على سبب الإنهيار وعدم التحكم لصغر وتنوع شكل تلك الأجزاء من إجراء إختبار الشد عليها .

٨-١٠ العوامل التي تؤثر على صلادة المعادن :

FACTORS AFFECTING HARDNESS OF METALS :

تتوقف قيمة رقم الصلادة للمعادن على عوامل مختلفة منها مايلي :

i. نوع المعدن المختبر Type of Tested Metal :

- تتأثر صلادة المعدن بنوع المعدن المختبر حيث لكل معدن أو سبيكة رقم صلادة خاص بها كما هو واضح من الجدول (٨-٨)

جدول (٨-٨) رقم برنل للصلادة لبعض المعادن المختلفة

المعدن	سبيكة الألمنيوم	صلابة مصلد
٧٠	٨٥	٦٠٠

ii. طريقة تشغيل المعدن المختبر Method of Test Metal Forming :

- أثبتت التجارب أن صلادة المعادن تتأثر بدرجة كبيرة بطريقة تشغيل المعدن المختبر فمثلاً لمعدن مونل (Monel metal) ٦٧% نيكل ، ٣٠% نحاس + ١,٤% حديد ، ١% منجنيز [فإن طريقة تشكيله لها تأثيراً واضحاً وبيناً على رقم برنل لصلادته وكما هو موضح بالجدول (٩-٨) .

جدول (٩-٨) رقم برنل للصلادة لمعدن المونل المشكل بالطرق المختلفة

الصلابة	معدل على الشد	معدل على الشد	معدل على الشد
١٥٠	١٩٠	٢٤٠	

كما يتبين الجدول (٨-١٠) أرقام برنل للصلادة لبعض المعادن وعلاقتها بطريقة تشكيل المعدن .

جدول رقم (٨-١٠) أرقام برنل للصلادة لبعض المعادن

العدد	التركيب	طريقة الاختبار	رقم برنل	معدن الصلب (م/م)
حديد طرى	حديد ٩٧,٥% شوائب ٢,٥%	مفلن على الساخن	١٠٠	٣٣
حديد زهر	كربون ٣,٤% سيلكون ١,٨% منجنيز ٠,٥%	مصبوب	١٨٠	١٨
صلب كربوني	كربون ٠,٢٠% منجنيز ٠,٤٥% سيلكون ٠,٢٥%	مخر مفلن على الساخن مصلد	١٣٠ ١٤٦ ٢٠٥	٤٢ ٥٠ ٧٣
صلب كربوني مصبوب	كربون ٠,٣٠% منجنيز ٠,٧٠% سيلكون ٠,٤%	مصبوب ومخر مصبوب ومسحوب على الساخن	١٤٠ ١٨٠	٥٢ ٦٥
سبيكة صلب مصبوبة	كربون ٠,٣٠% منجنيز ٠,٨٠% كروم ٠,٣٠% نيكل ١,٧٥% موليبدنم ٠,٢٥%	مخرمة مصبوبة ومسحوبة على الساخن	٢٢٥ ٣٢٥	٧٥ ١٠٥
صلب لا يصدأ	كروم ١٩% نيكل ٨% كربون ٠,١٠%	مخر ومفلن على البارد	من ٩٠ إلى ١٩٠	من ١١٠ إلى ٢٨٠
ألومنيوم	ألومنيوم ٩٩%	مخر مفلن على البارد ومصلد	٢٣ ٤٤	١٠ ٢٠
سبيكة ألومنيوم	ماغنسيوم ٢,٥% كروم ٠,٢٥%	مخر مفلن على البارد ومصلد	٤٥ ٨٥	٢٢ ٣١
نحاس أحمر طرى	نحاس ٨٥% زنك ١٥%	مخر مسحوب على البارد مفلن على البارد مصلد	٥٠ ١٢٠ ١٣٥	٢٨ ٥٠ ٥٤

تابع الجدول رقم (٨-١٠) أرقام برنل للصلادة لبعض المعادن

رقم المعادن	الصلادة برنل	الصلادة روكويل	الصلادة فينت	الصلادة لوب
نحاس أصفر	نحاس ٦٥% زنك ٣٥%	مخمر مسحوب على البارد مدلفن على البارد مصلد	٥٥ ١١٥ ١٨٠	٣٥ ٥٠ ٥٢
صفيح	صفيح ٩٩,٩%	مصبوب مدلفن على البارد	٥ ٥	٢,٣ ١,٨
رصاص	رصاص ٩٤%	مصبوب مدلفن	١٢ ٩	٥ ٣
قصدير طرى	صفيح ٤٠% رصاص ٦٠%	مصبوب	١٥	٥
زنك	زنك ٩٩% رصاص ٠,١%	مدلفن على الساخن مدلفن على البارد	٣٥ ٤٠	٤٢ ٣٥
نيكل نقي	نيكل ٩٩,٩%	مخمر	٨٥	٣٢
سبيكة نيكل	نيكل ٩٣,٥%	مدلفن على الساخن مصلد ومسحوب على البارد مسحوب على البارد مصلد	١٨٠ ٣٢٠ ٢٢٠ ٣٤٠	٧٥ ١٢٠ ٨٥ ١٢٠
فضة نقية	فضة ٩٩,٩٩%	مخمر مدلفن على البارد ومصلد	٣٠ ٩٠	١٦ ٣٠
ذهب نقي	ذهب ٩٩,٩٩%	مخمر مدلفن على البارد ومصلد	٢٥ ٦٠	١٢ ١٦
بلاتين نقي		مخمر مدلفن على البارد ومصلد	٤٠ ١٠٠	١٧ ٢٥

iii. طريقة المعاملة الحرارية للمعدن المختبر :

Method of Heat Treatment of Tested Metal :

- تعتبر طريقة المعاملة الحرارية عامل هام جداً على قيمة ودرجة صلادة المعدن الواحد حيث تختلف صلادة الصلب المدلفن فقط عنها بعد تخميره (Annealing) أو تسقيته (Quenching) أو بعد تصليده بالتغليف (Case Hardening) وذلك كما هو واضح لسبيكة من الصلب عوملت معاملة حرارية بطرق مختلفة - جدول (٨-١١) .

جدول (٨-١١) رقم برنل للصلادة لسبيكة من الصلب معاملة حرارياً بالطرق المختلفة

رقم برنل للصلادة	طريقة المعاملة الحرارية
١٩٦	التخمير
٢٦٢	التسقية بالزيت ثم المراجعة (Tempering)
٤٧٩	التصليد في الهواء ثم المراجعة

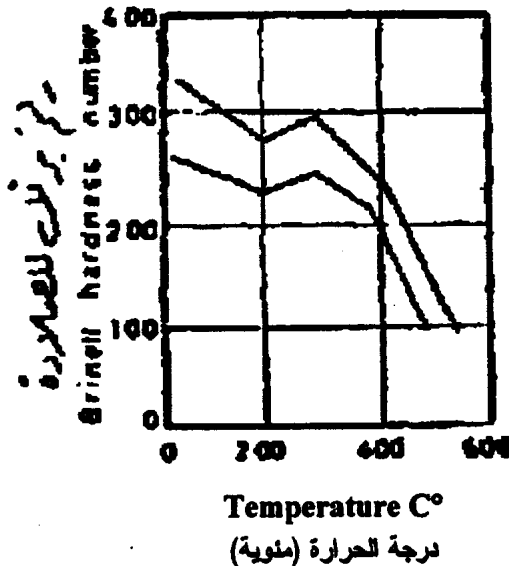
iv. مستوى تجهيز سطح العينة للاختبار :

Level of Preparing Surface of Test Specimen:

- إن مستوى تجهيز سطح العينة للاختبار يؤثر بدرجة ملحوظة على رقم صلادة المعدن حيث أنه إذا لم يتم تسوية السطح تماماً وإزالة ما به من خدوش أو علامات أو نتوءات أو مواد دهنية أو مواد غريبة أو صدأ فإن ذلك يؤثر تأثيراً ملحوظاً وبنياً على نتيجة الاختبار حيث نحصل على رقم صلادة لا يمثل الصلادة الحقيقية للمعدن المختبر.

v. درجات الحرارة العالية High Degree of Temperature :

- يتأثر رقم الصلادة للمعادن تأثيراً كبيراً وملحوظاً بارتفاع درجة الحرارة حيث يقل رقم الصلادة كلما زادت وارتفعت درجة الحرارة المعرضة لها المادة كما يتبين من الشكل (٨-١٤) حيث يقل رقم برنل للصلادة كلما ارتفعت درجة الحرارة حتى ٦٠٠° م .



شكل (٨-١٤) تأثير درجة الحرارة على صلادة المعادن

٨-١١ أمثلة محلولة على صلادة المعادن :

مثال رقم (١) :

أجرى إختبار برنل للصلادة على عينة من الصلب بإستخدام كرة برنل قطرها ٥ مم فإذا كان قطر الأثر المناظر يعادل ٢,١ مم . المطلوب حساب رقم برنل للصلادة ومقاومة الشد التقريبية للصلب المختبر .

الحل :

بما أن العينة المختبرة من الصلب وعليه يمكن تعيين حمل الضغط الخاص بهذا المعدن بمعلومية العلاقة $\left(\frac{P}{D^2} = Constant\right)$ وحيث أن الثابت = ٣٠ لمعدن الصلب

∴ حمل الإختبار (P) كجم = ٣٠ × مربع قطر كرة برنل المستعملة (D^2)

= ٣٠ × (٥)^٢ = ٧٥٠ كجم .

وعليه يمكن حساب رقم برنل للصلادة من معادلة برنل المعروفة وهي

$$B.H.N = H_B = \frac{2P}{\pi D(D - \sqrt{D^2 - d^2})}$$

$$= \frac{2 \times 750}{3.14 \times 5 \left[5 - \sqrt{5^2 - (2.1)^2} \right]} = 235$$

وحيث أن أقصى مقاومة للشد التقريبية = ٠,٣٦ × رقم برنل للصلادة بوحدات (كجم/مم^٢) .

= ٠,٣٦ × ٢٣٥ = ٨٤,٥ كجم/مم^٢

مثال رقم (٢) :

إجرى إختبار صلادة برنل على عينة من الصلب بإستخدام كره ذات قطر ٥ مم فكان رقم برنل المناظر للصلادة يساوى ١٥٠ ، المطلوب حساب وتقدير قطر أثر تلك الكره على العينة الناتج من الإختبار .

الحل :

حيث أن العينة المختبرة من الصلب فإن علاقة الحمل مع كره برنل هي

$$30 = \frac{P}{D^2} = Constant$$

∴ حمل التجربة (P) = ٣٠ × (٥)^٢ = ٧٥٠ كجم

وحيث أن رقم برنل يساوى

$$B.H.N = H_B = \frac{2P}{\pi D(D - \sqrt{D^2 - d^2})}$$

$$\therefore 150 = \frac{2 \times 750}{3.14 \times 5 \left[5 - \sqrt{(5)^2 - d^2} \right]}$$

$$1500 = 750 \times 3.14 \left[5 - \sqrt{(5)^2 - d^2} \right]$$

$$\therefore 25 - d^2 = (4.363)^2$$

$$d = \sqrt{5.8} = 2.4 \text{ mm.} = (d) \text{ قطر الأثر}$$

مثال رقم (٣) :

أجرى إختبار برنل للصلادة على عينة من سبيكة النحاس مع إستخدام كره قدرها ١٠ مم وكان قطر الأثر الناتج على العينة يعادل ٤,٠٠ مم ، المطلوب تقدير قيمة رقم برنل للصلادة للعينة المختبرة .

الحل :

$$\left[\frac{P}{D^2} = 10 \right] \text{ حيث أن العينة من سبيكة النحاس فإن الثابت}$$

$$\therefore \text{ حمل الإختبار } (P) = D^2 \times 10 = 10 \times 10 = 100 \text{ كجم}$$

ورقم برنل للصلادة

$$B.H.N = H_B = \frac{2P}{\pi D(D - \sqrt{D^2 - d^2})} = \frac{2 \times 1000}{3.14 \times 10 \left[10 - \sqrt{(10)^2 - (4)^2} \right]} = 76.28$$

مثال رقم (٤) :

المطلوب حساب رقم فيكرز للصلادة (H_V) لعينة من الصلب إذا كان حمل الإختبار المستخدم (P) يساوى ١٠٠ كجم ومتوسط قطر أثر الهرم الماسى على سطح العينة بعد الإختبار يعادل ٠,٩٠ مم .

الحل :

$$H_v = 1.854 \frac{P}{d^2} \quad \text{من معادلة فيكرز للصلادة}$$

حيث (P) الحمل المؤثر بالكجم ، (d) متوسط قطر الأثر بالمم

$$\therefore H_v = 1.854 \frac{100}{(0.9)^2} = 228$$

مثال رقم (٥) :

أجرى إختبار فيكرز للصلادة على عينة من الصلب بإستخدام حمل قدره ٣٠ كجم فكان قطر الأثر الناتج يعادل ٠,٦ مم ، المطلوب حساب رقم فيكرز للصلادة ، ما هى قيمة الحمل اللازم إستعماله لقياس صلادة نفس العينة بحيث لا يتعدى قطر الأثر الناتج عن ٠,٥ مم .

الحل :

من معادلة فيكرز

$$\begin{aligned} H_v &= 1.854 \frac{P}{d^2} \\ &= 1.854 \times \frac{30}{(0.6)^2} = 154.5 \end{aligned}$$

ولإيجاد الحمل اللازم لنفس المادة بحيث لا يتعدى قطر الأثر الناتج عن ٠,٥ مم أى لها نفس رقم صلادة فيكرز ولكن مع $d = 0.5 \text{ mm}$.

$$\therefore 154.5 = 1.854 \frac{P}{(0.5)^2} \rightarrow P = 20.8 \text{ kg}$$

وحيث أن الصلادة ثابتة للمادة الواحدة.

$$\therefore \frac{P_1}{d_1^2} = \frac{P_2}{d_2^2}$$

$$\therefore \frac{30}{(0.6)^2} = \frac{P_2}{(0.5)^2} \rightarrow P_2 = 20.8 \text{ kg}$$

وهى نفس النتيجة السابقة .



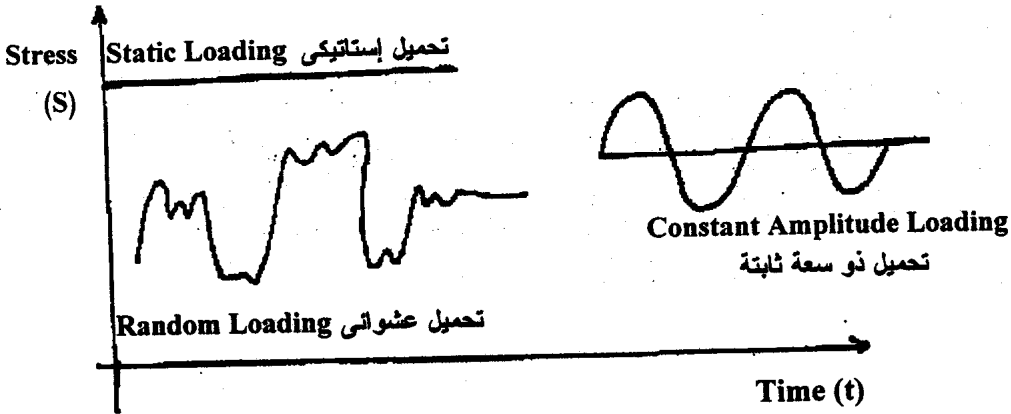
١-٩ مقدمة (ماذا يعنى أو يقصد بالتعب أو مادية التعب):

INTRODUCTION (What is Meant by Fatigue) :

- كما هو معروف فإن عناصر المنشآت أو الماكينات فى الطبيعة نادراً ما تعرض إلى أحمال ثابتة القيمة خلال عمرها الافتراضى أو خلال وطول مدة خدمتها ولكن غالباً ما تتعرض إلى أحمال وبالتالى إلى إجهادات متغيرة وتختلف قيمتها مع الزمن . فمثلاً الأحمال الناجمة عن الفعل الديناميكي لتأثير الهواء على الطائرات (aerodynamic loads on aircraft) والأحمال الناجمة عن التغير وإختلاف درجات الحرارة مع الزمن ، الأحمال الناجمة من الإهتزازات (Vibrations) والأحمال الناجمة عن فعل وضغط الأمواج على المنشآت البحرية والأحمال الناشئة عن محاور العجل الدوارة لا يمكن إعتبارها أحمال ثابتة إستاتيكية ولكن أحمال متكررة تتأثر قيمتها مع مرور الزمن ، وهى ليست ذات قيمة ثابتة .
- فى مثل هذه الحالات من التحميل فإنه سوف يتولد فى العناصر المؤثرة عليها إجهادات داخلية فى صورة إجهادات عمودية أو قص حسب طبيعة ونوعية هذه الأحمال وحيث أن هذه الإجهادات الداخلية ما هى إلا دالة فى قيمة الأحمال الخارجية المتغيرة مع الزمن الأمر الذى يمكن القول بأن الإجهادات الداخلية المؤثرة سوف تكون أيضاً متغيرة ودالة مع الزمن وللتمييز بينها وبين الإجهادات الإستاتيكية فقد سميت وأطلق عليها بالإجهادات المتأرجحة أو المتوجة (Fluctuating) أو الإجهادات المتغيرة أو المترددة (Alternating Stresses) أو إجهادات التعب أو الكلال (Fatigue Stresses) .
- يوضح الشكل (١-٩) العلاقة بين قيمة الإجهاد المؤثر أين كان نوعه وعلاقته مع الزمن والذى يتبين منه الآتى :-

- i. قيمة الإجهادات ثابتة مع الزمن خلال مدة تأثير الحمل وهو ما يطلق عليه تحميل إستانتيكي (Static Loading) والإجهادات تسمى إجهادات إستانتيكية .
- ii. قيمة الإجهاد غير ثابتة مع الزمن ولكنها متغيرة خلال مدة تأثير الحمل وذلك بإحدى الكيفيتين التاليتين :

- بطريقة عشوائية وهو ما يطلق عليه تحميل عشوائي (Random Loading) حيث قيم الإجهادات ليس لها نظام معين خلال مدة تأثيرها مثل الإجهادات الناتجة عن أحمال الرياح وضغوط الأمواج والمياه بالبحار .
- بطريقة ذات سعة ثابتة وهو ما يطلق عليه تحميل ذو سعة ثابتة (Constant Amplitude Loading) حيث قيم الإجهادات لها نظام معين ومحدد خلال مدة تأثيرها وتكرر بطريقة منتظمة خلال دورات محددة مثل الإجهادات الناجمة عن دوران محاور العجلات في المركبات .



شكل (٩-١)

- هذا وتجدر الإشارة إلى أنه حقيقة بالنسبة لتأثير الحمل الإستانتيكي ليس بالضرورة أن يكون هو المسئول عن حدوث الإنهيار في المعدن أو المادة ولكن يمكن القول بأن تأثير التحميل المتكرر تحت تأثير حمل ذو قيمة أقل من قيمة الحمل الإستانتيكي المسبب للإنهيار يمكن أن يكون سبباً لحدوث إنهيار فجائي غير متوقع بالرغم من صغر قيمة هذا الحمل المتكرر ، عن مثل هذا النوع من الإنهيار غالباً ما يشار إليه ويسمى بإنهيار التعب أو الكلال (Fatigue Failure) .

٢-٩ تفسير ظاهرة التعب أو الإنهيار التعب :

INTERPRETATION OF FATIGUE PHENOMENON AND FATIGUE FAILURE :

• إن دراسة خواص تعب و كلال المواد بدأ منذ عام ١٨٢٩ عن طريق العالم (W. R. J ALBERT) وتطور بعد ذلك عن طريق العالم الألماني (WÖLER) عام ١٨٥٨ .

- هذا ومما هو جدير بالذكر أنه بالرغم من أنه حالياً تم الوقوف على فهم طبيعة وشكل الإنهيار نتيجة لتعب المواد وذلك بطريقة معقولة وبسيطة. إلى أنه لا يوجد حتى الآن حل جذري متكامل يأخذ في الاعتبار جميع العوامل التي تؤثر على طبيعة وسبب الإنهيار ، وبالتالي حتى الآن لا توجد طرق مثالية ونموذجية لتصميم العناصر الإنشائية والماكينات المعرضة لمثل هذا النوع من التحميل والإنهيار حيث أن الطرق المعروفة هي طرق تقريبية مبنية على إفتراضات معينة وهذا يمكن تعزيته وإرجاعه إلى الأسباب التالية :-
- i. إن مقاومات التعب للعناصر والمواد لا تتأثر فقط بطبيعة ونوعية المادة المصنوع منها هذا العنصر ولكن بعناصر أخرى مثل الطريقة المتبعة في التصميم والطرق المستخدمة في الصناعة وظروف وحالات تشغيل هذه العناصر .
- ii. إن مقاومات التعب للمواد تتأثر بدرجة كبيرة بوجود بعض التتميلات أو الشروخ أو التصدعات في المادة نفسها ولهذا السبب فإن نتائج الاختبارات المتحصل عليها تكون غير ثابتة وتحتوى على إختلافات ذات قيمة في قيم مقاومات التعب .
- iii. إن تقييم قيمة مقاومة التعب للمادة متعب ومجهد ويحتاج إلى وقت وتحليل بالمقارنة بالمقاومة الإستاتيكية حيث أنه في مثل هذه الحالات يحتاج الأمر إلى إستخدام طرق تحليل إحصائية رياضية نتيجة لتفاوت النتائج المتحصل عليها .
- بالنسبة لتفسير ظاهرة الإنهيار تعب المواد يوجد العديد من النظريات التي تعاملت مع هذه الظاهرة منها (نظرية أقصى إجهاد ، نظرية أقصى إنفعال ، نظرية تركيز الإجهادات ، نظرية الإجهادات الثانوية ، نظرية طاقة الإنفعال المحددة إلخ) .
- تعتبر من أهم النظريات الشائعة في هذا المضمار هي نظرية تركيز الإجهادات (Theory of Stress Concentration) والتي أمكن عن طريقها شرح وتفسير ميكانيزم الإنهيار الحادث في تعب المواد وذلك كالآتي :

فى العناصر الإنشائية والماكينات المعرضة لأى حالة من حالات الإجهادات (State of Stresses) فإنه فى هذه الحالة فإن الإجهادات المتولدة عادة ما تتركز عند نقط ومواضع عدم الإتصال أو عدم الإستمرارية الخارجية أو الداخلية (Internal or External Discotinuity Spots and Points) .

• وهذا التركيز (Concentration) يعنى أن قيم الإجهادات المؤثرة عند مثل هذه المواضع أو النقاط تكون ذات قيمة كبيرة مقارنة بتلك القيم المتوسطة عند النقاط الأخرى.

• إن نقط عدم الإتصال أو الإستمرارية الداخلية تتمثل فى عدم تجانس المادة ، العيوب التى تشوب المعدن والتصدعات إلخ بينما تتمثل نقط عدم الإتصال أو الإستمرارية الخارجية فى العيوب السطحية (عدم إستواء السطح بوجود نتوءات عليه) ، فى وجود فراغات (Holes) ، وفى عدم إنتظام المقطع (تغيير فجائى فى المقطع) فى وجود حز على السطح الخارجى أو قلوطة على السطح . إن قيم هذه الإجهادات الفعلية عند مواضع أو نقط عدم الإستمرارية ليس من السهل التنبؤ بقيمتها حيث أنها تعتمد على مجموعة كبيرة من العوامل كما سوف يجئ فيما بعد .

• وبناءً على ما سبق فإن إنهيارات التعب سوف يتنبأ بها بأنها تبدأ عند النقاط والمواضع التى عندها تركيز فى الإجهادات حيث قيم الإجهادات المؤثرة عند هذه النقاط كبيرة نسبياً كما ذكرنا حيث نتيجة لذلك يحدث بداية ببدأ الكسر بتوليد وحدث شرخ عند هذه النقاط أو المواضع وسرعان ما يحدث لهذا الشرخ إمتداد وإنتشار خلال المقطع مع مرور الوقت وتكرار الحمل المتكرر حتى اللحظة التى يصبح فيها القطاع المجهد والمتبقى صغيراً نسبياً وغير قادر على تحمل قيمة الإجهاد المتكرر للواقع عليه ونتيجة لذلك يحدث إنهيار فجائى .

٩-٣ شكل الكسر فى تعب المواد والظواهر المميزة له :

FATIGUE FRACTURE AND THEIR CHARACTERISTIC FEATURES :

• إن أشكال الكسر عند تعرض المواد إلى أحمال متكررة غالباً ما تبدأ فى صورة شرخ عند سطح حر فى المنطقة المعرضة لإجهادات شد وعادة ما يمتد هذا الشرخ فى إتجاه عمودى على إتجاه الشد الرئيسى (Principle Tensile Stress) .

• إن إمتداد الشرخ غالباً ما يتأثر بعوامل أخرى مثل شكل العنصر أو القطاع المعرض للإجهادات وكيفية إعادة توزيع الإجهادات الناجمة عن تكوين هذا الشرخ ، بينما تم ملاحظة أن المراحل الأولى لانتشار وإمتداد للشرخ يمكن أن تكون في إتجاه أقصى إجهادات قص .

• وكما هو معروف فإنه عند تعريض المواد المطبيلة لحمل شد إستاتيكي عادة ما تتكون رقبة (necking) في منطقة الكسر نتيجة للتشكلات اللدنة في المرحلة الأخيرة من التحميل مصحوباً بكسر على هيئة قدح ومخروط ، بينما في حالة الإنهيار لمثل هذه المواد عند تعريضها إلى حمل متكرر فإن التشكلات اللدنة لا تتكون وبالتالي فإنه الكسر على هيئة قدح ومخروط ليس له وجود كما هو الحال في إنهيار المواد القصيفة وعليه فإنه للتمييز بين إنهيار التعب والإنهيارات الأخرى فإنه يمكن القول بأنه عادة إنهيار التعب يحتوى على منطقتين مميزتين كالاتى :

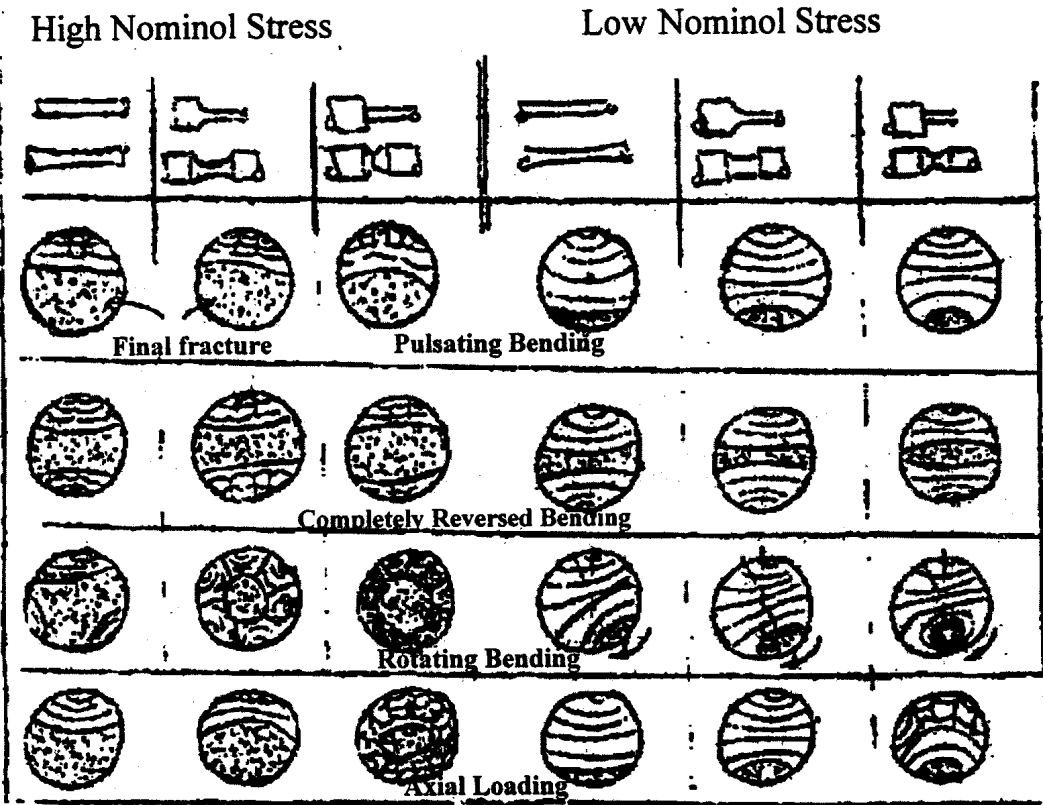
- منطقة ناعمة إلى حد ما وهذه ناجمة عن طبيعة إمتداد الشرخ الإبتدائي .
- منطقة أكثر خشونة مماثلة لتلك التي تحدث في الكسر الإستاتيكي ، وهذه تمثل مساحة الكسر الفجائي أو الكسر النهائى والناجمة عن عدم قدرة الجزء المتبقى من المقطع لمقاومة الحمل المؤثر .

• ومما هو جدير بالذكر بأنه بجانب ما جاء بهالیه فإن هناك بعض المظاهر المميزة على شكل كسر إنهيار التعب والتي أساساً تعتمد على ما يلي :

- i. المستوى العام للإجهاد (general stress level) متضمناً شكل دورة الإجهاد المؤثر وزمن تأثير هذه الدورة .
- ii. طبيعة ونوعية الحمل المؤثر أو الإجهاد المؤثر (دورات إجهاد عزم الإنحناء ، دورات إجهاد مباشر ، دورات إجهاد قص أو دورات إجهادات مركبة) .
- iii. الظروف المحيطة (Environmental Conditions) بالأخص التي تشمل تعرض للعناصر للصدأ أو درجات الحرارة المرتفعة .
- iv. طبيعة وحالة ونوعية المادة .

• هذا ووجب التنويه إلى أن إنهيارات التعب نتيجة لعزوم الإنحناء والتي تعتبر أهم الإنهيارات الشائعة الحدوث في التطبيقات والحياه العملية بينما نادراً ما يحدث إنهيار تعب نتيجة للأحمال المحورية .

• هذا وأيضاً وبدون شك بأن المساحة النسبية للمنطقة الناعمة نتيجة للحمل المتكرر بالنسبة للمنطقة النهائية ذات الكسر الإستاتيكي الخشنة بجانب موضع ومكان وشكل المنطقة الأخيرة تعطى دلالة واضحة على مستوى الإجهاد العام المعرض له العنصر ونظام ونوع الإجهاد المؤثر المسبب للإجهاد ويبين الشكل (٩-٢) أشكال وأنماط ومظاهر أسطح الكسر في المواد المعرضة إلى عزم إنحناء وأحمال محورية وعزوم لى .

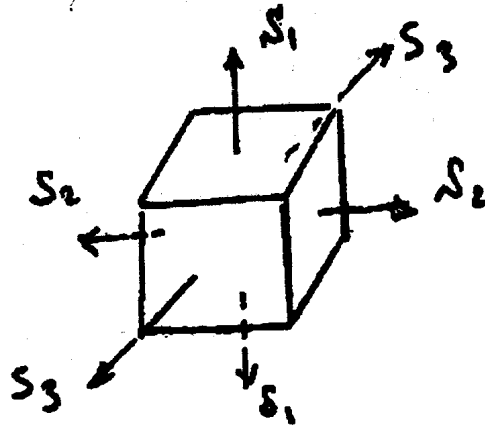


شكل (٩-٢)

٩-٢ طبيعة الأحمال المؤثرة وشكل دورة التحميل :

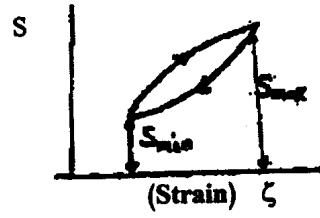
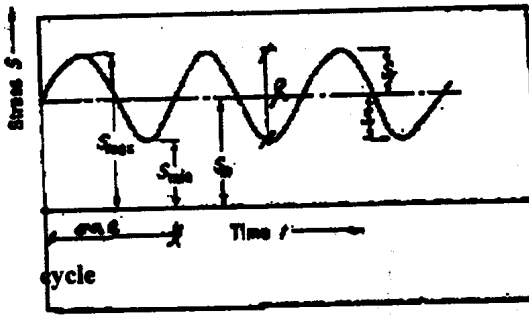
NATURE OF THE APPLIED FORCES AND THE SHAPE OF THE LOADING CYCLE :

• نتيجة لتأثير الأحمال المتكررة على العناصر الإنشائية فإنه غالباً ما تتولد العديد من حالات الإجهاد عند المواضع المختلفة لهذه العناصر ، فمثلاً بالنسبة لعنصر ما وليكن مكعباً معرض لحالة إجهاد ثلاثية محورية كما هو مبين بالشكل (٩-٣) (Triaxial State of Stress) شكل (٩-٣) .



شكل (٩-٣)

- إن إختلاف تأثير هذه الإجهادات (S_1) ، (S_2) ، (S_3) مع الزمن يمكن أن يأخذ ويسلك علاقات مختلفة ولكن بالنسبة لأحمال الخدمة في الحياه العملية (Service Loading) فإن علاقة هذه الإجهادات مع الزمن تأخذ شكل المنحنى الحبيبي (Sinusoidal Type) ، مع الأخذ في الإعتبار أنه في بعض الحالات وخاصة دورات التحميل المتكرر المنخفض وأحمال الصدم المتكرر عامة لا تكون هذه العلاقة بشكل المنحنى الحبيبي ويمكن أن تأخذ شكل آخر .
- ولتبسيط الموضوع وتسهيله فسوف نتعامل مع حالة الإجهاد الأحادية المحور (Uniaxial State of Stress) والتي يطلق عليها خواص إجهاد - التعب البسيط ذو السعة الثابتة (Simple - Stress - Fatigue Properties with Fixed Amplitude) .
- إن الحالة العامة للإجهادات المتكررة يمكن تمثيلها بحالة الإجهادات المترابحة أو المتموجة (Fluctuating Stress) حيث قيمة الإجهاد المؤثر تتغير مع الزمن بالصورة والكيفية التي يمكن تمثيلها بالمنحنى المبين بالشكل (٩-٤) والتي فيها تتغير الإجهادات المؤثرة من أدنى قيمة وهي (S_{min}) إلى أقصى قيمة (S_{max}) كما هو مبين خلال دورة واحدة في فترة زمنية معينة (T) ثم تتكرر هذه الدورة إلى أى عدد معين حتى حدوث الكسر وتسمى الدورة في هذه الحالة دورة إجهاد متموجة أو متأرجحة .



Stress-time Variation for Fluctuating Stress

شكل (٩-٤)

• هذا وتجدر الإشارة إلى أنه بغض النظر عن علاقة الإجهاد مع الزمن وأيضاً إشارة الإجهادات هل هي موجبة أو سالبة فإن الإجهادات المؤثرة تختلف من أقصى قيمة للإجهاد (S_{max}) إلى أدنى قيمة للإجهاد (S_{min}) خلال مدى معين يطلق عليه مدى الإجهاد المؤثر (Range of Stress) (R) وهو الفرق بين هذين الإجهادين الأقصى والأدنى .

• وحيث أن متوسط أدنى وأقصى إجهاد مؤثر يساوى (S_m) وهو يساوى

$$S_m = \frac{S_{max} + S_{min}}{2} = \frac{\text{أقصى إجهاد} + \text{أدنى إجهاد}}{2}$$

فإنه يمكن القول وإعتبار الإجهادات المتكررة (S) بإنها عبارة عن إجهاد ثابت القيمة يساوى القيمة المتوسطة (S_m) مضافاً إليه قيمة تسمى بالإجهاد المتغير (S_r) (variable stress) .

• وبناءً على ما جاء به عليه فإنه عادة فإن علاقة هذه الإجهادات المذكورة به عليه لدورة إجهاد متكرر يمكن صياغتها في الصورة التالية :

$$S_m = \text{mean stress} = \frac{S_{max} + S_{min}}{2}$$

$$- (S_m) \text{ الإجهاد المتوسط} = \frac{\text{أقصى إجهاد} + \text{أدنى إجهاد}}{2}$$

$$- S_r = \text{variable stress} = \frac{S_{max} - S_{min}}{2}$$

$$- (S_r) \text{ الإجهاد المتغير} = \frac{\text{أقصى إجهاد} - \text{أدنى إجهاد}}{2}$$

$$- R = \text{Range of Stress} = S_{max} - S_{min} = 2 S_r$$

- (R) مدى الإجهاد = أقصى إجهاد - أدنى إجهاد = ضعف الإجهاد المتغير

$$- S_{\max} = \text{Max. Stress} = S_m + S_r$$

- (S_{\max}) أقصى إجهاد = الإجهاد المتوسط + الإجهاد المتغير

$$- S_{\min} = \text{Min. Stress} = S_m - S_r$$

- (S_{\min}) أدنى إجهاد = الإجهاد المتوسط - الإجهاد المتغير

$$- r = S_{\max} / S_{\min} = \text{نسبة الإجهاد}$$

وهذه العلاقات السابقة تستخدم مع الأخذ في الاعتبار هل هذه الإجهادات موجبة أو سالبة .

• إن الحالة العامة السابقة لدورة الإجهاد وعلاقتها مع الزمن يمكن أن تأخذ النوعين التاليين لهذه العلاقة كحالات خاصة بها بغض النظر عن طبيعة هذه الإجهادات موجبة أو سالبة وهي :

* دورة إجهاد معكوسة كلياً :

Completely Reversed Stress Cycle :

وفيها تأخذ العلاقة بين الإجهاد المؤثر (S) مع الزمن والشكل المبين (٩-٥) وفيها ومن خصائصها :

- قيمة أقصى إجهاد = قيمة أدنى إجهاد : ($S_{\max} = S_{\min}$)

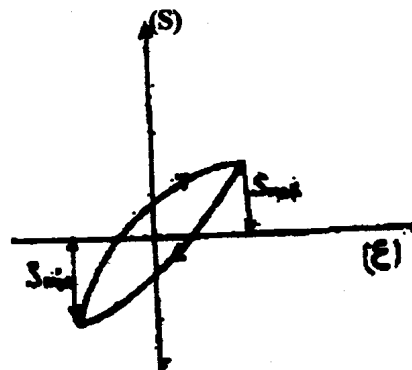
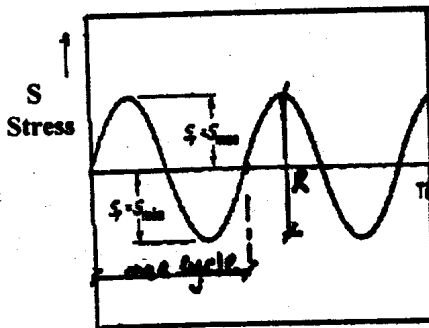
- قيمة الإجهاد المتوسط = صفر : $S_m = 0$

- قيمة مدى المتغير = أقصى قيمة للإجهاد = (-) أدنى قيمة للإجهاد

$$S_r = S_{\max} = - S_{\min}$$

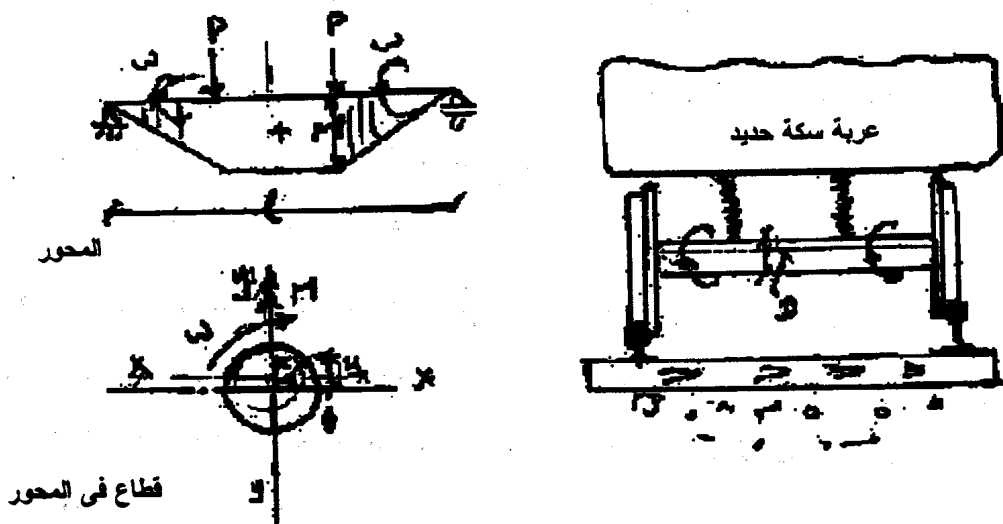
$$r = -1$$

- نسبة الإجهاد



شكل (٩-٥)

- وكمثال تطبق لهذا النوع من الإجهادات المتكررة هو حالة الإجهادات المتولدة من محور من محاور بحمل السكة الحديد الذي يدور بسرعة زاوية قدرها (ω) (angular velocity) كما هو موضح بالشكل (٦-٩).



شكل (٦-٩)

- وحيث أن المحور معرض إلى عزم إنحناء (M) فإن قيمة الإجهاد (S) عند أى نقطة تبعد مسافة قدرها (y) من محور الخمول المار بالمركز يساوى

$$S = \pm \frac{M \cdot y}{I_x}$$

- حيث (I_x) هو عزم القصور الذاتي المقاوم لعزم الإنحناء حول المحور $(x-x)$.
- وحيث أن البعد (y) غير ثابت حيث أن المحور أو القطاع يدور بسرعة زاوية قدرها (ω) فإنه يمكن التعبير عن قيمة (y) بدلالة هذه السرعة والزوايا

$$y = \frac{D}{2} \sin \omega t = \frac{D}{2} \sin \theta$$

حيث (ω) هى السرعة الزاوية

، (t) هو زمن تأثير الإجهادات

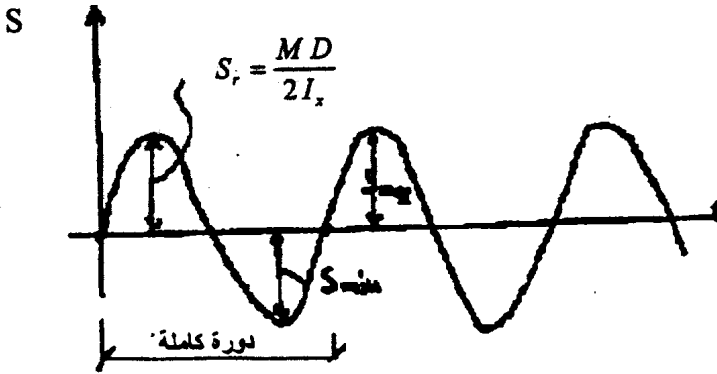
وعليه فإن قيمة الإجهاد عند أى زمن (t) وهو $S(t)$ يساوى

$$S(t) = \frac{M}{2} \frac{D}{I_x} \sin \omega t$$

أى أن قيمة الإجهاد العمودى المؤثر على قطاع المحور أو الأكس الدوار يختلف مع الزمن بعلاقة منحنى جيبى ذو سعة (S_r) (amplitude) يساوى

$$S_r = \frac{M}{2} \cdot \frac{D}{I_x} = S_{\max} = -S_{\min}$$

كما هو مبين بالشكل (٧-٩)

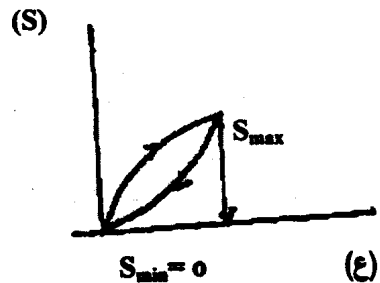
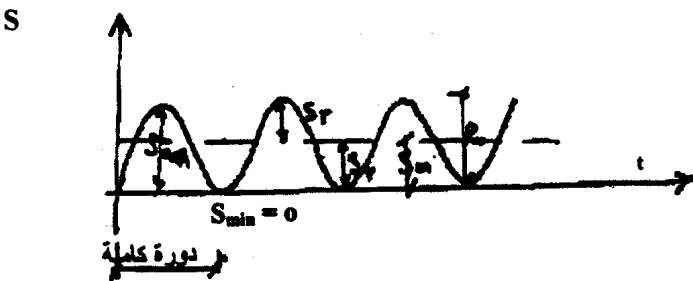


شكل (٧-٩)

* دورة إجهاد نابضة Pulsating Stress Cycle

وفى هذه الدورة فإن الإجهادات تتراوح ما بين الصفر كحد أدنى أو أقصى إلى أقصى قيمة أو أقل قيمة بغض النظر عن هذه الإجهادات هل هى موجبة أو سالبة التأثير كما هو مبين بالشكل (٨-٩) للحالتين التاليتين :

- حالة (أ) :



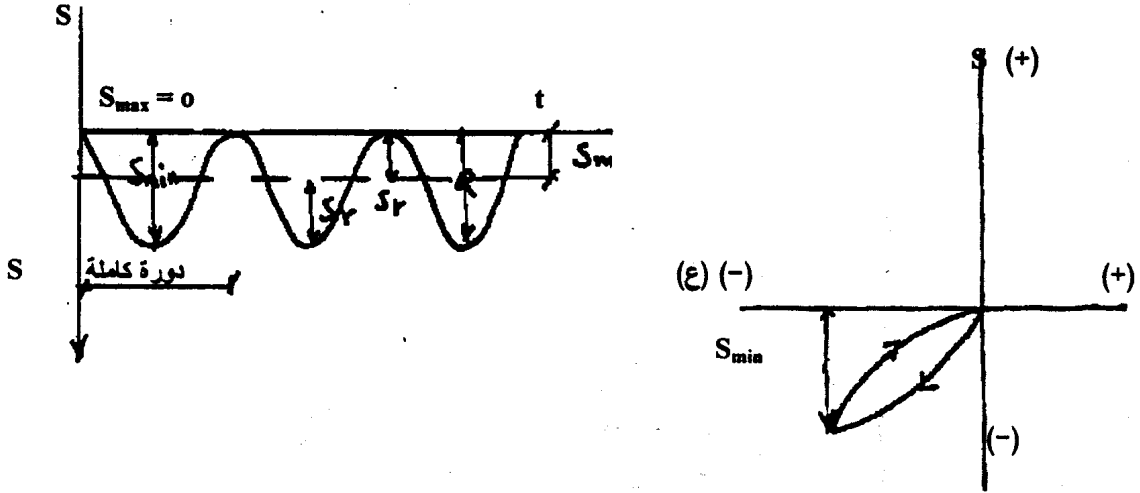
شكل (٨-٩-أ)

$$S_m = \frac{S_{\max}}{2}, S_{\min} = 0$$

ومن خصائصها :

$$S_r = \frac{R}{2} = \frac{S_{\max}}{2}, R = S_{\max}, r = 0$$

- حالة (ب) :



شكل (٩-٨-ب)

$$S_{\max} = 0, S_m = \frac{S_{\min}}{2}, R = S_{\min}$$

ومن خصائصها :

$$S_r = \frac{R}{2} = \frac{S_{\min}}{2}, r = \infty$$

٩-٥ اختبار التعب أو الكلال Fatigue Testing :

٩-٥-أ الغرض من الاختبار (Object) :

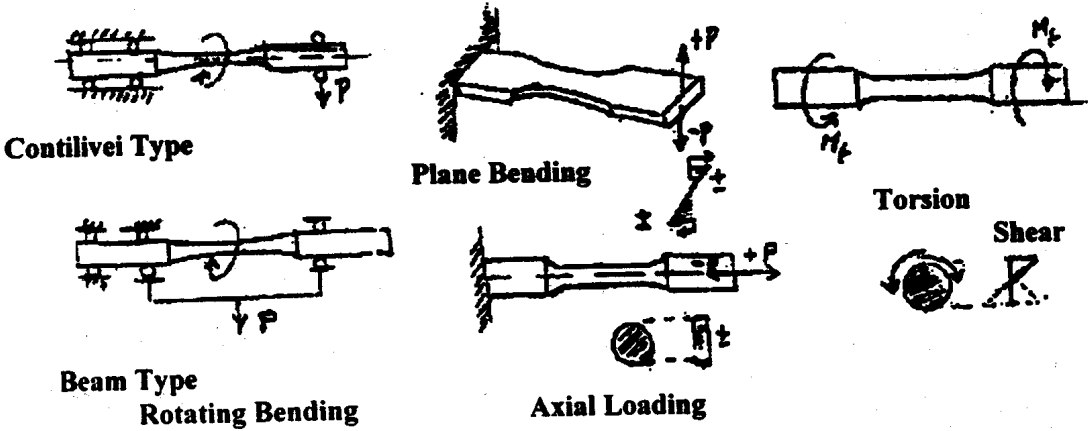
- إن الغرض الأساسي لإجراء اختبارات التعب أو الكلال للمواد هو تعيين ومعرفة العلاقة المتبادلة بين الحمل أو الأحمال المؤثرة وعدد مرات تكرار هذا الحمل حتى حدوث الإنهيار أو المتسببة في حدوث الإنهيار ، بالإضافة إلى الحصول على معلومات لتقدير احتمالات حدوث الإنهيار تحت ظروف وحالات تحميل معينة وبصفة عامة فإن الغرض من إجراء اختبار التعب هو دراسة سلوك المعادن تحت تأثير الأحمال المتكررة من حيث مقاومتها وملاحظة خصائص المقطع المكسور بتأثير الكلال للعينة المختبرة .

٩-٥-ب ماكينات اختبار الكلال Fatigue Testing Machine :

- للوقوف على أنواع تحميل التعب المحتمل تعرض بعض العناصر لها في التطبيقات العملية فإنه يمكن تلخيص ذلك في تطوير وتطوير ماكينات الاختبارات إلى خمسة

مجموعات رئيسية الأساس فى كل منها طبيعة ونوعية الإجهادات المتكررة التى سوف تعرض لها هذه العناصر وهى : شكل (٩-٩)

- طراز الكابولى : (Cantilever Type) (Plane Type)
- طراز للكمرة : (Beam Type) (Rotating Bending)
- طراز للكمرة : (Axial Loading)
- طراز للكمرة : (Torsional Loading)



شكل (٩-٩)

إن التقسيم السابق ذو صلة بطبيعة ونوعية الإجهادات والإنفعالات المتولدة فى العينة المعرضة للإختبار بمعنى إجهادات نتيجة عن عزم إنحناء دوار (Rotating Bending) أو عزم إنحناء مستوى (Plane Bending) أو حمل محورى (Axial Loading) أو عزم لى (Torsional Moment) أو إجهادات مركبة (Combined Stresses).

- إن أكثر أنواع الإجهادات شيوعاً فى الاستخدام هو الناتج عن عزم إنحناء دوار (دورة إجهاد معكوسة كلياً). إن إجراء إختبار التعب بغض النظر عن نوع ماكينة الإختبار المستخدمة يتطلب عادة عدد كبير من عينات الإختبار وذلك نظراً لعدم ثبات نتائج الإختبار للمتحصل عليها وتفاوتها من عينة إلى أخرى الأمر الذى يتطلب تحليل إحصائى لهذه النتائج للمتحصل عليها.

• لإجراء إختبارات التعب يتطلب الأمر عينات قياسية ليس بها حز (unnotched) مع مراعاة أن الأبعاد والشكل القياسى الدقيق يعتمد على نوع كل من ماكينة الإختبار المستخدمة لغرض الإختبار ، الطريقة المستخدمة فى مسك وتثبيت العينة بماكينة الإختبار (Method of Gripping) وأيضاً على نوع المادة المراد إختبارها .

• وكما هو معروف أن ماكينات الإختبار بصفة عامة يمكن أن تكون ميكانيكية النظام أو هيدروليكية النظام أو كهربائية مغناطيسية إلخ حيث فى هذه الماكينات تكون مميزة ومعروفة بطبيعة ونوعية وشكل دورة الإجهاد المتكرر التى سوف تنتج منها سواء دورة جيبيه أو غير جيبيه الشكل .

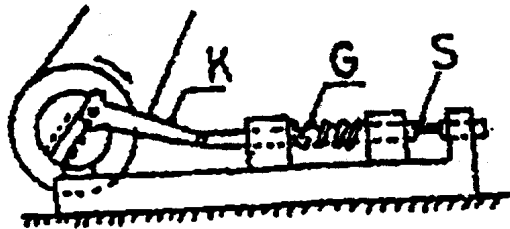
• هذا أيضاً يجب أن تكون ماكينات الإختبار مزودة بعدادات خاصة عن طريقها يمكن معرفة عدد الدورات التى أثرت على العينة المختبرة وأيضاً تكون الماكينات مجهزة بطريقة تسمح بإيقاف الماكينة عند أى لحظة وقبل حدوث الإنهيار مباشرة .

• هذا وتجدر الإشارة إلى أن ماكينات الإختبار أيضاً تكون مجهزة بمقياس يعبر عن سرعة دوران العينة والذى فى هذه الحالة يعطى دلالة عن زمن تأثير ذنبية الإجهاد أو ما يعرف بـ (Frequency of Stress Application) وذلك بدلالة عدد الذنبات فى الدقيقة (rpm) (revolution per minute) .

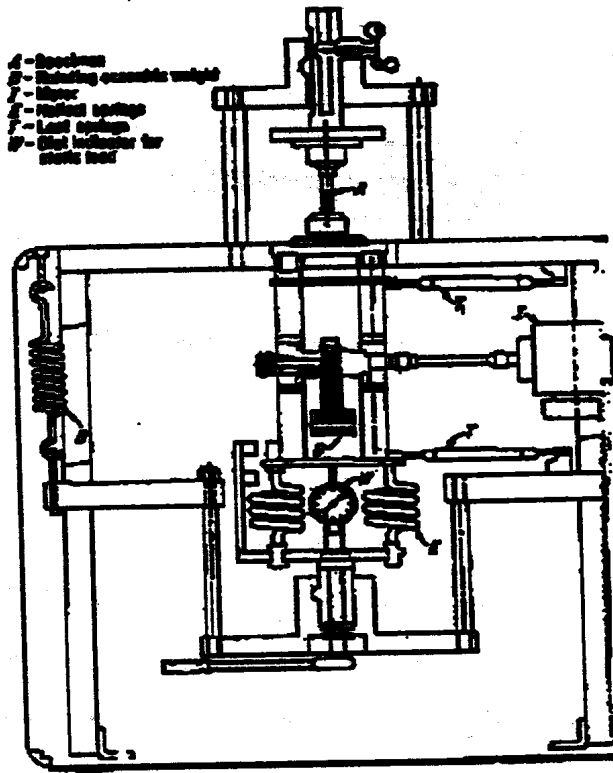
• مما سبق يمكن تقسيم ماكينات إختبار الكلال إلى الأتى :-

* ماكينات إختبار الإجهاد المباشر بالشد أو الضغط المتكرر :

• يبين الشكل (٩-١٠) ، (٩-١١) أحد ماكينات التعب المحورية لدورة إجهاد معكوسة كلياً



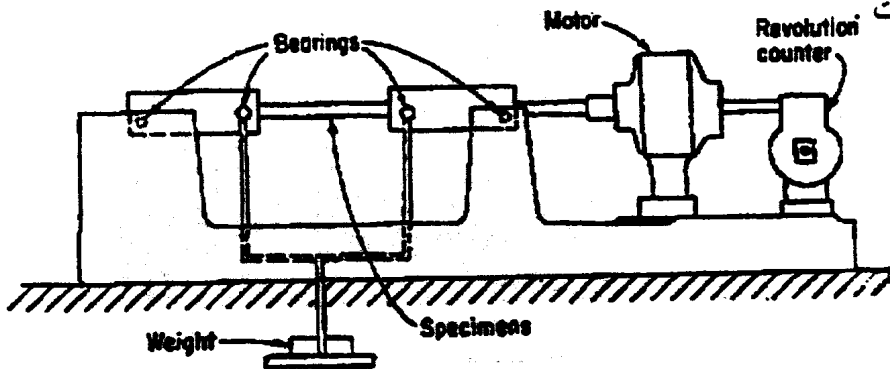
شكل (٩-١٠) ماكينة إختبار الكلال بإجهاد الشد أو الضغط المتكرر



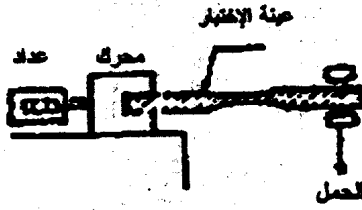
شكل (٩-١١)

* ماكينات اختبار الإحناء المتكرر (إحناء التعب) :

• يبين الشكل (٩-١٢) ماكينة اختبار إحناء للتعب بإستعمال أوزان ثابتة معلقة وفيه تثبت العينة على هيئة كمره وتحمل بأحمال ثابتة معلقة وتنقل هذه الأحمال إلى العينة المختبرة في نقطتين كما بالشكل (٩-١٢) مما يجعل العينة معرضة إلى عزم إحناء ثابت ، ويوجد بجهاز محرك يعمل على إدارة عينة الاختبار وهي محملة مسبياً حدوث إجهادات متكررة من نوع دورة الإجهاد المعكوسة كلياً - كما يتصل المحرك بعدد يقوم بحساب عدد مرات تكرار الإجهادات أو الدورات

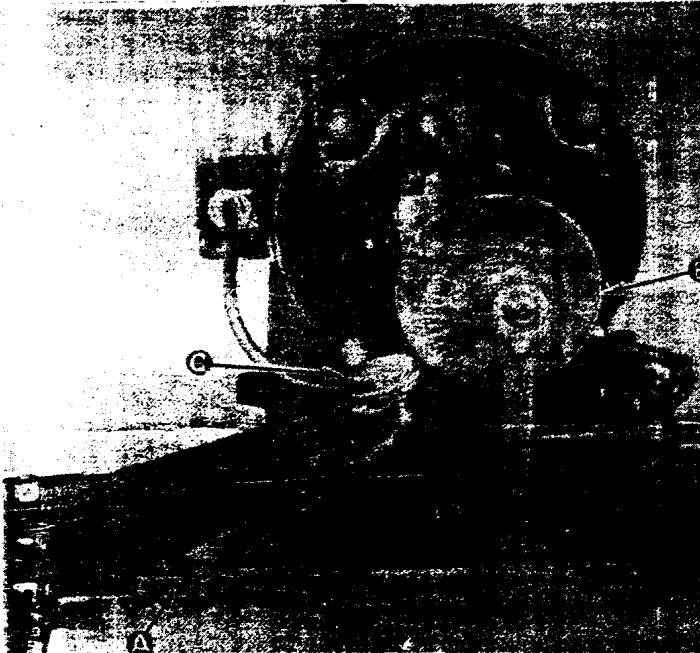


شكل (٩-١٢) ماكينة اختبار إحناء الكلال بإستعمال أوزان ثابتة



شكل (٩-١٣) ماكينة اختبار الكلال بإستعمال أحمال ثابتة

- كما يبين الشكل (٩-١٣) ماكينة اختبار التعب بإستعمال أحمال ثابتة معلقة عند نهاية العينة على هيئة كابولي ، ويتصل بالعينة محرك يقوم بدوراتها مسبباً حدوث إجهادات متكررة بها ويتصل المحرك بعداد يقوم بحساب عدد تكرار الإجهاد .
- كما يبين الشكل (٩-١٤) نوع آخر من الماكينات اختبار التعب التي تستخدم عادة في المواد البلاستيكية حيث في هذا النوع من الماكينات لا تدور عينة الاختبار ولكنها تتعرض فقط إلى حمل متموج عند نهاية العينة المثبتة على هيئة كابولي ، في هذه الحالة فإن أقصى إجهادات تحدث عن كل من الألياف العليا والسفلى للعينة وبالتالي الإجهادات عند هذه النقاط تطون من نوع الإجهادات المعكوسة كلياً .



شكل (٩-١٤) ماكينة اختبار تعب كابولية ذات سعة ثابتة

• كما هو واضح في النوعين السابقين من ماكينات الإختبار فإن مقاومة المادة للكلال سوف لا تكون واحدة ومتساوية في كلتا الحالتين وذلك نظراً لأن توزيع الإجهادات على القطاعات الحرجة في العينات المختبرة مختلف في العينتين .

* ماكينات إختبار اللي المتكرر :

• هناك أيضاً ماكينات إختبار للتعب في الإلتواء وهي مجهزة أيضاً بمحرك ينجم عنه إجهادات ليّ معكوسة كلية مع عداد لتسجيل عدد مرات تكرار العزم المؤثر ، وبالرغم من هذا هناك عدد محدود من إختبارات اللي المتكرر لتعيين مقاومة التعب للمواد مستخدمة عينات مستديرة المقطع معرضة لدورة إجهاد ليّ معكوسة كلياً حيث أثبتت هذه الإختبارات أن هناك علاقة مباشرة متبادلة تقريبية بين مقاومة التعب في الليّ ومقاومة التعب في الشد المباشر أو الإنحناء وذلك حسب نوع المادة المختبرة سواء كانت مادة مطيلة أو قصيرة كما سوف يرد فيما بعد .

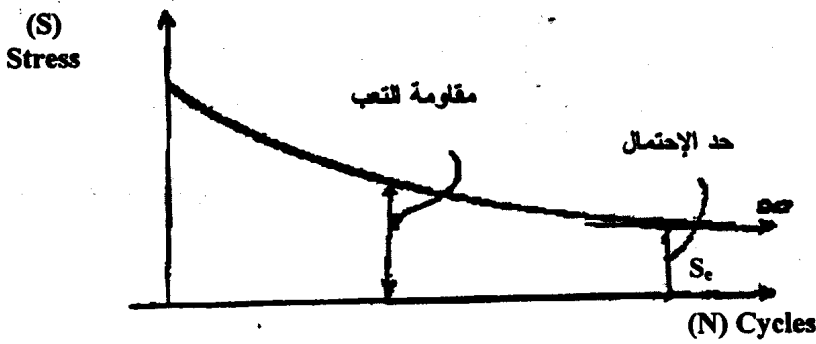
٦-٩ طرق تمثيل نتائج إختبارات الكلال :

Method of Representation of Fatigue Test Data :

• توجد عدة طرق للتعبير وتمثيل النتائج المتحصل عليها من إجراء إختبارات الكلال (التعب) على المواد المختلفة من هذه الطرق :

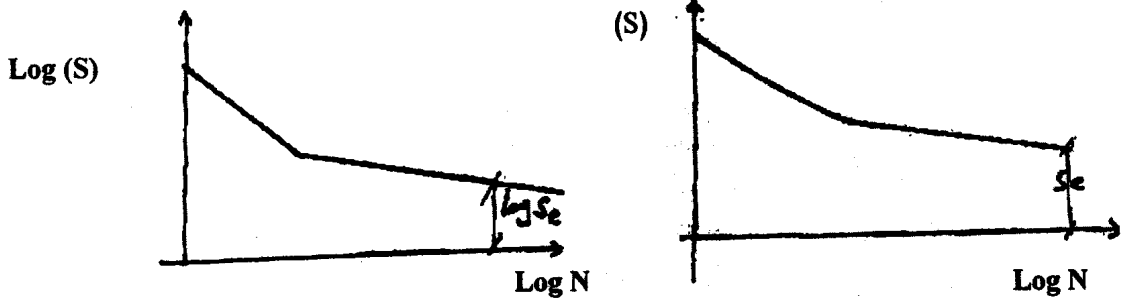
١-٦-٩ منحنى الإجهاد وعدد الدورات S - N Diagram :

• يمكن الحصول على معلومات ودلالة إختبار التعب في عدة طرق ، أكثر هذه الطرق شيوعاً هي تعيين عدد دورات الإجهاد حتى حدوث الإنهيار لعدد من العينات المجهدة تحت قيم إجهادات مختلفة . وفي هذه الحالة فإن نتائج الإختبار يمكن توقيعها ورسمها في صورة تربط علاقة الإجهاد المتكرر (S) (وفي هذه الحالة يمثل قيمة أقصى إجهاد متكرر) على المحور الرأسى وعدد الدورات (N) التي حدث عندها الكسر أو الإنهيار على المحور الأفقى - يسمى المنحنى الناتج من هذه العلاقة منحنى (S - N) ويجرام كما هو مبين بالشكل (٩-١٥) .



شكل (١٥-٩) منحنى (S - N) ديجرام

- وحيث أنه يمكن الحصول عادة على نتائج ذات إختلاف كبير في مثل هذه النوعية من الإختبارات الأمر الذى يتبين منه أن المنحنى المرسوم بعاليه هو منحنى تقريبي متوسط يمثل متوسط النتائج المتحصل عليها من الإختبار .
- ونظراً لأنه فى بعض المواد فإن عدد الدورات التى يحدث عندها الإنهيار ذات أرقام كبيرة الأمر الذى يصعب تمثيل هذه العلاقة بأى مقياس رسم مناسب لذلك أحياناً يمكن رسم إما منحنى العلاقة بين (S) على المحور الرأسى ولوغاريتيم (N) ($\log N$) على المحور الأفقى أو منحنى العلاقة بين لوغاريتيم (S) ($\log S$) على المحور الرأسى ولوغاريتيم (N) ($\log N$) على المحور الأفقى كما هو موضح بالشكل التالى (١٦-٩) .



شكل (١٦-٩)

- وبالنظر إلى منحنى العلاقة بين (S) ، (N) يتبين أنه عند $N = 1$ أى الحمل يؤثر مرة واحدة ويحدث الكسر فإن (S) فى هذه الحالة تناظر أقصى إجهاد إستيايكي تتحملة المادة وليكن (S_{US}) وكلما قلت قيمة الإجهاد المتكرر عند هذه القيمة ($S < S_{US}$) فإن العينة

تتحمل عدد من الدورات أكبر من الواحد وهذا العدد يتوقف على قيمة (S) حيث كلما قلت (S) كلما زاد عدد الدورات الذى يحدث عنده الإنهيار .

- هذا وتجدر الإشارة إلى أنه على ضوء منحنى (S - N) ديجرام يمكن تحديد وتعريف بعض خواص ومقاومة المواد نتيجة للتعب أو الكلال وذلك كالآتى :

١-٦-٩ - أ مقاومة التعب **Fatigue Strength** :

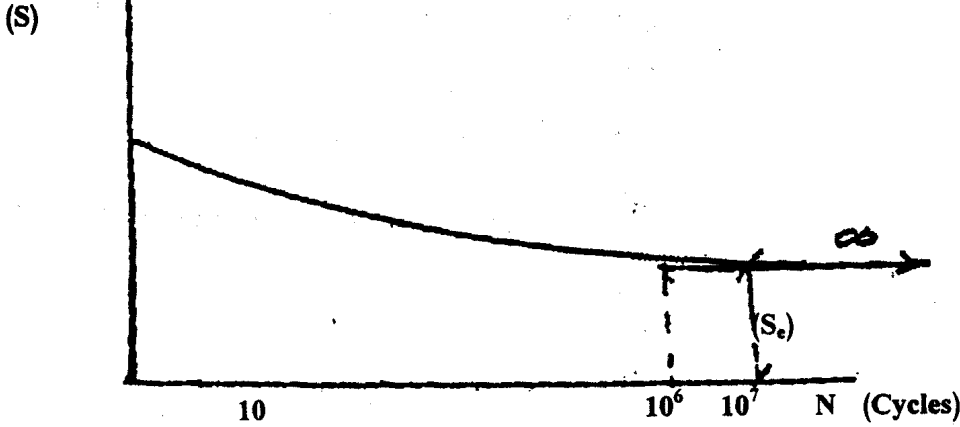
يمكن تعريف مقاومة التعب بأنه عبارة عن قيمة إجهاد الكسر للحمل المتكرر المناظر لأى عدد معين من الدورات (N) أى هو قيمة الإحداثى الرأسى لمنحنى (S - N) ديجرام عند أى عدد معين من الدورات (N) وهو قيمة متغيرة وغير ثابتة حيث أنه لابد من ذكر عدد الدورات التى يحدث عندها الإنهيار عند ذكر قيمة إجهاد التعب .

١-٦-٩ - ب حد الاحتمال (حد التعب) **Endurance Limit (Fatigue Limit) (Se)** :

- إن منحنى (S - N) ديجرام بغض النظر عن طريقة رسمه وتوقيعه يحتوى جزء محدد من المنحنى بعده تأخذ العلاقة بين الإجهاد (S) وعدد الدورات (N) خط أفقى أى أنه بعد عدد محدد ومعين من الدورات (N) فإن قيمة الإجهاد المتكرر لا تتأثر ولا تقل بزيادة عدد الدورات عند حد معين ، والحد الفاصل هذا عادة ما يحدث بعد عدد من الدورات يتراوح ما بين 10^6 إلى 10^7 للمعادن مثل الصلب (معتمد على نوع المعدن وزمن نبذبة تأثير الإجهاد وعلى عوامل أخرى) .

- هذا وتجدر الإشارة إلى أنه مقارنة بالمعادن فإن دراسة تعب المواد الغير معدنية محدود للغاية (الخشب ، الأسمنت ، الخرسانة ، البلاستيك ، المطاط إلخ) بالرغم من أن هناك تجارب وأبحاث حديثة تمت فى الآونة الأخيرة على المنتجات الخرسانية والخرسانة المسلحة .

- هذا ويمكن اعتبار أن حد الاحتمال هو حالة خاصة لمقاومة التعب وأنه لبعض المعادن المعدنية والسبائك المعدنية فإن منحنى (S - N) ديجرام يمس الخط الأفقى عند ما لا نهاية ، وبناء عليه يمكن تعريف حد الاحتمال للمادة بأنه أقصى إجهاد لدورة إجهاد معكوسة كلياً تتحمله المادة عند عدد لا نهائى من الدورات ($N = \infty$) والتي يحدث عندها الإنهيار معملياً يمكن أخذ هذه القيمة للإجهاد عند عدد من الدورات يتراوح ما بين 10^6 ، 10^7 للمواد المطيلة كما هو مبين بالشكل (٩-١٧) .



شكل (٩-١٧)

٩-٦-١- جـ العلاقة بين حدود الإحتمال وخواص المواد الإستاتيكية تحت تأثير أفعال الإجهادات المختلفة :

Relation Between Endurance Limits of Materials and Static Properties of Materials Under Various Stressing Actions :

- عادة ما توجد علاقة بين نتائج اختبار التعب ممثلة في حد الإحتمال للمادة مع الخواص الميكانيكية لنفس المادة تحت تأثير الفعل الإستاتيكي بدلالة أقصى مقاومة شد إستاتيكية . هذا وأن النسبة بين حد الإحتمال (S_e) وأقصى مقاومة إستاتيكية في الشد (S_{Ur}) غالباً ما تسمى ويشار إليها بما يسمى بنسبة الإحتمال أو نسبة التعب (n) بمعنى أن :

$$\frac{\text{حد الإحتمال}}{\text{أقصى مقاومة شد إستاتيكية}} = \frac{S_e}{S_{Ur}} = (n) \text{ نسبة الإحتمال}$$

- إن نسبة الإحتمال أو التعب عادة ما يتم تقييمها بعناية ودقة عالية لعينات ليس بها حز يتم اختبارها إما تحت حالات ودورات تحميل معكوسة كلياً في الإنحناء أو حمل محوري ($r = -1$) وذلك ظروف قياسية معملية بدرجة عالية من الدقة والضغط .
- هذا ويجب الإشارة إلى أن نسبة الإحتمال أو التعب للمادة أيضاً تعتمد على حالة وظروف المادة المختبرة ودرجة معاملتها حرارياً .

- هذا ووجب التنويه بأن نسبة الإحتمال أو التعب للمواد الغير معدنية معتمدة على أساس معايير الكسر للمادة (modulus of rapture) عادة ما تكون أقل من مثيلاتها للمواد المعدنية .

*** العلاقة بين حد الإحتمال في الإنحناء ومقاومة الشد القصوى :**

Relation Between Endurance Limit in Bending (S_{eb}) and Ultimate Tensile Strength (S_{Ut}) :

- أجريت أبحاث كثيرة لإيجاد هذه العلاقة والتي معظمها تتفق في أن نسبة الإحتمال أو التعب (n) تتراوح ما بين :

$$n = (0.36 \leftarrow 0.61) \text{ للصلب بمتوسط } 0.5 \text{ للمعادن المطيلة .}$$

$$n = (0.18 \leftarrow 0.5) \text{ بمتوسط } 0.3 \text{ للمعادن الغير حديدية .}$$

$$n = (0.39 \leftarrow 0.46) \text{ بمتوسط } 0.4 \text{ للمواد القصيفة (الحديد الزهر) .}$$

$$\text{i.e } \sigma_{eb} \cong 0.5 \sigma_{Ut}$$

for Ductile materials

$$\sigma_{eb} \cong 0.4 \sigma_{Ut}$$

for Brittle materials

حيث : (σ_{eb}) حد الإحتمال في الإنحناء ، (σ_{Ut}) أقصى مقاومة للشد الإستاتيكي .

- هذا ويجب التنويه إلى أن نسبة الإحتمال أو التعب في الإنحناء قد تم تقييمها بدلالة مقاومة الخضوع والمقاومة القصوى لشد وذلك بدلالة العلاقة التالية :

$$\sigma_{eb} = C (\sigma_{yt} + \sigma_{Ut})$$

حيث : (σ_{eb}) حد الإحتمال في الإنحناء للمادة

، (σ_{yt}) إجهاد الخضوع في الشد الإستاتيكي للمادة

، (σ_{Ut}) أقصى مقاومة شد إستاتيكية للمادة

، (C) ثابت = 0.285 للصلب الطرى

$$\text{i.e } \sigma_{eb} = 0.285 (\sigma_{yt} + \sigma_{Ut})$$

فمثلاً للصلب رتبة ٣٥/٢٤ حيث $\sigma_{Ut} = 3500 \text{ kg/cm}^2$

$$\therefore \sigma_{eb} = 0.285 (2400 + 3500) = 1771.5 \text{ kg/cm}^2 \cong 0.5 \sigma_{Ut} \text{ كما ذكرنا}$$

- هذا ولا تصلح المعادلة السابقة فى حالة الصلب العالى المقاومة (High Tensile Steel) ولكن يمكن إستخدام المعادلة التالية

$$\sigma_{eb} = \sigma_{-1} = 4000 + \frac{1}{6} \sigma_{Ut} \quad (kg/cm^2)$$

فمثلاً للصلب العالى المقاومة رتبة ٥٢/٣٦ حيث $\sigma_{Ut} = 5200 \text{ kg/cm}^2$

$$\therefore \sigma_{eb} = 4000 + \frac{5200}{6} = 4000 + 865 = 4865 \cong 0.93 \sigma_{Ut}$$

* العلاقة بين حد الإحتمال فى الإحناء (σ_{eb}) وحد الإحتمال فى الإجهادات العمودية

المباشرة (σ_{eN}) :

Relation Between Endurance Limit in Bending (σ_{eb}) and Endurance Limit in Direct (Normal) Stress (σ_{eN}) :

- أثبتت أبحاث كثيرة أنه بدون شك أن حد الإحتمال نتيجة للإجهادات المباشرة العمودية أقل من مثيلتها الناجمة من إجهادات الإحناء وأن هناك قيمة متوسطة للعلاقة بين الإثنين يمكن صياغتها كالاتى :

$$0.85 = \frac{\text{حد الإحتمال تحت الإجهادات العمودية المباشرة } (\sigma_{eN})}{\text{حد الإحتمال تحت إجهادات الإحناء } (\sigma_{eb})}$$

لمعظم المواد الأمر الذى يمكن القول بأنه

$$\sigma_{eN} = 0.85 \quad \sigma_{eb} = 0.42 \quad \sigma_{Ut} \quad \text{للمواد المطيلة} :$$

$$\sigma_{eN} = 0.85 \quad \sigma_{eb} = 0.35 \quad \sigma_{Ut} \quad \text{للمواد القصيفة} :$$

* العلاقة بين حد الإحتمال فى الإحناء (σ_{eb}) وحد الإحتمال فى الليّ (τ_e) :

Relation Between Endurance Limit in Bending (σ_{eb}) and Endurance Limit in Torsion (τ_e) :

- إن هذه العلاقة يمكن التنبؤ بها وذلك على ضوء نظريات الإنهيار المعروفة للمواد المختلفة وظروف وصلاحية تطبيق كل من هذه النظريات على المواد المختلفة ، أى بمعنى أن نظريات المقاومة يمكن إستخدامها لتعيين وتقدير قيمة حد الإحتمال فى الليّ وذلك اعتماداً على النتائج المتحصل عليها من إختبارات التعيب وحد الإحتمال تحت العزم المتكرر أو القص المباشر المتكرر . هذا وكما هو معروف بأن النظريات الصالحة للتطبيق فى حالة المواد المطيلة هما نظرية أقصى إجهاد قص

(Max. Shear Theory) ونظرية طاقة التشوه (Distorsion Energy Theory) بينما للمواد القصيفة فإن هذه النظريات لا تصلح ولكن يمكن تطبيق كل من نظرية أقصى إجهاد (Max. Stress Theory) ونظرية مور (Mohr's Theory) ولتطبيق هذه للنظريات فإنه يتم إستبدال قيمة إجهاد الخضوع الإستاتيكي بقيمة حد الإحتمال فى صيغة هذه المعادلات وعليه فإنه بتطبيق هذا التعريف فإنه يمكن برهنة الأتى :

- بالنسبة للمواد المطيلة (الصلب) :

○ طبقاً لنظرية أقصى إجهاد قص (Max. Shear Theory) فإن :

$$\tau_e = \frac{1}{2} \sigma_{eb} = 0.25 \sigma_{Ut}$$

○ طبقاً لنظرية طاقة التشوه (Distorsion Energy Theory) فإن :

$$\tau_e = 0.577 \sigma_{eb} = 0.288 \sigma_{Ut}$$

هذا وقد أثبتت التجارب والأبحاث العلمية أن نظرية طاقة التشوه أكثر صلاحية وتطبيقاً وتتمشى مع النتائج المعملية .

- بالنسبة للمواد القصيفة (حديد الزهر) :

○ طبقاً لنظرية أقصى مقاومة أو إجهاد (Max. Streugh Theory) فإن :

$$\tau_e = 2 \sigma_{eb} = \sigma_{Ut}$$

○ طبقاً لنظرية مور (Mohr's Theory) فإن :

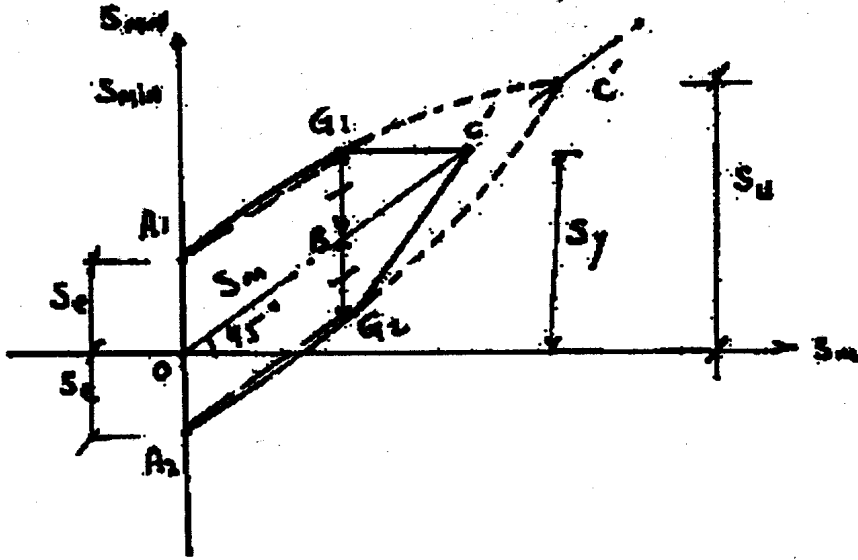
$$\tau_e = 2 \sigma_{eb} \cong 0.8 \sigma_{Ut}$$

هذا وقد أثبتت للتجارب المعملية صلاحية تطبيق هذه المعادلات بالنسبة للمواد القصيفة ولزيادة الأمان فإنه يمكن القول بأن $(\tau_e = 0.8 \tau_{Ut})$ للمواد القصيفة .

٢-٦-٩ منحنى مقاومة التعب **Fatigue Strength Diagram** :

- يمثل هذا المنحنى العلاقة بين قيمة كل من أقصى إجهاد (S_{max}) وأدنى إجهاد (S_{min}) وذلك على المحور الرأسى وقيمة الإجهاد المتوسط (S_m) = $(\frac{S_{max} + S_{min}}{2})$ على المحور الأفقى بنفس مقياس الرسم وذلك لدورات حمل نو إجهاد متكرر متغيرة كما هو مبين

- هذا وتجدر الإشارة إلى مميزات هذا المنحنى وهى :
 - المنحنى $(A_1 \text{ c'})$ يمثل المحل الهندسى لقيم أقصى إجهادات (S_{max}) .
 - المنحنى $(A_2 \text{ c'})$ يمثل المحل الهندسى لقيم أدنى إجهادات (S_{min}) .
 - الخط $(O \text{ c'})$ يمثل المحل الهندسى لقيم الإجهاد المتوسط $\frac{S_{max} + S_{min}}{2}$.
 - البعد $(O A_1) = (O A_2)$ = حد الإحتمال للمادة تحت نقل الإجهاد المؤثر S_e .
 - الخط الرأسى عند نقطة الأصل يمثل دورة إجهاد معكوسة كلياً وعندها $N = \infty$.
 - الخط الرأسى عند نقطة (c') يمثل إجهاد إستاتيكي وفيها $N = 1$.
 - كلما زادت قيمة الإجهاد المتوسط كلما زادت قيمة أقصى إجهاد وقلت قيمة أدنى إجهاد .
 - المحل الهندسى لقيم أقصى إجهاد (S_{max}) متماثل مع المحل الهندسى لقيم أدنى إجهاد (S_{min}) بالنسبة للخط $(O \text{ c'})$ الذى يمثل المحل الهندسى للإجهاد المتوسط (S_m) .
 - عند أى قيمة للإجهاد المتوسط على المحور الأفقى فإن الفرق بين أقصى إجهاد (S_{max}) وأدنى إجهاد (S_{min}) وهى قيمة (R) تمثل مدى الإجهاد المؤثر وهذه القيمة (R) تقل من أقصى قيمة عند نقطة الأصل $= (2 S_e)$ إلى أقل قيمة عند نقطة (c') وتساوى صفراً ، هذا وأيضاً يتبعه القول بأنه كلما زادت قيمة الإجهاد المتوسط (S_m) كلما قلت قيمة الإجهاد المتغير (S_r) حيث عند $(S_m = 0)$ فإن قيمة (S_r) تساوى حد الإحتمال (S_e) وعند قيمة $(S_m = S_{Ut})$ فإن $(S_r = 0)$.
 - إن أى نقطة تقع على المنحنى $(A_1 \text{ c'} A_2)$ تمثل حالة إنهيار للمادة تحت تأثير الأحمال المتكررة بينما أى نقطة تقع بداخل هذه المنحنى تكون آمنة ولا يحدث إنهيار نتيجة لقيم الإجهادات القصوى والأدنى المناظرة لهذه النقطة التى تقع بداخل المنحنى $(A_1 \text{ c'} A_2)$.
 - هذا وبالنسبة للتطبيق العملى وطبقاً لنظرية التصميم المرن فإن قيم الإجهادات بأى حال من الأحوال لا تتعدى حد المرونة للمادة (والذى يساوى إجهاد الخضوع) وبناءً عليه فإنه يمكن الاستفادة من هذا المنحنى فى التطبيق العملى إذا لم تتعد كل من قيم أقصى إجهادات أو أدنى إجهادات قيمة إجهاد الخضوع أى أن منحنى مقاومة التعب يكون محدداً بالأقصى إجهادات أو أدنى إجهادات أو أدنى إجهادات قيم إجهاد الخضوع أى المحل الهندسى لأقصى إجهادات هو المنحنى $(A_1 G_1)$ والخط المستقيم $(G_1 C)$ والمحل الهندسى لأدنى إجهادات هو المنحنى $(A_2 G_2)$ والخط المستقيم $(G_2 C)$ كما هو مبين بالشكل (٩-١٩) .



شكل (٩-١٩)

- ولتبسيط الحل يتم جعل المنحنيات نموذجية بتقريبها لتصبح خطوط مستقيمة وهى
- يمكن الحصول على منحنى مقاومة التعب (Fatigue Strength Diag.) لأى مادة من نتائج ومعلومات إختبار التعب على مجموعة من العينات تعرضت لدورات تحميل متكرر وذلك بتعيين قيمة مدى الإجهاد (Range of Stress (R) لعدد كافى من قيم الإجهادات المتوسطة (S_m). يتم توقيع قيم الإجهادات المتغيرة (S_r) أعلى وأسفل كل قيمة من قيم الإجهادات المتوسطة وذلك بغرض الحصول على قيم أقصى وأدنى إجهادات (S_{max}) ، (S_{min}) وبتوصيل هذه النقط للقيم القصوى والدنيا نحصل على المحل الهندسى لكل من الإجهادات القصوى والإجهادات الأدنى أى على خطوط (S_{max}) ، (S_{min}) ، وحيث أن أقصى قيمة للخط لا تتعدى قيمة إجهاد الخضوع للمادة (S_y) حتى نقطة (G_1) بلى ذلك خط أفقى حتى الخط (OC) الذى يمثل الإجهاد المتوسط (S_m) .
- إن النقطة (G_2) يمكن تحديدها وهى المناظرة لقيمة إجهاد متغير (S_r) نو قيمة تساوى البعد ($G_1 B$) = البعد ($B G_2$) .
- هذا ويجب التأكيد بأن منحنى التعب هذا السابق ذكره عادة ما يتم الحصول عليه عن طريق إختبارات معملية يتم إجراؤها على عينات قياسية وفى ظروف نموذجية بمعنى أن العينات تكون صغيرة نسبياً ولامعة السطح ، لذلك فإنه عند التصميم فإنه عادة ما يؤخذ

ويجب إعتبار منحنى مقاومة التعب أقل قليلاً بمقدار صغير مقارنة من المنحنى الحقيقى المتحصل عليه من التجارب المعملية حيث أنه فى التطبيق العملى فإن المنشآت وعناصر الماكينات ليست فى ظروف نموذجية كالعينات .

* منحنى سميث لمقاومة التعب Smith-Fatigue Strength Diagram :

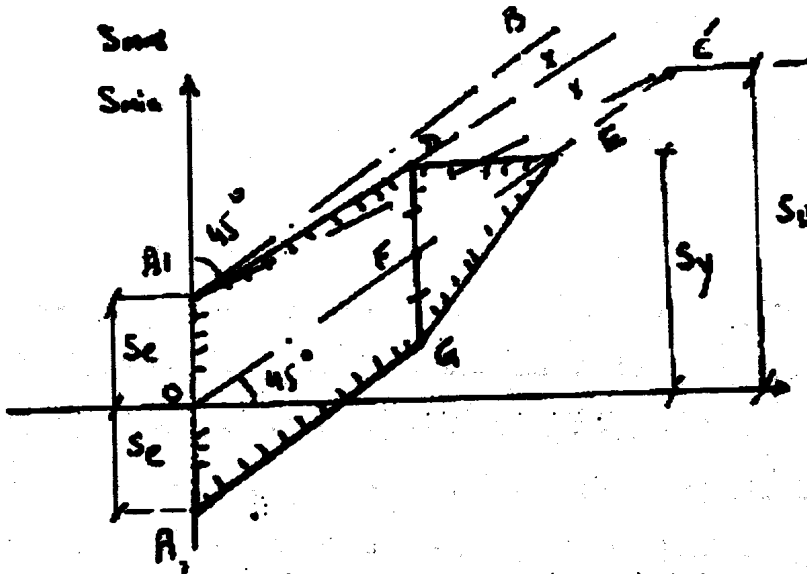
• إن تعيين منحنى مقاومة التعب شاق ومتعب ومجهد وذلك نظراً للصعوبات والزمن الذى يستغرقه إجراء الإختبار ونتيجة لذلك فقد طور الباحثون هذا المنحنى ليعتمد على الخواص الميكانيكية تحت تأثير الأحمال الإستاتيكية وحد الإحتمال للمادة تحت تأثير الأحمال المتكررة لدورة إجهاد معكوسة كلياً أى على كل من (S_U) أقصى إجهاد إستاتيكي ، (S_y) إجهاد الخضوع الإستاتيكي ، (S_e) حد الإحتمال ، ومن هذه المنحنيات منحنى سميث لمقاومة التعب .

• يمكن رسم وتوقيع منحنى سميث لمقاومة التعب بإتباع الخطوات التالية :

- ١- يتم أخذ المحور الرأسى يمثل قيم الإجهادات سواء القيمة القصوى (S_{max}) أو القيمة الأدنى (S_{min}) والمحور الأفقى يمثل قيمة الإجهاد المتوسط المناظرة (S_m) مع ملاحظة أن مقياس الرسم للمحور الرأسى هو نفس مقياس الرسم للمحور الأفقى .
- ٢- يتم توقيع قيمة حد الإحتمال (S_e) عند نقطة الأصل حيث $(S_m = 0)$ وذلك لكل من القيمة القصوى والدنيا المناظرة وذلك عند النقطتين (A_1) ، (A_2) كما هو مبين .
- ٣- يتم رسم خطين مائلين بزاوية 45° مع الأفقى الأول من نقطة الأصل (o) والثانى موازى له من نقطة (A_1) حتى نقطة ما ولتكن (B) .
- ٤- يتم رسم خط أفقى نو إحداثى رأسى قيمته تعادل قيمة (S_{Ue}) أقصى مقاومة إستاتيكية حسب طبيعة الإجهاد المؤثر ليتقاطع مع الخط المائل بزاوية 45° من نقطة الأصل وهو يمثل المحل الهندسى للإجهاد المتوسط (S_m) وذلك فى نقطة الأصل (c) كما هو مبين .
- ٥- يتم وصل النقطتين (A_1) ، (C) بخط مستقيم ويتم تصنيف الزاوية المحصورة بين الخطين $(A_1 B)$ ، $(A_1 C)$.
- ٦- يتم رسم خط أفقى نو إحداثى رأسى قيمته تعادل قيمة (S_{ys}) إجهاد الخضوع الإستاتيكي حسب طبيعة الإجهاد المؤثر ليتقاطع مع الخط المنصف للزاوية المذكورة فى نقطة (D) .

٧- يتم رسم خط رأسى من عند نقطة (D) ليقطع الخط (oc) عند نقطة (F) ثم يتم أخذ قيمة (F G) أسفل هذا الخط تساوى البعد (D F) .

٨- يتم إكمال النقاط (A₁)، (D)، (E)، (G)، (A₂) لتكون وتمثل منحنى سميث لمقاومة التعب حيث الجزء (A₁ DE) يمثل المحل الهندسى لأقصى إجهاد (S_{max}) والجزء (E G A₂) يمثل المحل الهندسى لأدنى إجهاد (S_{min}) والخط (oc) يمثل الإجهاد المتوسط (S_m) كما هو مبين بالشكل (٢٠-٩) .



شكل (٢٠-٩) منحنى سميث لمقاومة التعب

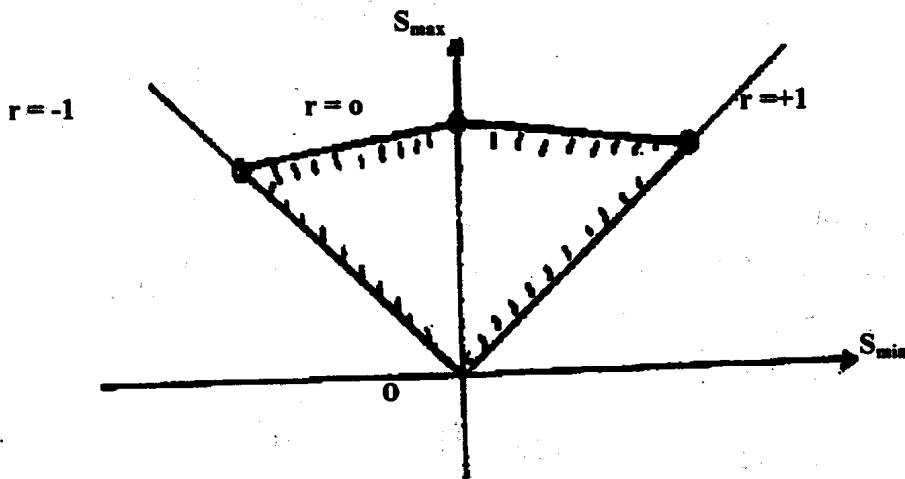
• هذا وتجدر الإشارة إلى أنه كما أشرنا سابقاً فإنه لأى أو عند أى قيمة معلومة من الإجهاد المتوسط (S_m) فإنه إذا ما وقعت أى قيمة مناظرة لكل من (S_{max}) ، (S_{min}) خارج المنحنى فإن هذا يعنى أن هذه الدورة من قيم الإجهادات تسبب إنهيار نتيجة للأحمال المتكررة أو التعب بينما إذا ما وقعت كلا القيمتين داخل المنحنى (A₁ D E G A₂) فإن هذا يعنى أنه سوف لا يحدث إنهيار أو كسر نتيجة لتعرض العنصر إلى حمل متكرر أو تعب أو كلال .

• هذا ووجب التنويه أيضاً إلى أنه يمكن رسم منحنى سميث بطريقة أخرى كما هو مبين

بالشكل (٢١-٩) حيث يتم أخذ قيم (S_{max}) على المحور الرأسى (y) وقيم (S_{min}) على

المحور الأفقى (x) مع توقيع هذه القيم عند نسب إجهاد (Stress Ratio = r) = $\frac{S_{min}}{S_{max}}$

تساوى (١-) وهى تمثل دورة إجهاد معكوسة كلياً وفيها $(S_{\max} = - S_{\min})$ وتساوى (١+) وهى تمثل إجهاد إستاتيكي $(S_{\max} = S_{\min})$ ، وتساوى (صفر) وهى تمثل دورة إجهاد نابضة فيها $S_{\max} = 0$.



شكل (٩-٢١) طريقة أخرى لتمثيل منحني سميث للتعَب

• فمثلاً لمادة معينة تعرضت لظروف تحميل معينة وكانت أقصى وأدنى قيم للإجهادات المناظرة لهذه الحالات كما يلي :

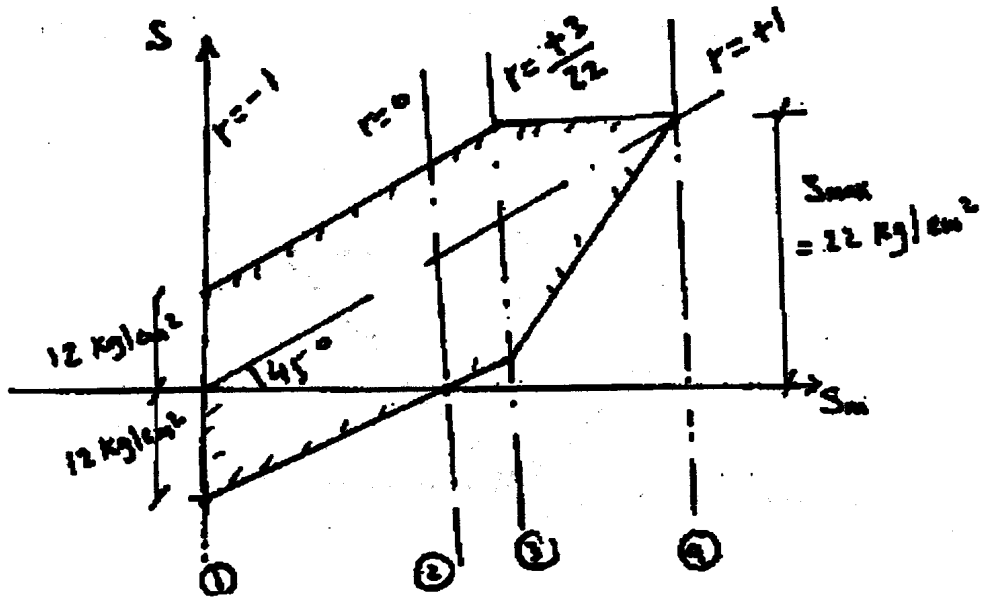
- المادة تعرضت إلى دورة إجهاد معكوسة كلياً $(S_{\min} = -12 \text{ kg/cm}^2)$ ، $(S_{\max} = +12 \text{ kg/cm}^2)$ بمعنى $r = -1$ ، $S_m = 0$.

- المادة تعرضت إلى دورة إجهاد نابضة $(S_{\min} = 0)$ ، $(S_{\max} = +20 \text{ kg/cm}^2)$ بمعنى $(S_m = +10 \text{ kg/cm}^2)$ ، $r = 0$.

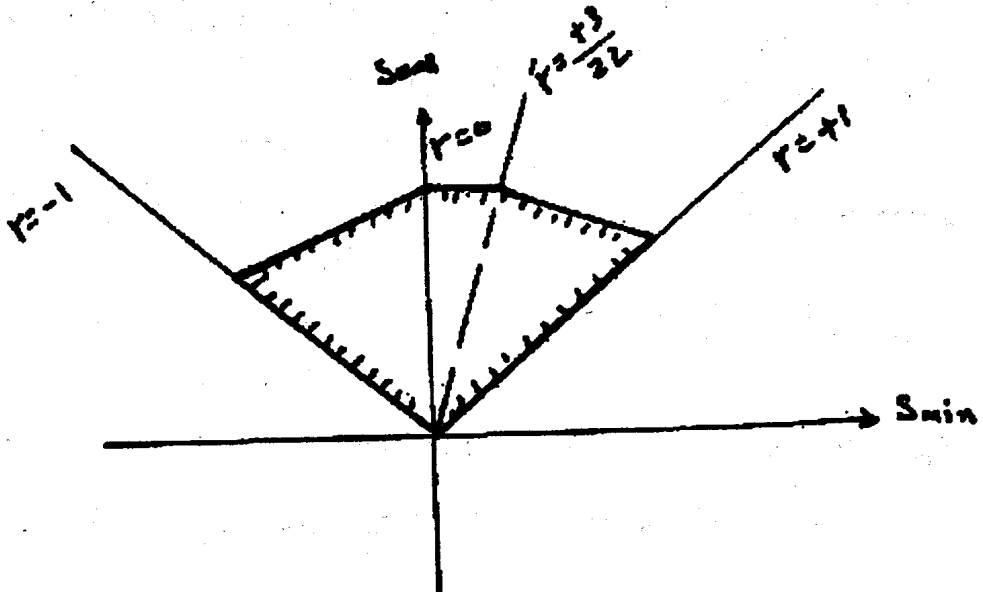
- المادة تعرضت إلى إجهاد إستاتيكي $(S_{\min} = +22 \text{ kg/cm}^2)$ ، $(S_{\max} = +22 \text{ kg/cm}^2)$ بمعنى $S_m = +22 \text{ kg/cm}^2$ ، $r = +1$.

- المادة تعرضت إلى دورة إجهاد متكررة تتراوح الإجهادات فيها من $S_{\min} = +3 \text{ kg/cm}^2$ إلى $S_{\max} = +22 \text{ kg/cm}^2$ ، بمعنى $r = +\frac{3}{22}$ ، $S_m = \frac{3+22}{2} = 12.5 \text{ kg/cm}^2$.

وبناءً على ما سبق فإنه يمكن رسم منحني سميث لمقاومة التعَب بالطريقة الأولى أو الثانية كما هو موضح بالشكل (٩-٢٢) .



أ - باستخدام الطريقة الأولى



ب - باستخدام الطريقة الثانية

شكل (٩-٢٢) تمثيل منحنى سميت لمقاومة التعب

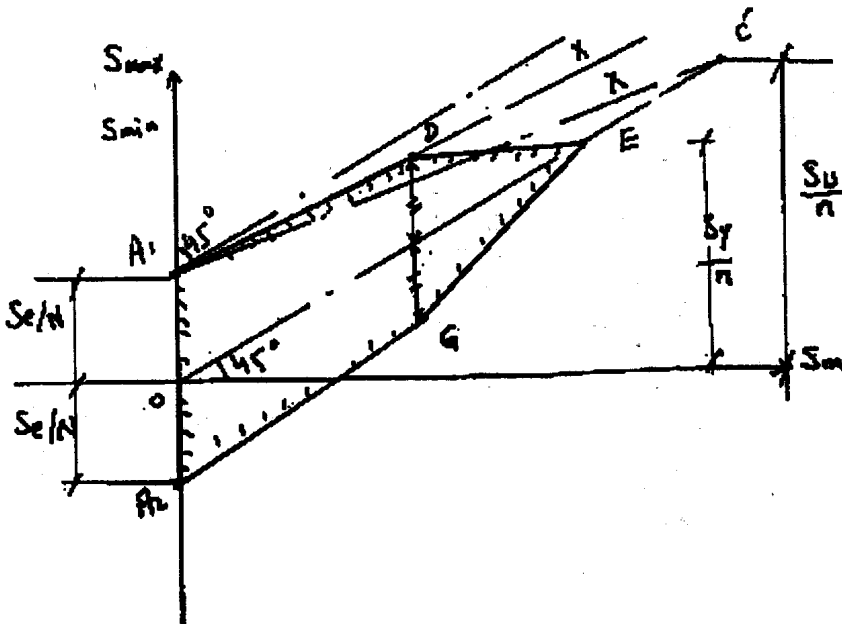
ملحوظة هامة :

يمكن استخدام منحنى سميث لمقاومة التعب في تصميم العناصر المعرضة إلى أحمال أو إجهادات تشغيل معينة ومعرضة إلى أحمال متكررة وذلك باستخدام ومعلومية الإجهادات المسموح بها في كلاً من التحميل الإستاتيكي والمتكرر أى أنه يتم رسم العلاقة بين (S_{max}) ، (S_{min}) ، (S_{mean}) بإعتبارهما إجهادات تشغيل وليست إجهادات كسر أو إنهيار ولكن في هذه الحالة يتم إستبدال قيمة (S_e) بالقيمة $\left(\frac{S_e}{N}\right)$ وذلك للتعبير عن مقاومة وإجهاد التشغيل المسموح به في حالة الأحمال المتكررة وإستبدال القيم (S_U) ، (S_y) بالقيم $\left(\frac{S_U}{n}\right)$ ، $\left(\frac{S_y}{n}\right)$ للتعبير عن مقاومة وإجهاد التشغيل المسموح به في حالة الأحمال الإستاتيكية .

حيث : (N) معامل الأمان للتحميل المتكرر

، (n) معامل الأمان للتحميل الإحصائي

وعادة ما يكون قيمة (N) أكبر من (n) في التطبيق العملي وكما يلي بالشكل (٩-٢٣)



شكل (٩-٢٣) منحني سميث لإجهادات التعب التصميمية والتشغيلية

مثال رقم (١) :

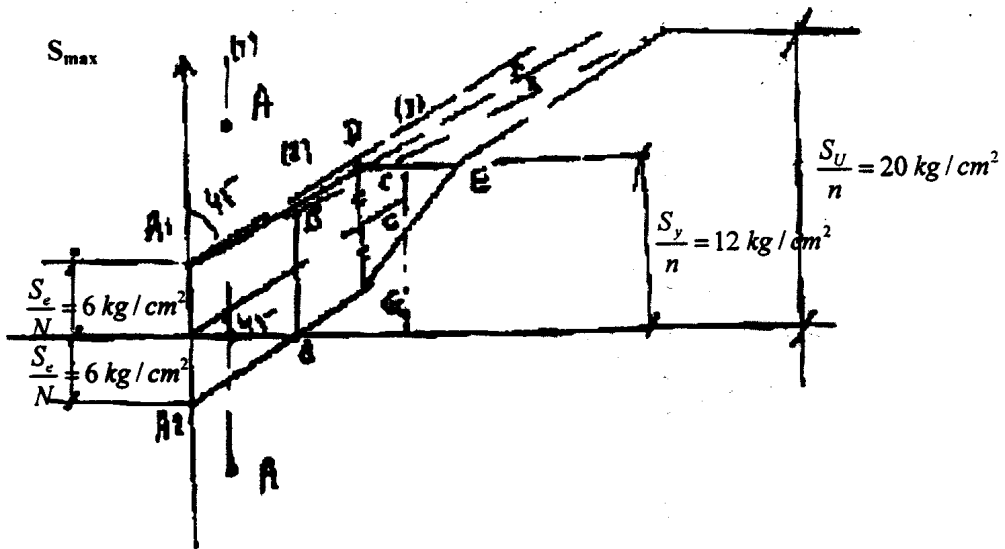
تم إجراء اختبار تحليل إجهادات على جزء من ماكينة تعرض إلى أحمال متكررة حيث كانت قيم أقصى وأدنى إجهادات متولدة في قطاعات عدة كما يلي :

الدرجة	الدرجة	الدرجة	الدرجة
١٠+	١٠+	١٤+	الدرجة
٨+	صفر	١٠-	الدرجة

بين ما إذا كانت الإجهادات المتولدة عند هذه القطاعات آمنة ضد إنهيار التعب أم لا إذا كانت أقصى مقاومة إستاتيكية للمادة تعادل (S_U) ٤٠ كجم/سم^٢ ، إجهاد الخضوع الإستاتيكي للمادة يعادل ٢٤ كجم/سم^٢ (S_y) وحد الإحتمال للمادة تحت الأحمال المتكررة يعادل ١٨ كجم/سم^٢ (S_e) وكانت معاملات الأمان للأحمال الإستاتيكية والمتكررة تعادل (٢) ، (٣) على التوالي أى $n = 2$ & $N = 3$.

الحل :

- من خواص المادة تحت تأثير الأحمال الإستاتيكية والمتكررة بمعلومية (S_U) ، (S_y) ، (S_e) يتم رسم منحنى سميث للتعب التصميمي مع الأخذ فى الاعتبار قيم معادلات الأمان لكل نوع من هذه الأحمال كما هو موضح بالشكل (٩-٢٤) وذلك بمقياس رسم معين .



شكل (٩-٢٤) منحنى سميث التصميمي

- يتم تقدير قيمة كل من الإجهاد المتوسط (S_m) المناظر لكل قطاع كالتالى حيث

$$S_m = \frac{S_{max} + S_{min}}{2}$$

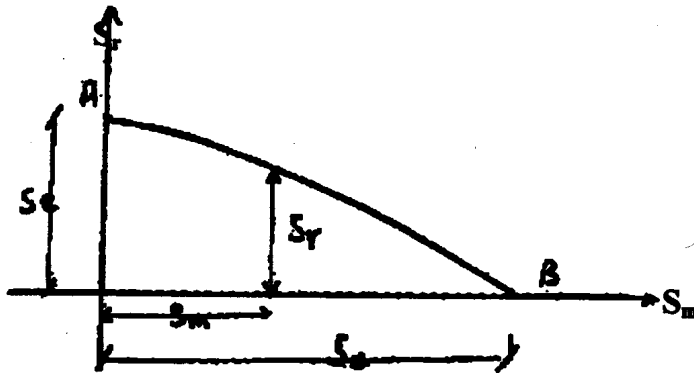
$\frac{8-10+}{2}$ (9+) =	$\frac{10-10+}{2}$ (0+) =	$\frac{10-14+}{2}$ (2+) =
-----------------------------	------------------------------	------------------------------

- يتم توقع إحداثيات (S_{max}) ، (S_{min}) المناظرة لكل قيمة من (S_m) عند كل مقطع كما هو مبين فإذا وقعت النقط بداخل المنحنى فإنه في هذه الحالة تكون حالة الإجهاد المناظرة لها آمنة ولا يحدث لها إنهيـار أما إذا وقعت إحداهما خارج المنحنى فإنه في هذه الحالة تكون حالة الإجهاد المناظرة غير آمنة وتمثل حالة إنهيـار نتيجة لهذه الإجهادات ، وبتطبيق ذلك وتوقع حالة الإجهادات المناظرة للقطاع (١)، (٢)، (٣) تبين أن القطاع (١) غير آمن وأن القطاعات (٢)، (٣) آمنة ضد حدوث الإنهيـار نتيجة للتعب أو الكلال أو الأحمال المتكررة.

٩-٦-٣ العلاقة بين الإجهاد المتغير والإجهاد المتوسط :

Variable Stress (S_r) and Mean Stress (S_m) Relation :

- يمكن توقع نتائج إختبار التعب وذلك عن طريق تعيين قيم الإجهادات المتغيرة (S_r) (Variable or Alternating Stress) وتوقعها على محور رأسى مع القيم المناظرة لها لقيم الإجهادات المتوسطة (S_m) على المحور الأفقى وذلك عند حدوث الإنهيـار للمادة المعرضة لدورات تحميل متكرر مختلفة كما هو مبين بالشكل (٩-٢٥) .



شكل (٩-٢٥) العلاقة بين (S_r) ، (S_m)

- من الشكل (٩-٢٥) يبين أن المنحنى المتحصل عليه من هذه العلاقة هو المنحنى (AB) وفيه نقطة (B) تمثل التحميل الإستاتيكي حيث $(S_{\max} = S_{\min})$ ، $(S_r = 0)$ بينما نقطة (A) تمثل التحميل المتكرر لدورة إجهاد معكوسة كلياً حيث $(S_m = 0)$ ، $(S_{\max} = - S_{\min})$ بمعنى الإحداثى الأفقى (oB) يساوى (S_U) والإحداثى الرأسى (oA) يمثل $S_r = S_{\max} = S_e$.

- من فحص هذا المنحنى يتبين أنه كلما قلت قيمة الإجهاد المتغير (S_r) أو قلت قيمة مدى الإجهاد $(R) = S_r / S_m$ فإن قيمة الإجهاد المتوسط المناظر له تزداد قيمته وأيضاً عند أى نقطة على المنحنى ولتكن (c) فإن مجموع كلاً من الإحداثيين الرأسى (S_r) والأفقى (S_m) يساوى قيمة أقصى إجهاد متكرر حيث $(S_{\max} = S_m + S_r)$ وأن الفرق بين هذين الإحداثيين يساوى قيمة أدنى إجهاد متكرر حيث $(S_{\min} = S_m - S_r)$.
- هذا ويجب التنويه إلى أن المنحنى (AB) هو المحل الهندسى لحدود الإنهيار نتيجة للتعب والتحميل المتكرر وهذا يعنى أن أى نقطة تقع خارج هذا المنحنى تمثل حالة إنهيار نتيجة للتعب الناجم عن دورة التحميل هذه وأيضاً أى نقطة ذات إحداثيات تقع بداخل هذا المنحنى (AB) تعتبر آمنة ولا يحدث عنها إنهيار نتيجة للتعب أو التحميل المتكرر .
- هذا وتجدر الإشارة إلى أنه لتبسيط الموضوع فإنه أمكن تمثيل العلاقة المتبادلة بين كل من (S_r) ، (S_m) عن طريق ثلاثة علاقات شائعة التطبيق فى مجال مقاومة المواد المعرضة لإجهادات متكررة لترتبط بين هاتين القيمتين المتغيرتين كما هو موضح بالشكل (٩-٢٦) وهذه العلاقات هي :

٩-٦-٣- أ قاعدة جيرير أو علاقة جيرير Gerber Rule or Gerber Relation :

- وهذه العلاقة تربط بين $\left(\frac{S_r}{S_e}\right)$ الإحداثى الرأسى (y) ، $\left(\frac{S_m}{S_U}\right)$ الإحداثى الأفقى (x)

وذلك للمنحنى (AB) وهى معادلة من الدرجة الثانية فيها : $y = 1 - x^2$

$$i.e \frac{S_r}{S_e} = 1 - \left(\frac{S_m}{S_U}\right)^2$$

$$or \quad S_r = S_e \left[1 - \left(\frac{S_m}{S_U}\right)^2 \right] \dots\dots\dots * (9-1)$$

٣-٦-٩ - ب قاعدة أو علاقة جومان المعدلة :

Modified Goodman's Rule or Relation :

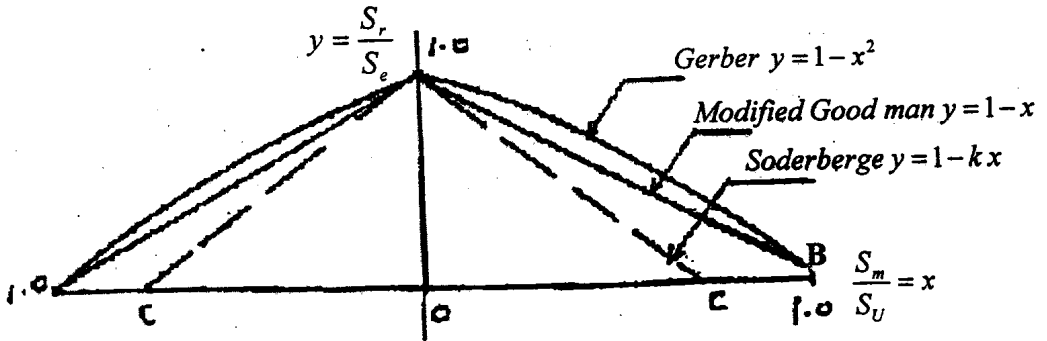
• تتص هذه العلاقة على أنها علاقة خط مستقيم (AB) وليس منحنى حيث : $y = 1 - x$

$$i.e \frac{S_r}{S_e} = 1 - \frac{S_m}{S_U}$$

$$or S_r = S_e \left[1 - \frac{S_m}{S_U} \right] \dots\dots\dots * (9-2)$$

٣-٦-٩ - ج قاعدة أو علاقة سويربرج **Soderberg's Rule or Relation :**

• وهذه العلاقة يمكن تمثيلها عن طريق خط مستقيم (OC) ولكن مع عدم زيادة قيمة أقصى إجهاد (S_{max}) في حالة ($S_r = 0$) عن قيمة إجهاد الخضوع للمادة أى أن الإنهيار الإستاتيكي معتمد على إجهاد الخضوع وليس على أقصى إجهاد إستاتيكي حيث :



شكل (٩-٢٦)

$$y = 1 - x$$

$$or \frac{S_r}{S_e} = 1 - \frac{S_m}{S_y}$$

$$or S_r = S_e \left[1 - \frac{S_m}{S_y} \right] \dots\dots\dots * (9-3)$$

$$or S_r = S_e \left[1 - k \frac{S_m}{S_U} \right] \dots\dots\dots * (9-3')$$

حيث : (k) معامل يساوى $k = \frac{S_U}{S_y}$

(S_U) أقصى إجهاد إحصائى للمادة ،

(S_m) الإجهاد المتوسط $\frac{S_{\max} + S_{\min}}{2}$ ،

(S_r) الإجهاد المتغير $\frac{S_{\max} - S_{\min}}{2}$ ،

(S_y) إجهاد الخضوع الإحصائى للمادة ،

• هذا وتجدر الإشارة إلى أنه فى حالة التصميم فإن العلاقات والمنحنيات السابقة تتعامل مع كل من إجهادات التشغيل الواقعة على المواد والإجهادات المسموح بها تحت أحمال التشغيل أى بإدخال معاملات أمان لكل من خواص ومقاومة المواد تحت تأثير كل من الأحمال الإحصائية والمتكررة ، بمعنى أن قيمة (S_e) يتم قسمتها على معامل الأمان للأحمال المتكررة (N) لتصبح $\left(\frac{S_e}{N}\right)$ بدلاً من (S_e) المسببة للإجهاد وقيمة (S_U) يتم قسمتها على معامل الأمان للأحمال الإحصائية لتصبح إجهاد التشغيل المسموح به لتصبح $\left(\frac{S_U}{n}\right)$ بدلاً من (S_U) المسببة للإجهاد وأيضاً قيمة $\left(\frac{S_y}{n}\right)$ بدلاً من قيمة (S_y) لتصبح المعادلات التصميمية للعلاقات السابقة كما يلى :

$$S_r = \frac{S_e}{N} \left[1 - n^2 \left(\frac{S_m}{S_U} \right)^2 \right] * \quad \text{- قاعدة جيرير :}$$

$$S_r = \frac{S_e}{N} \left[1 - n \left(\frac{S_m}{S_U} \right) \right] * \quad \text{- قاعدة جودمان المعدلة :}$$

$$S_r = \frac{S_e}{N} \left[1 - n \left(\frac{S_m}{S_y} \right) \right] * \quad \text{- قاعدة سوديرج :}$$

حيث : (N) معامل الأمان المناظر لحد الإحتمال والأحمال المتكررة .

(n) معامل الأمان المناظر للأحمال الإحصائية القصوى والخضوع .

ملحوظات هامة :

- ١- إن العلاقات السابق ذكرها يمكن تطبيقها فقط على سلوك المواد المطييلة (Ductile Materials) مثل الصلب وبعض المعادن الغير حديدية عند تعريضها إلى دورات من عزم الإحناء أو اللي المتكرر . في حالة المواد القصيفة مثل حديد الزهر حيث للمقاومة العالية للضغط والتي تنعكس بطريقة مباشرة على مقاومته العالية المتوقعه في اللي ، الأمر الذي يتضح أنه نظراً للتفاوت الكبير بين مقاومة الضغط والشد لهذه المواد فإن مدى الإجهاد الآمن (Range of Safe Stress) سوف يزداد كلما أصبح الإجهاد المتوسط الناتج (S_m) من دورة الإجهاد المتكرر إجهاد ضغط .
- ٢- بإستخدام العلاقات السابقة فإنه من السهل تعيين قيمة أقصى وأدنى إجهادات (S_{max}) ، (S_{min}) يمكن أن تتحملها المادة إذا ما كانت قيمة الإجهاد المتوسط من هذه الدورة معروفاً ومعلوماً كما سوف يتضح من الأمثلة التالية .

٩-٦-٣- د أمثلة محلولة :-**مثال (١) :**

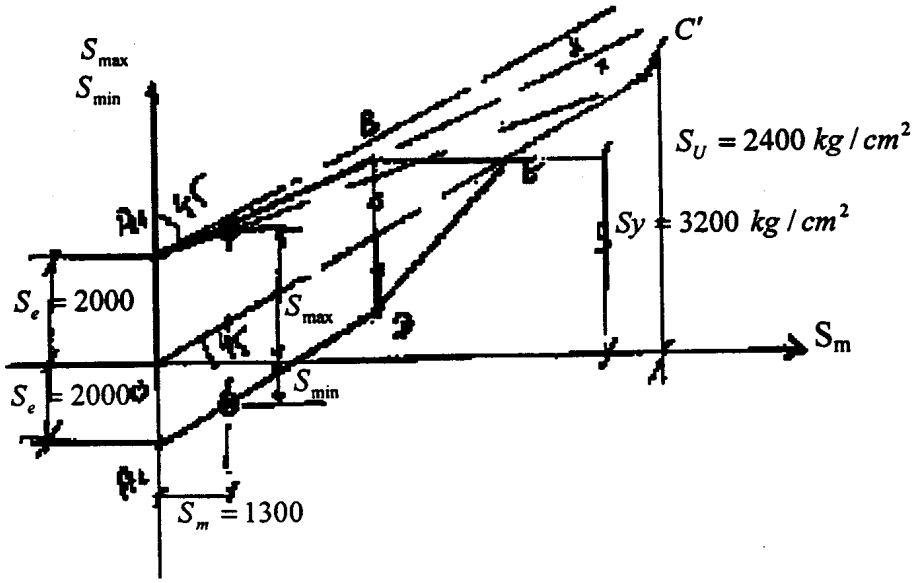
جزء من ماكينة تعرض إلى إجهاد متكرر ذو قيمة متوسطة تساوى ١٣٠٠ كجم/سم^٢ . أوجد قيم أقصى وأدنى إجهاد مسموح به مسبباً لإنهيار هذا الجزء إذا ما علم أن أقصى مقاومة إستاتيكية للمادة $S_U = 4200 \text{ kg/cm}^2$ ، إجهاد الخضوع $S_y = 3200 \text{ kg/cm}^2$ ، حد الإحتمال $S_e = 2000 \text{ kg/cm}^2$.

الحل :

i. بإستخدام منحنى سميث لمقاومة التعب :

According to Smith-Fatigue Strength Diagram :

- بمعلومية خواص المادة تحت التحميل الإستاتيكي (S_U) ، (S_y) وتحت التحميل المتكرر (S_e) يمكن رسم منحنى سميث لمقاومة التعب للمادة عند الإنهيار كما ذكرنا وشرحنا سابقاً كالآتى بإختيار مقياس رسم مناسب وولحد لكل من المحور الرأسى الذى يمثل (S_{max}) ، (S_{min}) والمحور الأفقى الذى يمثل (S_m) - شكل (٩-٢٧) .



شكل (٩-٢٧) منحنى سميث لمقاومة التعب عند الإنهيار

- ولمعرفة قيم أقصى وأدنى إجهاد مسموح به مسبباً الإنهيار المناظر لإجهاد متوسط $S_m = 1300 \text{ kg/cm}^2$ فإنه يتم توقع هذه الدورة على المنحنى بأخذ قيمة تعادل ١٣٠٠ كجم/سم^٢ على المحور الأفقى مع رسم خط رأسى موازى للمحور الرأسى فينقطع مع المحل الهندسى لأقصى إجهادات وهو الخط (AB) فى نقطة ومع المحل الهندسى لأدنى إجهادات وهو الخط (A₂ D) فى نقطة ، هاتان النقطتان إحداثياتهما الرأسية تمثلان قيم أقصى وأدنى إجهادات مناظرة لقيمة الإجهاد المتوسط المسبب للإنهيار حيث من مقياس الرسم يمكن إيجاد قيم (S_{min}) ، (S_{max}) .

ii. باستخدام منحنى أو علاقة جيرير According to Gerber Relation :

- طبقاً لمعادلة جيرير فإن

$$S_r = S_e \left[1 - \left(\frac{S_m}{S_U} \right)^2 \right]$$

حيث : (S_r) هو الإجهاد المتغير ، (S_m) الإجهاد المتوسط ، (S_e) حد الإحتمال ، (S_U) أقصى إجهاد إستاتيكي .

وبالتعويض عن القيم المعلومة فإن :

$$S_r = 2000 \left[1 - \left(\frac{1300}{4200} \right)^2 \right] = 1808 \text{ kg/cm}^2$$

$$S_m + S_r = (S_{\max}) \quad \text{وحيث أن أقصى إجهاد}$$

$$1300 + 1808 = 3108 \text{ kg/cm}^2$$

$$S_m - S_r = (S_{\min}) \quad \text{وأدنى إجهاد}$$

$$1300 - 1808 = -508 \text{ kg/cm}^2$$

iii. باستخدام علاقة أو قاعدة جودمان المعدلة :

According to Modified Goodman's Rule :

• طبقاً لمعادلة جودمان المعدلة فإن :

$$S_r = S_e \left[1 - \frac{S_m}{S_u} \right]$$

$$= 2000 \left[1 - \frac{1300}{4200} \right] = 1380 \text{ kg/cm}^2$$

$$\therefore S_{\max} = S_m + S_r = 1300 + 1380 = 2680 \text{ kg/cm}^2$$

$$, S_{\min} = S_m - S_r = 1300 - 1380 = -80 \text{ kg/cm}^2$$

iv. باستخدام علاقة أو قاعدة سودربرج According to Soderberg's Rule :

• طبقاً لمعادلة سودربرج فإن :

$$S_r = S_e \left[1 - \frac{S_m}{S_y} \right]$$

$$= 2000 \left[1 - \frac{1300}{3200} \right] = 1190 \text{ kg/cm}^2$$

$$\therefore S_{\max} = 1300 + 1190 = 2490 \text{ kg/cm}^2$$

$$, S_{\min} = 1300 - 1190 = 110 \text{ kg/cm}^2$$

ملحوظة :

من المثال السابق يتبين أن طريقة سودربرج هي أكثر أماناً من الطرق الأخرى حيث أن أى نقطة خارج منحنى سودربرج تعتبر غير آمنة وتسبب الإنهيار وغير مسموح بها .

مثال (٢) :

تعرض جوايط إلى حمل شد متغير يتراوح ما بين ٤٥ طن ، ١٨ طن من مادة ذات إجهاد خضوع إستاتيكي يعادل ٣,٦ طن/سم^٢ وحد إحتمال يعادل ٢,٤ طن/سم^٢ . المطلوب حساب مساحة المقطع الآمنة لمقاومة هذا الحمل المتغير طبقاً لمعادلة وعلاقة سودربرج إذا ما كان معامل الأمان لإجهاد الخضوع = (٢) ولحد الإحتمال = (٤) . قارن المساحة المطلوبة إذا ما أثر على الجايط حمل إستاتيكي فقط قدره ٤٥ طن .

الحل :

حيث أن الإجهاد المؤثر على قطاع الجايط هي إجهاد عمودى شد محورى (Axial Normal Stress Tension) وبفرض أن مساحة مقطع الجايط تساوى (A/cm²)

$$\therefore \text{أقصى إجهاد عمودى} = \frac{P_{\max}}{A} = \frac{45}{\text{طن/سم}^2} = S_{\max}$$

$$، \text{أدنى إجهاد عمودى} = \frac{P_{\min}}{A} = \frac{18}{\text{طن/سم}^2} = S_{\min}$$

$$، \text{الإجهاد المتوسط} (S_m) = \frac{S_{\max} + S_{\min}}{2} = \frac{18 + 45}{2A}$$

$$= \frac{63}{2A} \text{ طن/سم}^2$$

$$، \text{الإجهاد المتغير} (S_r) = \frac{S_{\max} - S_{\min}}{2} = \frac{18 - 45}{2A}$$

$$= \frac{27}{2A} \text{ طن/سم}^2$$

وطبقاً لمعادلة سودربرج التصميمية فإن

$$S_r = \frac{S_e}{N} \left[1 - n \frac{S_m}{S_y} \right]$$

$$\therefore \frac{27}{2A} = \frac{2.4}{4} \left[1 - 2 \frac{63}{2A \times 3.6} \right] \rightarrow A = 40 \text{ cm}^2$$

وهى مساحة المقطع الآمنة لمقاومة حمل الشد المتغير الذى يتراوح ما بين (+ ١٨) طن ، (٤٥+) طن .

• وفى حالة ما إذا كان الحمل إستاتيكي فقط فإن أقصى إجهاد تشغيل مسموح به لا يتعدى

$$\sigma_{all} = 1.8 \text{ طن/سم}^2 = \frac{3.6}{2} = \left(\frac{S_y}{n} \right)$$

وعليه فإن أقصى إجهاد تشغيل إستاتيكي (Max. working Stress)

$$= \frac{P_{max}}{A_{static}} \leq \sigma_{all}$$

$$\therefore \frac{45}{A_{static}} \leq 1.8 \rightarrow A_{static} = \frac{45}{1.8} = 25 \text{ cm}^2$$

وهى قيمة أقل من المساحة المطلوبة فى حالة الأحمال المتكررة .

مثال (٣) :

عرض قضيب مقطعه دائرى لحمل محورى متكرر يتغير من حمل شد قيمته ٦ طن إلى حمل ضغط قيمته ٨ طن فإذا كان إجهاد الخضوع لمعدن القضيب يعادل ٢٧٠٠ كجم/سم^٢ وإجهاد حد الإحتمال له يساوى ١٨٠٠ كجم/سم^٢ وعامل الأمان لإجهاد الخضوع = عامل الأمان لحد الإحتمال = (٣) ، المطلوب تقدير قيمة قطر المقطع المستعرض لهذا القضيب حتى يصبح آمناً لتحمل هذا الحمل المتكرر وذلك باستخدام قاعدة سودربرج .

الحل :

$$S_m = \frac{P_{max} + P_{min}}{2A} \quad \bullet \text{ الإجهاد المتوسط}$$

$$= \frac{6000 - 8000}{2A} = \frac{-1000}{A} \text{ kg/cm}^2$$

$$S_r = \frac{P_{max} - P_{min}}{2A} \quad \bullet \text{ الإجهاد المتغير}$$

$$= \frac{6000 - (-8000)}{2A} = \frac{+7000}{A} \text{ kg/cm}^2$$

حيث : (A) مساحة مقطع القضيب والإجهادات عمودية محورية .

وبتطبيق معادلة سودربرج

$$\therefore S_r = \frac{S_e}{N} \left[1 - n \frac{S_m}{S_y} \right]$$

$$\therefore \frac{7000}{A} = \frac{1800}{3} \left[1 - 3 \frac{(-1000)}{A \times 2700} \right]$$

$$\therefore \frac{70}{A} = 6 \left[1 + \frac{10}{9A} \right]$$

$$\frac{70}{A} = 6 + \frac{60}{9A} \rightarrow \frac{63.3}{A} = 6$$

$$\therefore A = \frac{63.6}{6} = 10.56 \text{ cm}^2 = \frac{\pi D^2}{4}$$

$$\therefore D = \underline{3.67} \text{ cm}$$

مثال (٤) :

قضيب مقطعه دائري تعرض لدورة إجهاد معكوسة كلياً من حمل محوري قيمته ٥,٠٠ طن فما هو قطر القضيب إذا كان حد الإحتمال لمادته يعادل ١٨٠٠ كجم/سم^٢ وعامل الأمان يساوى (٤) . أحسب أيضاً قطر القضيب إذا ما أعتبر الحمل المحوري إستاتيكيّاً وكان إجهاد الخضوع للمادة ٢٨٠٠ كجم/سم^٢ وعامل الأمان يعادل (٢) .

الحل :

• نظراً لأن دورة الإجهاد معكوسة كلياً

$$S_m = 0 \quad , \quad S_{\max} = -S_{\min} \quad \text{فإن}$$

$$S_{\max} = \frac{+5000}{A} \text{ kg/cm}^2 \quad , \quad S_{\min} = \frac{-5000}{A} \text{ kg/cm}^2 \quad \text{وحيث أن}$$

$$\therefore S_r = \frac{S_{\max} - S_{\min}}{2} = \frac{5000 - (-5000)}{2A} = \frac{5000}{A} \text{ kg/cm}^2$$

وبتطبيق معادلة سودربرج

$$\therefore S_r = \frac{S_e}{N} \left[1 - n \frac{S_m}{S_y} \right]$$

$$\therefore \frac{5000}{A} = \frac{1800}{4} [1 - 0] \rightarrow A = 11.11 = \frac{\pi D^2}{4}$$

$$\rightarrow D = 3.76 \text{ cm}^2$$

• وإذا ما كان الحمل إحصائياً

$$\therefore \sigma_{all} \geq \frac{P_{max}}{A}$$

حيث (σ_{all}) إجهاد التشغيل المسموح به وهو يعادل $\frac{\sigma_y}{n}$

$$i.e \frac{2000}{2} \geq \frac{5000}{A_{st}}$$

$$\therefore A_{st} = \frac{2 \times 5000}{2000} = 5 \text{ cm}^2 = \frac{\pi D_{st}^2}{4}$$

$$\rightarrow D_{st} = 2.52 \text{ cm} < D_{repeated} (o.k)$$

أى أن مساحة المقطع الآمنة تحت تأثير الأحمال الإحصائية أقل من نظيرتها تحت تأثير الأحمال المتكررة .

مثال (٥) :

المطلوب حساب قيمة الحمل المحورى المسموح به لقضيب إذا ما تغير من ($P +$) فى إتجاه ما إلى ($P -$) فى الإتجاه المعاكس وكان قطر القضيب ٤٠ مم وحد الإحتمال لمادة القضيب $\sigma_e = \sigma_{-1} = 2000 \text{ كجم/سم}^2$ ومعامل الأمان يعادل (٤,٠٠) .

الحل :

حيث أن دورة الإجهاد المؤثرة هى دورة إجهاد معكوسة كلياً فيتم حلها كالمثال السابق أو بطريقة مبسطة وهى أن الإجهاد المسموح به فى هذه الحالة لا يتعدى قيمة حد الإحتمال مقسوماً على معامل الأمان

$$i.e \sigma_{all} = \frac{\sigma_e}{N} = \frac{2000}{4} = 500 \text{ kg / cm}^2$$

$$\sigma_{Working} = \frac{P_{max}}{A} \text{ or } \frac{P_{min}}{A} \leq \sigma_{all} \quad \text{وحيث أن}$$

$$\therefore P_{max} = P_{min} = A \times \sigma_{all} = \frac{3.14}{4} \times (4)^2 \times 500$$

$$= 6280 \text{ kg} = 6.28 \text{ t}$$

مثال (٦) :

المطلوب تقدير قيمة زاوية الليّ المسموح بها لقضيب دائري من الصلب فى أى إتجاه إذا ما تعرض القضيب إلى عزم لىّ لعدد لا نهائى من الدورات إذا ما كان قطر القضيب $D = 12\text{mm}$ وطوله ١,٥ متر ومعايير المرونة للقضيب (معايير الجساءة) (G) لمادة القضيب يساوى 0.8×10^6 كجم/سم^٢ وحدد الإحتمال لإجهاد القص $\tau_e = \tau_{-1} = 1500$ كجم/سم^٢ ومعامل الأمان ضد الإنهيار يعادل (٢) .

الحل :

حيث أن دورة الإجهاد المؤثرة هى دورة إجهاد معكوسة كلياً فيتم حلها كالمثال السابق مع إستبدال نوع الإجهاد المؤثر بإجهادات القص الناجمة عن عزم الليّ والتي يمكن تعيينها من المعادلة

$$S = \tau = \frac{M_t \cdot R}{I_p}$$

حيث : (τ) إجهاد القص كجم/سم^٢

(R) نصف قطر القضيب (سم) ،

(I_p) عزم القصور الذاتى القطبى للقطاع (سم^٤) ،

(M_t) قيمة عزم الليّ المؤثر كجم.سم

وحيث أن الإجهاد المسموح به فى هذه الحالة يتعدى قيمة حد الإحتمال مقسوماً على معامل الأمان .

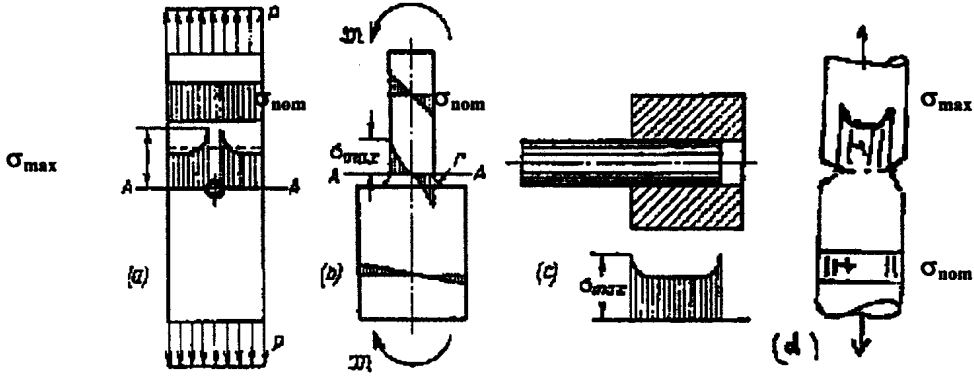
$$\therefore \tau_{all} = \frac{\tau_e}{N} = \frac{1500}{2} = 750 \text{ kg / cm}^2$$

$$\tau_{working} = \frac{M_t \cdot R}{I_p} \leq \tau_{all} \quad \text{وحيث أن}$$

$$\therefore \frac{M_t \times 0.6 \times 4}{3.14 \times (0.6)^4} \leq 750 \rightarrow M_t = 127.17 \text{ kg.cm}$$

وحيث أن قيمة زاوية الليّ (θ) تعادل

$$\begin{aligned} \theta_{all} &= \frac{M_t \cdot \ell}{G I_p} = \frac{127.17 \times 150 \times 4}{0.8 \times 10^6 \times 3.14 \times (0.6)^4} \\ &= 0.234 \text{ (radian} = 13.4^\circ) \end{aligned}$$



شكل (٩-٣٤) تركيز الإجهادات

- إن قيمة الإجهادات الموضعية أو المحلية والتي تعبر عن أقصى إجهادات تتولد في القطاعات المعرضة لأي نوع من الإجهادات (σ_{max}) يمكن تقدير قيمتها وحسابها نظرياً باستخدام نظرية المرونة الحسابية لأجزاء وعناصر ذات أشكال وقطاعات مختلفة .

٨- أ عامل تركيز الإجهادات النظرى الإستاتيكي (K_t) :

Static Theoretical Stress Concentration Factor (K_t):

- يعتبر هذا العامل هو المعيار الوحيد الذى يعبر عن قيمة الإجهادات الموضعية أو المحلية (σ_{max}) ويمكن تعريفه بأنه النسبة بين (σ_{max}) والإجهادات المتوسطة ($\sigma_{nom.}$) وهو يساوى K_t

$$i.e K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom.}} \dots\dots\dots (9-4)$$

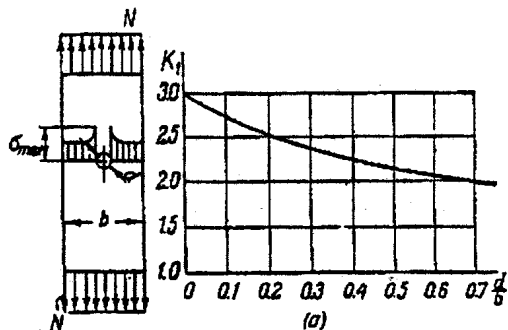
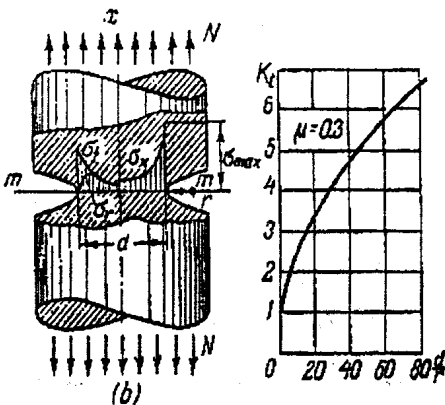
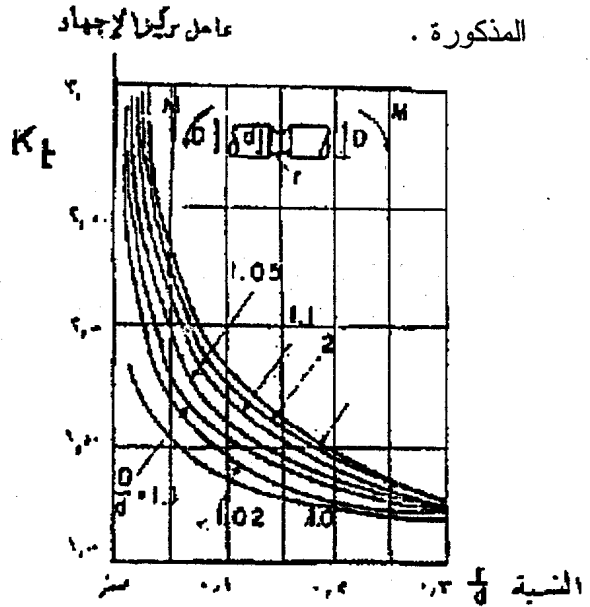
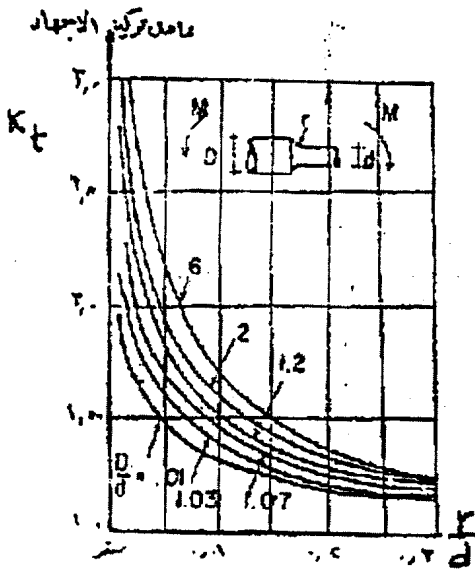
- هذا ويمكن تقدير وحساب قيمة الإجهاد المتوسط ($\sigma_{nom.}$) باستخدام معادلات مقاومة المواد المعروفة حسب طبيعة ونوع الإجهاد المتولد في القطاعات وذلك بدون الأخذ فى الاعتبار (إهمال) تأثير تركيز الإجهادات . وأن حساب قيمة ($\sigma_{nom.}$) غالباً وعموماً تحسب عند القطاع الحرج الأضعف بالنسبة للجزء أو العنصر المعرض للإجهادات أو القوى الخارجية (أى يعتمد بصفة أساسية على القطاع الصافى net cross-section) .
- إن قيمة عامل تركيز الإجهاد النظرى (K_t) تم تعيينه وتطبيق قيمته وذلك لمعظم العناصر الإنشائية القياسية المستخدمة فى التطبيقات الحياتية أو العملية ، هذا وأن هذه

القيم تم وضعها وإعطائها فى صورة جداول ومنحنيات فى معظم كتب الهندسة الميكانيكية أو مقاومة المواد .

• إن قيمة عامل تركيز الإجهادات النظرى (K_t) عادة أكبر من الواحد الصحيح والتي تعتمد بصفة خاصة على مجموعة عوامل منها :

- الأبعاد والأشكال الهندسية للعنصر المعرض لقوى خارجية .
- نوع المادة .
- نوع وطبيعة الإجهاد المعرض له العنصر (إجهادات شد ، إجهادات إنحناء أو إجهادات قص أولى ... إلخ) .

وتوضح الأشكال المعطاه بالشكل (٩-٣٥) أمثلة لعلاقة هذا المعامل (K_t) بهذه العوامل المذكورة .



شكل (٩-٣٥)

وبالتعويض عن هذه القيمة ينتج أن :

$$\frac{P_{\max}}{A} = 12.25 \rightarrow A = \frac{3000}{12.25} = 245 \text{ (mm}^2\text{)}$$

٧-٩ العوامل التي تؤثر على حد الإجهاد ومقاومة التعب للمعادن :

Factors Affecting Endurance Limit and Fatigue Strength of Metals :

- إن حد الإجهاد ومقاومة التعب للمعادن كما ذكرنا تعتمد على عدة عوامل منها ما هو مرتبط بالمادة نفسها أو الإختبارات المعملية التي تمت عليها ومن أهمها :
 - نوع وطبيعة الإجهاد المؤثر .
 - نوع وطبيعة وشكل دورة الإجهاد المؤثر .
 - شكل وأبعاد عينات الإختبار وحالة سطحها ودرجة حرارة المعمل .
- هذا وقد أثبتت الأبحاث أن حد الإجهاد ومقاومة التعب للمعادن لا تتأثر فقط بالعوامل التي تم ذكرها بعاليه ولكن أيضاً تتأثر بمجموعة من التأثيرات نوجزها فيما يلي :

i. تأثيرات تعتمد على المادة نفسها Material Effects :

مثل التركيب الكيميائي للمادة (Chemical Composition) ، إختلاف تجانس المادة (Material Variation) ، السرعة (Speed) ، حالة الإنهيار (Failure Condition) ، مقاس وشكل العنصر (Shape and Size) وأيضاً التحميل أكثر من اللازم أو الإجهاد أقل أو أكثر من اللازم المعرض له المادة (Understressing or Overstressing) إلخ.

ii. تأثيرات ذات علاقة بطريقة التصنيع Manufacturing Effects :

- وهذه التأثيرات تشمل تأثير صدأ المعدن ومدى تعرضه له (Corrosion) ، وأيضاً ظروف المعالجة الحرارية للمعدن (Heat Treatment) والطريقة المستخدمة في صناعة وتصنيع المعدن (Method of Manufacturing) ، والمعالجات السطحية لعناصر المعدن (Surface Treatment) ، وتركيز الإجهادات (Stress Concentration) .

iii. تأثيرات ذات علاقة بالظروف المحيطة بالمعدن : Environmental Effects

وهذه التأثيرات ذات صلة بصدا المعدن ونسبة الصدا المعرض لها ، فترات الراحة التي تعرض لها المعدن (Rest Periods) ، ودرجة الحرارة المعرض لها المعدن (Temperature) وطبيعة ونوعية وقيمة الأحمال والإجهادات الإستاتيكية الإضافية المعرض لها المعدن (Superimposed Static Stress) إلخ .

iv. تأثيرات ذات علاقة وصلة بالتصميم : Design Effects

وهذه تشمل تاريخ العنصر (Life of Member) ، تركيز الإجهادات ، شكل ومقاس العنصر وظبيعة ونوعية الإجهادات المعرض لها العنصر هل هى بسيطة أو مركبة (Simple or Combined Stresses) وفيما يلى شرح تفصيلي للعوامل المختلفة المؤثرة على مقاومة التعب وحد الاحتمال :

١- ظروف التأثير بالإجهادات : Condition of Stress Application

أ - تأثير السرعة : Effect of Speed

- أثبتت التجارب والأبحاث التي أجراها (Jenkin) وذلك على الصلب الطرى والنحاس الأحمر عدم تأثر مقاومة التعب بتغيير سرعة الإجهاد حتى سرعة ٧٠٠٠ دورة/دقيقة كما وجد أن إجهاد حد الاحتمال (S_e) فى الإجهاد العمودى يرتفع قليلاً عند السرعات العالية كما هو مبين بالجدول التالى :

المتغير	السرعة (دورة/دقيقة)	إجهاد حد الاحتمال (كجم/سم ^٢)
صلب طرى	٣٠٠٠	٢٥,٥
	٣٠٠٠٠	٢٦,٥
	٦٠٠٠٠	٢٧,٢
نحاس أحمر	٣٠٠٠	٧,٧٠
	٣٠٠٠٠	٧,٨٥
	٦٠٠٠٠	٨,٣٥

- هذا ويعزى سبب ذلك إلى عدم تمكن الإجهاد المؤثر على إحداث تأثيره الكامل في تغيير قطعة الاختبار وإمكان إتلافها في مدة تأثير الإجهاد القصيرة . هذا وقد وجد الباحث ما زود من نتائج إختباراته على الصلب نيكل - كروم بسرعة تتراوح ما بين ٣٠٠٠ إلى ١٥٠٠٠ دورة/دقيقة - إن إجهاد حد الإحتمال تقل قيمته بزيادة السرعة إذا كان مدى الإجهاد كبيراً نتيجة للتخلفية الميكانيكية وارتفاع درجة حرارة العينة .

ب- تأثير التغيرات اللحظية للإجهادات :

Effect of Momentary Variation of Stresses (Over-Stressing and Under Stressing Effects) :

- إن ظروف تشغيل أجزاء الماكينات قد تؤدي إلى تغيير الاحمال المؤثرة عليها مما يتسبب في تعرض هذه الأجزاء إلى إجهادات مختلفة قد تزيد أو تقل عن إجهاد حد الإحتمال ولمدة طويلة أو قصيرة من الزمن . ولقد أثبتت التجارب والأبحاث أنه إذا ما تعرض المعدن لإجهادات متغيرة أكبر كثيراً (over stressing) عن إجهاد حد الإحتمال لعدد صغير أو كبير من الدورات فإن ذلك يقلل من قيمة إجهاد حد الإحتمال ، وأيضاً إذا ما تعرض المعدن لإجهاد متغير أعلى قليلاً من حد الإحتمال للمادة لعدد كبير من الدورات فإن ذلك يقلل من قيمة حد الإحتمال ، أما إذا حدث ذلك لعدد صغير من الدورات فإن الإجهاد المتغير الزائد قليلاً يزيد من قيمة حد الإحتمال للمعدن . هذا بالإضافة إلى أنه إذا تعرض المعدن لإجهاد أقل قليلاً (under stressing) في إجهاد حد الإحتمال لعدد كبير من الدورات فإن ذلك يزيد من قيمة إجهاد حد الإحتمال . هذا ويمكن تفسير ذلك إلى أن حد المرونة للمادة يرتفع أو يزيد قليلاً بتأثير الإجهاد المتغير ويزداد ذلك في حالة المواد المطيلة عن حالة المواد القصيفة وقد تصل هذه الزيادة إلى حوالي ٣٠% من القيمة الأصلية ، كما وأن الصلب عالى المقاومة أكثر تأثراً بالإجهاد الزائد عن الصلب الطرى.

ج- تأثير الإجهادات الداخلية المتبقية أو المتخلفة Effect of Residual Stresses :

إن بعض المعالجات الميكانيكية أو الحرارية للمعادن غالباً ما ينجم عنها إجهادات داخلية متخلفة أو متبقية وهذه الإجهادات بدورها تسبب في حدوث إنهيار فجائى لجزء الماكينة أو المنشأ نظراً لعدم معرفة قيمة ونوعية هذا الإجهاد المتبقى هل هو شد أم ضغط . هذا وأن سبب هذا الإنهيار الفجائى هو اتحاد الإجهاد الداخلى المتبقى مع قيمة الإجهاد الناتج عن الاحمال الخارجية الأمر الذى يزيد من قيمة الإجهاد المعرض له المعدن فيحدث

الإنهيار الفجائي بعد فترة تشغيل قصيرة . هذا ويمكن تقليل تأثير المعالجة الحرارية بالتطبيع المستمر (Tempering Process) .

د- تأثير فترات الراحة : Effect of Rest Periods

• أثبتت نتائج الاختبارات المعملية والأبحاث أن فترات الراحة اللحظية لأجزاء الماكينات المعرضة لإجهاد متغير أو متردد لا تؤثر على قيمة إجهاد حد الإحتمال للمعدن إذا كانت قيمة الإجهاد المؤثر أقل من قيمة إجهاد حد المرونة للمادة ، أما إذا كان الإجهاد المؤثر أعلى من إجهاد حد المرونة فإن فترات الراحة اللحظية تزيد من قيمة إجهاد حد الإحتمال قليلاً .

٢- تأثير وجود حزوز أو ثقوب أو منحنيات إتصال فى العينات أو أجزاء العناصر

الإنشائية :

Effect of Presence of Notches , Holes or Fillets in Specimens or Structural Elements :

- لقد أثبتت التجارب أن وجود الحزوز (Notches) يقلل من قيمة إجهاد حد الإحتمال ويكون النقص فى مقاومة التعب فى حالة المواد القصيفة أكبر منه فى حالة المواد المطيلة ، هذا ويمكن تفسير هذا التأثير الضار والسيئ على مقاومة التعب بأن العينات التى تحتوى على حزوز والمعرضة لإجهادات معكوسة لا يوجد لديها وقت كافى لسريان وانتقال الإجهادات الداخلية كما هو الحال فى القطاعات الثابتة المقطع بالإضافة إلى عدم توافر وتواجد فرصة لحدوث تصلد إنفعالى للمادة .
- هذا وأيضاً بينت التجارب أن مقاومة التعب للعينات التى بها ثقوب (Holes) تقل بمقدار يصل إلى حوالى ٤٠% ولقد وجد أن أقصى تأثير للثقوب عندما تكون النسبة بين قطر الثقب (d) إلى قطر العينة (D) ما بين ٠,١٥ إلى ٠,٢٥ هذا أيضاً وقد أثبتت التجارب أن تأثير ثقب مائل على محور العينة أقل من تأثير الثقب المحورى على السطح .
- أيضاً وجود منحنيات الإتصال (Fillets) تساعد على تقليل تركيز الإجهادات عند التغيير فى المقطع المستعرض ، هذا وكلما كبر نصف قطر منحنى الإتصال كلما صغر عامل تركيز الإجهادات فتزداد تبعاً لذلك قيمة إجهاد حد الإحتمال كما سوف يرد فيما بعد .

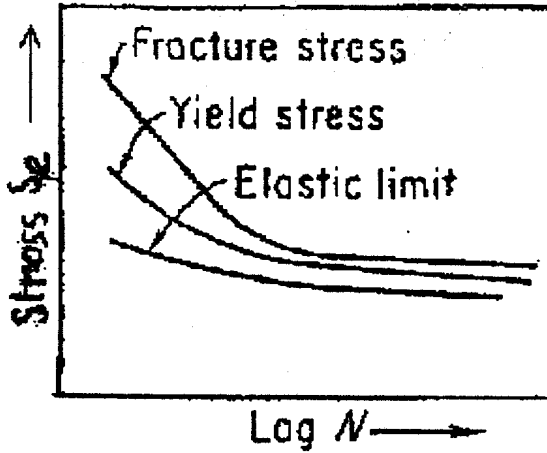
٣- تأثير التركيب الكيميائي للمعدن Effect of Chemical Composition of Metal

: Metal

- إن التركيب الكيميائي للمعدن له تأثير ملحوظ على مقاومة التعب ، حيث بعض عناصر السبائك المعينة مثل النيكل والكروم والفاناديوم والمولوبيديم والمنجنيز والسيلكون تعمل على تحسين بعض الشئ على مقاومة التعب للصلب . بينما أوضحت التجارب العملية أنه لا يوجد حتى الآن تركيب كيميائي محدد ومعين أو عناصر سبائكية تعمل على إنتاج وإمكانية الحصول على زيادة فى مقاومة التعب للمعادن .

٤- تأثير حالة الإنهيار (تعريف حالة الإنهيار) Effect of Failure Condition

- إن تعريف حالة الإنهيار للمعدن سوف تؤثر طبيعياً قيمة حد الإحتمال ومقاومة التعب للمادة ، حيث عادة يعرف الإنهيار بحدوث كسر كامل لعينة إختبار التعب . بينما إنهيارات التعب يمكن تعريفها بدقة وبطريقة محددة معتمدة على وصول المادة إلى حد الإحتمال المرن (Fatigue Elastic Limit) أو إلى حد الإحتمال عند الخضوع (Fatigue Yield Limit) كما هو موضح بالشكل (٩-٣١) .

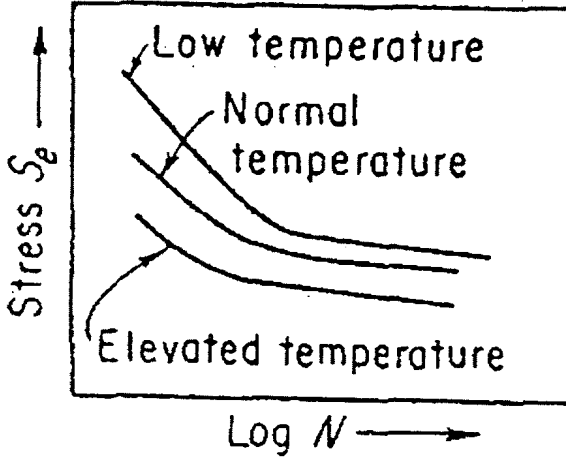


شكل (٩-٣١)

- هذا وتجدر الإشارة إلى أنه يمكن تعريف الإنهيار على أساس حجم وأبعاد أكبر شرح متولد فى العينة ، حيث أثبتت الأبحاث الحديثة أنه أمكن قياس عرض وأبعاد الشرخ المتولد فى العينة نتيجة للأحمال المتكررة عند أوقات وعلى فترات زمنية مختلفة حتى حدوث إنهيار كامل وكلى للعينة .

٥- تأثير درجة الحرارة : Effect of Degree of Temperature

- حيث أنه في معظم التطبيقات الصناعية تستعمل المواد عند درجات حرارة عالية الأمر الذي يبين منه أهمية دراسة تأثير درجات الحرارة على مقاومة التعب للمواد ، أثبتت الأبحاث أن الحرارة لها تأثير كبير على مقاومة التعب للمعادن كما هو موضح بالشكل (٣٢-٩) حيث أنه كلما زادت درجة الحرارة كلما قلت مقاومة التعب للمعدن والعكس بالعكس .



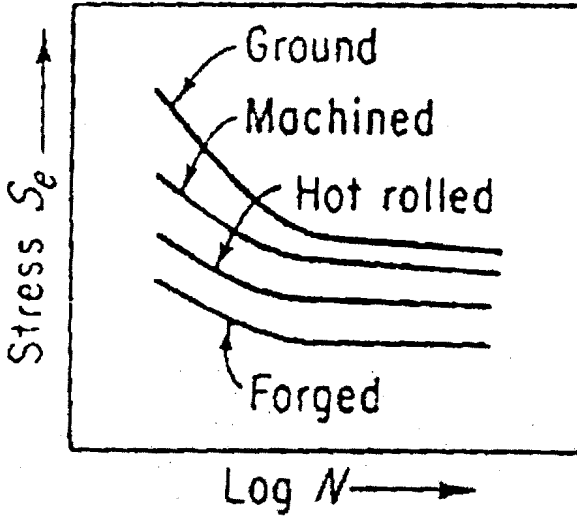
شكل (٣٢-٩)

٦- تأثير الصدأ : Effect of Corrosion

- أثبتت التجارب أن مقاومة التعب للمعادن تقل نتيجة لوجود الصدأ - هذا وقد يكون الصدأ قبل التعرض للحمل المتكرر أو أثناء تعرضه للحمل المتكرر وفي الحالة الأخيرة يؤثر ذلك بدرجة عالية وكثيرة على مقاومة التعب للمعدن نتيجة لتغلغل الصدأ داخل المعدن من خلال الشروخ المتولدة على السطح إلى داخل المعدن . هذا وتجدر الإشارة إلى أن الصدأ عادة ما يحدث نتيجة للظروف الجوية المحيطة الرطبة بما فيها وجود المياه العذبة أو المالحة حول المعدن أثناء تعرضه للتحميل المتكرر . هذا وقد وجد أن حماية المعادن وتغطيتها وطلائها بمادة عازلة للرطوبة تساعد كثيراً على تقليل تأثير الصدأ على خفض مقاومة التعب .

٧- تأثير طريقة الصناعة : Effect of Method of Manufacture

- عادة ما تؤثر طريقة الصناعة على مقاومة التعب للمعادن وذلك عن طريق توليد تغيرات خارجية أو داخلية في المادة ، حيث كلما كان السطح أملس في طريقة الصناعة كلما كانت مقاومة التعب للمعدن عالية نسبياً ، الأمر الذى يتبين منه أن مقاومة التعب النسبية للمعادن الخشنة أو المشككة أو المدرفلة على الساخن أو المطروقة مختلفة إختلافاً جنسياً وكلياً كما هو موضح بالشكل (٩-٣٣) .



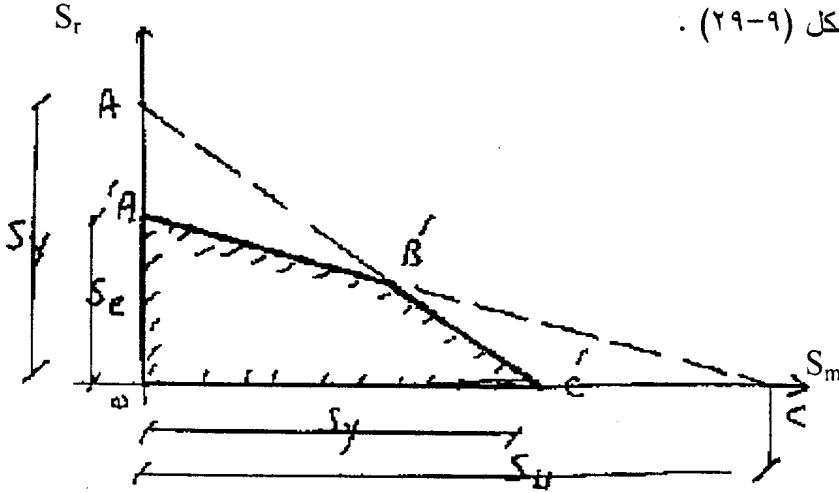
شكل (٩-٣٣) طريقة التصنيع على مقاومة التعب للمعادن

٨- تأثير تركيز الإجهادات : Effect of Stress Concentration

- كما هو معروف عادة ما تتركز الإجهادات عند مواضع ونقط عدم الإتصال الداخلية أو الخارجية (Discontinuity Spots or Points) مثل (الحزوز Notches) ، الثقوب (Holes) ، التغير الفجائى فى المقطع ومنحنيات الإتصال ... إلخ .
- إن تركيز الإجهادات هو معناه أن الإجهادات عند مواضع ونقط عدم الإتصال المذكورة (الإجهادات الموضعية أو المحلية Localized Stresses) عادة ما تكون قيمتها كبيرة نسبياً مقارنة بالإجهادات المتوسطة (σ_{nom} ، average or nominal stresses) عند المواضع الأخرى كما هو موضح بالشكل (٩-٣٤) التالى .

• هذا وكما هو معروف سابقاً فإن هذه المثلثات تمثل حدود الأمان ضد الإجهادات المتكررة بمعنى أن أى نقطة تقع بداخل هذه المثلثات تمثل حالة إجهاد آمنة ضد الإنهيار نتيجة للأحمال المتكررة وأى نقطة تقع خارج الخط أو مثلث تمثل حالة إجهاد غير آمنة أى أنه حتماً سوف يحدث إنهيار نتيجة للأحمال المتكررة وأن أى نقطة على الخط (AB) أو (Ac) تمثل الحالة الآمنة والإقتصادية فى الحمل .

• هذا ويجب التنويه إلى أن الدراسات الحديثة أوضحت هذه المثلثات التصميمية للتعيب يمكن تطويرها لتأخذ شكل المضلع (Polygon) (oA' B' c) كما هو مبين بالشكل (٢٩-٩) .



شكل (٢٩-٩) المضلع التصميمى للتعيب

مثال :

جزء ما ماكينة تعرض إلى حمل محورى متكرر يتراوح ما بين (٣+) طن ، (١+) طن . المطلوب تعيين مساحة المقطع الأمانة لهذا الجزء مستخدماً مثلثات التصميم المعدلة (مضلع التعيب التصميمى) إذا ما كان معامل الأمان للحمل الإستاتيكي والمتكرر يعادل (٢) وأقصى مقاومة شد إستاتيكية تعادل $S_U = 40 \text{ kg/mm}^2$ وإجهاد الخضوع يعادل $S_e = 18 \text{ kg/mm}^2$ وحد الإحتمال يعادل $S_y = 24 \text{ kg/mm}^2$.

الحل :

بمعلومية خواص المادة تحت تأثير الأحمال الإستاتيكية والمتكررة وهى (S_U) ، (S_y) ، (S_e) يتم رسم المثلثات التصميمية المعدلة للتعيب كما هو مبين مع الأخذ فى الاعتبار معاملات الأمان - شكل (٣٠-٩) .

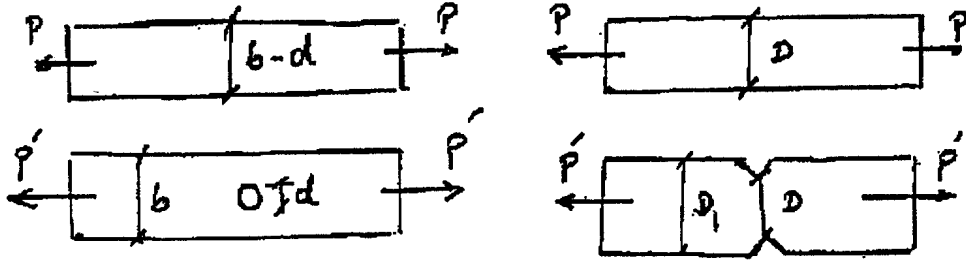
٨- ب عامل تركيز الإجهادات الفعال (K_r) :**Effective Stress Concentration Factor (K_r):**

- أوضحت التجارب أنه لأغلب ومعظم المواد فإن النقص في المقاومة نتيجة لتركيز الإجهادات دائماً أقل من معامل (K_r) . هذا النقص يمكن تعيينه معملياً عن طريق النسبة بين أقصى مقاومة لجزء أو عنصر ما بدون تركيز إجهادات إلى أقصى مقاومة لنفس الجزء أو العنصر والذي به والمحتوى على تركيز إجهادات .
- هذا وتجدر الإشارة إلى أنه عادة تركيز الإجهادات يكون له تأثير مختلف على مقاومة الجزء أو العنصر المعرض لقوى خارجية معينة ، وهذا التأثير يعتمد بصفة أساسية على كل من خواص المادة المعرضة للقوى الخارجية وعلى طبيعة ونوعية هذه القوى (شد ، ضغط ، إنحناء ، لى ... إلخ) ، الأمر الذى يتبين منه أهمية وفكرة ما يسمى بمعامل تركيز الإجهادات (effective stress concentration factor) (K_r) وإدخاله فى التصميم بالإضافة إلى معامل تركيز الإجهادات النظرى (K_t) .
- ومعنى (K_r) هو قيمة معامل تركيز الإجهادات لدورة إجهاد ذات نسبة إجهاد $r = \frac{S_{min}}{S_{max}}$ فمثلاً ($K + 1$) تعبر عن قيمة معامل تركيز الإجهادات الفعال فى حالة ($r = +1$) أى تحت إجهاد إستاتيكي ثابت والتي يمكن تعريف هذه النسبة فى هذه الحالة من التحميل كالاتى :

$$K_{+1} = \frac{S_{U1}}{S'_{U1}} = \frac{\text{أقصى مقاومة شد إستاتيكية بعينة بدون تركيز إجهادات}}{\text{أقصى مقاومة شد إستاتيكية بعينة بها تركيز إجهادات}} \dots\dots\dots (9-5)$$

- بمعنى أنه للحالتين المبيتين التى لهما نفس المادة ونفس القطاع إحداها ليس بها تركيز إجهادات والآخرى بها تركيز إجهادات (حز أو ثقب) فإنه يمكن القول بأن قيمة

$$\left[K_{+1} = \frac{P}{P'} > 1.0 \right] \text{ - شكل (٩-٣٦)}$$



شكل (٩-٣٦) معامل تركيز الإجهادات الفعال

• هذا وقد بينت الأبحاث أن الإجهادات الموضعية أو المحلية (Localized Stresses) في حالة المواد المطيلة ليس لها تأثير واضح وظاهر على مقاومة العنصر أو الجزء تحت حمل ثابت ، وهذا يعنى أنه يمكن إعتبار أن قيمة المعامل $[K_{+1} = 1]$ للمواد المطيلة . ولكن في نفس الوقت فإنه في حالة المواد القصيفة فإن قيمة المعامل (K_{+1}) تقترب من قيمة معامل تركيز الإجهادات النظرى (K_t) بالرغم من وجود بعض الإستثناءات (exceptions) فمثلاً في حالة حديد الزهر فإن قيمة $[K_{+1} = 1]$ بغض النظر عن شكل العنصر أو الجزء المعرض لقوى خارجية .

• هذا ويجب التنويه إلى أنه في حالة تعرض العناصر أو أجزاء الماكينات أو المنشآت إلى أحمال وإجهادات متكررة فمثلاً لقيمة $(r = -1)$ [دورة إجهاد معكوسة كلياً] فإن قيمة $[K - 1]$ تساوى :

$$K_{-1} = \frac{S_e}{S'_e} \text{ or } \frac{S_r}{S'_r}$$

حيث : (S_e) هى مقاومة التعب لعينة بدون تركيز إجهادات

، (S'_e) هى مقاومة التعب أو حد الإحتمال محسوباً طبقاً للإجهادات المتوسطة (nominal stresses) وذلك لعينة بها تركيز إجهادات .

، (S_r) هى قيمة سعة الإجهاد أو الإجهاد المتغير (Stress Amplitude) عند حدوث الإنهيار لعينة بدون حز أو تركيز إجهادات .

، (S'_r) هى قيمة سعة الإجهاد أو الإجهاد المتغير عند حدوث الإنهيار لعينة بها حز أو تركيز إجهادات .

- إن قيمة المعامل $(K-1)$ هي مثل المعامل $(K+1)$ لا تعتمد فقط على الشكل الهندسى وأبعاد القطاع للعنصر المعرض للإجهادات ولكن أيضاً على الخواص الميكانيكية وطبيعة ونوعية المادة المعرضة للإجهادات ، هذا وأن قيمة المعامل $(K-1)$ غالباً ما تكون أقل من قيمة معامل تركيز الإجهادات النظرى (K_t) .

٨- جـ العلاقة بين معامل تركيز الإجهادات النظرى (K_t) ومعامل تركيز الإجهادات الفعال (K_f) :

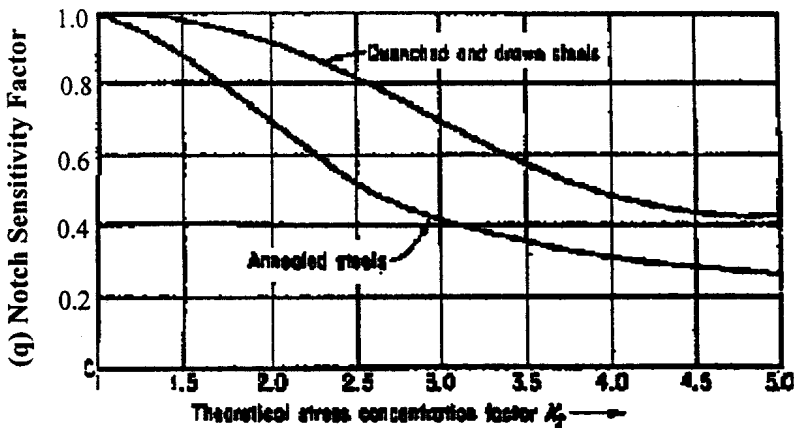
Relation Between , (K_f) , Theoretical and , (K_t) , Effective Stress Concetration Factors :

- إن درجة تقارب وعلاقة تركيز الإجهادات تحت تأثير الأحمال المتكررة أو التعب بدرجة تركيز الإجهادات تحت تأثير الأحمال الإستاتيكية أمكن التعبير عنها بما يسمى بمعامل حساسية الحز (q) (Notch Sensitivity Factor) .
والذى يمكن تعريفه كالآتى :

$$q = \frac{K_{-1} - 1}{K_t - 1} \dots\dots\dots (9-7)$$

$$\text{or } K_{-1} = 1 + q (K_t - 1) \dots\dots\dots (9-8)$$

- إن العلاقة التى تربط بين معامل حساسية الحز (q) ومعامل تركيز الإجهادات النظرى (K_t) كما هو موضحة بالشكل (٣٧-٩) والتى تعتمد على طريقة تصنيع المعدن .



NOTE:

Curves shown are average curves for vee notch, transverse holes, circular fillets, and semicircular grooves

شكل (٣٧-٩) معامل حساسية الحز وعلاقته مع معامل تركيز الإجهادات النظرى

• إن قيمة معامل حساسية الحز (q) والتي تتراوح ما بين (صفر ، ١) تعبر عن مدى حساسية الحز لتركيز الإجهادات بمعنى أنه في حالة ما إذا كان ($q = 0$) وهذا معناه أن قيمة ($K-1$) تساوى واحد أى لا يوجد هناك تأثير للحز أو لتركيز الإجهادات ، وعلى الجانب الآخر إذا ما كان ($q = 1$) فإن هذا يعنى أن ($K-1 = 0$) أى هذه الحالة المناظرة لأقصى تأثير لوجود الحز وتركيز الإجهادات . إن الصعوبات التى توضح وتفسر مقاومة التعب للعينات التى بها حزوز تتبع أساساً من أن قيمة معامل حساسية الحز (q) لا تعتمد فقط على خواص المعدن أو المادة ولكن أيضاً على شكل ومقاس عينة الاختبار بمعنى أنها تتوقف أساساً على نصف قطر الحز أو النقب (r) وطريقة تصنيع المعدن . هذا وقد وضع بيترسون (Peterson) منحنيات توضح العلاقة المتبادلة وقيم (q) بينها وبين نصف قطر منحنى الإتصال أو الحز أو النقب (r) وذلك لحالات تصنيع مختلفة للصلب كما هو موضح بالشكل (٣٨-٩) .

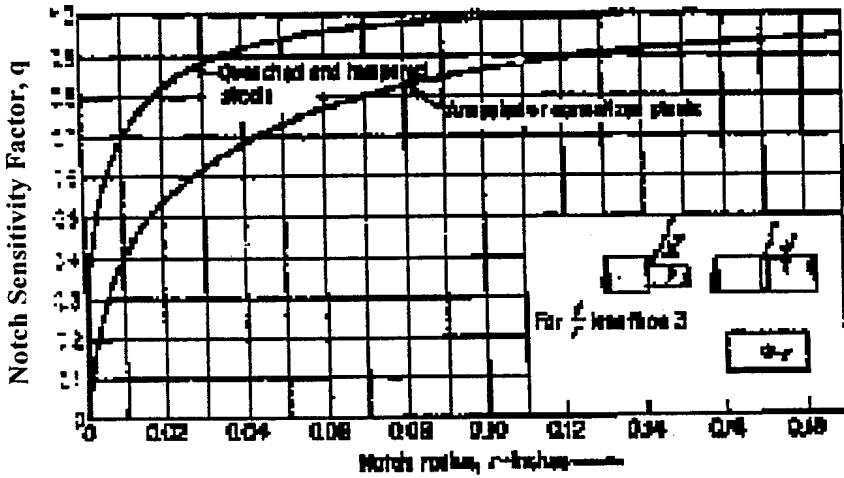


Fig. 4-21. Average notch sensitivity curves

شكل (٣٨-٩) علاقة معامل حساسية الحز ونصف قطر الحز أو منحنى الإتصال

• ولتطبيق ما سبق للعناصر المعرضة لأحمال متكررة وفى تصميم مقاومات التعب للمواد والمعادن فإن تأثير وجود الإجهادات الموضعية (Localized Stresses) ثم أخذه فى الاعتبار وذلك عن طريق عمل تصميمات للقيم العددية لكل من الإجهاد المتغير (S_r , alternating stress) والإجهاد المتوسط (S_m) ، أى أن هذه القيم يتم ضربها فى معاملات تركيز الإجهادات أى تؤخذ قيمة ($S_r \cdot K_1$) بدلاً من (S_r) ، ($S_m \cdot K_{+1}$) بدلاً من (S_m) على التوالى وذلك منحنيات مقاومة التعب والعلاقة التجريبية لكل من جيربر وجودمان المعدلة وسودربرج حيث غالباً ما يتم أخذ قيمة المعامل (K_{+1}) بصفة عامة يساوى الوحدة [$K_{+1} = 1$] .

- مما سبق يتبين ويتضح مدى تأثير تركيز الإجهادات حيث أن وجود تركيز للإجهادات في أى عنصر معرض لقوى خارجية متكررة يقلل من مقاومة التعب لهذا العنصر ، الأمر الذى يتبين منه مدى أهمية تقليل قيمة تأثير الإجهادات الموضعية إلى أقل حد أو قدر ممكن فى تصميم الماكينات المعرضة لأحمال متكررة .

٩- تأثير حالة وتشطيب سطح العنصر على مقاومة التعب :

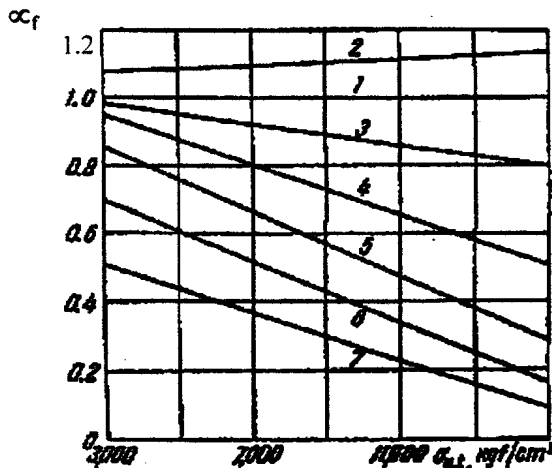
Effect of Surface Finish or Surface Condition of a Part on Fatigue Strength :

- عادة إن حد الإحتمال أو مقاومة التعب تزداد فى حالة إستخدام عينات ذات أسطح نظيفة ومستوية وسطحها ذو تشطيب جيد حيث أنه فى حالة التشطيب السيئ والسطح الخشن والمصحوبة عادة وتمتلك عيوب سطحية دقيقة تعمل على نقص المقاومة ، فى التصميم يؤخذ هذا التأثير فى الإعتبار وفى الحسابان عن طريق معامل أو عامل يعرف بعامل جودة السطح (α_f) (Surface quality Factor) حيث :

$$\alpha_f = \frac{S_{ef}}{S_e} \dots\dots\dots (9-9)$$

- وهو يعبر عن نسبة حد الإحتمال لعينات ذات تشطيب سطح معين مناظر لتشطيب السطح للجزء أو العنصر المراد تصميمه إلى حد الإحتمال لعينات قياسية ذات تشطيب قياسي (ground finish) .

- إن قيم (α_f) المناظرة لأقصى مقاومة للشد لعينات مختلفة من الصلب ذات تشطيب سطح معين وعلاقتها مع أقصى مقاومة شد مبينة بالشكل (٩-٣٩) .



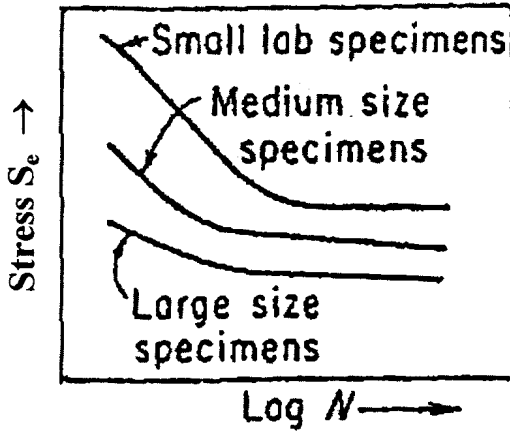
شكل (٩-٣٩) العلاقة بين عامل جودة السطح (α_f) والمقاومة القصوى للشد

١٠- تأثير المقاس والشكل : **Effect of Size and Shape**

- أظهرت الأبحاث من نتائج إختبارات التعب التي أجريت على عينات ذات أبعاد ومقاسات مختلفة أن هناك زيادة فى مقاومة التعب مع زيادة أبعاد ومقاسات العينات المختبرة .
- بالنسبة للتصميم لأى جزء أو عنصر أو منشأ معرض إلى حمل متكرر لتحقيق مقاومة التعب المطلوبة فإنه من الضروري أخذ تأثير المقاس والشكل فى الإعتبار وذلك عن طريق معامل أو عامل يسمى عامل تأثير المقاس (α_s) (Size quality Factor) وهو نسبة حد التعب لجزء ذو مقاس (S) مقسوماً على حد التعب من نفس المادة ذات مقاس وأبعاد قياسية (القطر من ٨ - ١٢ مم) .

$$i.e \alpha_s = \frac{S_e \cdot s}{S_e} = \frac{\text{Fatigue limit of a part of size (s)}}{\text{Fatigue limit of a standard specimen (d = 8 \rightarrow 12 mm)}}$$

- يوضح الشكل (٩-٤٠) مدى تأثير شكل ومقاس عينات الإختبار على مقاومة التعب (منحنى S-N) .



شكل (٩-٤٠) تأثير مقاس وشكل العينة على مقاومة التعب للمادة

- هذا وتجدر الإشارة إلى أنه فى حسابات المقاومة بالنسبة لوجهة النظر التصميمية فإن المعاملات (α_f) ، (α_s) يجب أخذها فى الإعتبار وإدخالها فقط بالنسبة لقيمة الإجهاد

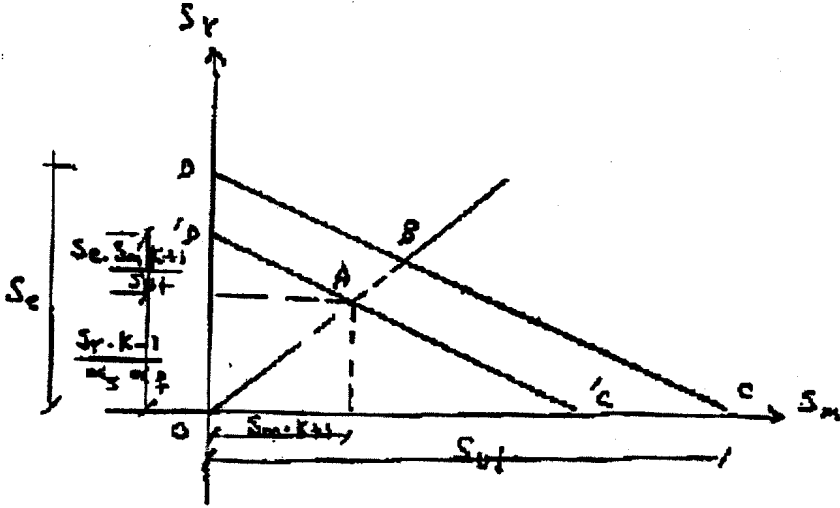
$$\text{المتغير } (S_r) \text{ بمعنى أن قيمة } (S_r) \text{ يتم إستبدالها بالقيمة } \left(\frac{S_r}{\alpha_s \cdot \alpha_f} \right)$$

- فى النهاية فإن التأثيرات الهامة على مقاومة التعب والتي يجب أخذها فى الاعتبار وفى الحسابات التصميمية فإن قيمة (S_r) يجب إستبدالها ووضع القيمة $\left(\frac{S_r \cdot K_{-1}}{\alpha_s \cdot \alpha_f} \right)$ بدلاً عنها ، بينما قيمة الإجهاد المتوسط (S_m) والتي تعتبر إجهاد إستاتيكي ثابت يتم إستبدالها بالقيمة $[S_m \cdot K_{+1}]$.

٨-٩ معامل الأمان اللازم فى العناصر المعرضة لتعب أو كلال وتقدير قيمته :

Factor of Safety for Elements Subjected to Fatigue and its Determination :

- إن معامل الأمان فى حالة العناصر المعرضة للتعب أو الكلال يمكن تقديره وذلك معتمداً على علاقة جودمان المعدلة (الخط DC) وذلك لتبسيط الأمور والحل مع معلومية الخواص الميكانيكية المميزة للمادة ممثلة فى قيمة أقصى مقاومة إستاتيكية (S_U) ، حد الإحتمال (S_e) .
 - وحيث أن نقطة إجهادات التشغيل (Working Stresses) يمكن تعريفها وتعيينها بدلالة كل من الإجهاد المتوسط (S_m) والإجهاد العتير (S_r) كما هو موضح بالشكل (٩-٤١) .
 - وبتعديل هذه القيم لكل من (S_r) ، (S_m) لتأخذ فى الاعتبار قائلير العوامل ذات الأثر اللازم لكل من تأثير تركيز الإجهادات وحالة السطح والمقاس بمعنى أن إحداثيات النقطة (A) التى تمثل إجهادات التشغيل سوف تأخذ وتعوض عنها القيمة $(S_m \cdot K_{+1})$ بدلاً من (S_m) والقيمة $\left(\frac{S_r \cdot K_{-1}}{\alpha_s \cdot \alpha_f} \right)$ بدلاً من (S_r) كما ذكرنا سابقاً .
 - وحيث أن الخط (DC) يمثل قيم الإجهادات المناظرة للإنهيار طبقاً لمنحنى جودمان المعدل والخط (D' C') يمثل قيم إجهادات التشغيل ، بما أنه فى حالة العناصر المعرضة لتعب أو أحمال متكررة فإن قيمة معامل الأمان لتصميم مثل هذه العناصر عادة ما يعبر عنها بنسبة الجزء (oB) إلى الجزء (oA) أى أن :
- معامل الأمان $n = \frac{oB}{oA} > 1.0$ Factor of Safety
- وهو قيمة دائماً أكبر من الواحد الصحيح



شكل (٩-٤١) كيفية تقدير قيمة معامل الأمان في التعب

- ولتعيين وتقدير قيمة هذا المعامل يمكن إيجاده بطريقة سهلة عن طريق تشابه المثلثات [أنظر الشكل (٩-٤١)] حيث يتم رسم خط مستقيم (D' C') موازى للخط (Dc) كما هو مبين وعليه فإن :

$$n = \frac{oB}{oA} = \frac{oD}{oD'}$$

- ومن تشابه المثلثين (ocD) ، (LAD') ، فإن البعد (LD') يساوى :

$$LD' = \frac{S_e \cdot S_m \cdot K_{+1}}{S_U}$$

وحيث أن البعد $oD = oL + LD'$

وبالتعويض عن هذه القيم حيث : $oD = S_e$

$$oL = \frac{S_r \cdot K_{-1}}{\alpha_f \cdot \alpha_s}$$

$$\therefore oD' = \frac{S_r \cdot K_{-1}}{\alpha_f \cdot \alpha_s} + \frac{S_e \cdot S_m \cdot K_{+1}}{S_U}$$

كما ذكرنا فإن قيمة $K_{+1} = 1$

$$\therefore n = \frac{S_e}{\frac{K_{-1}}{\alpha_f \cdot \alpha_s} \cdot S_r + \frac{S_e}{S_U} \cdot S_m} \cdot \dots\dots\dots (9-10) = \therefore \text{معامل الأمان لمقاومة التعب}$$

حيث : (S_e) حد الإحتمال للمادة

(K_{-1}) معامل تركيز الإجهادات

(α_f) معامل تأثير السطح

(α_s) معامل تأثير المقاس

$$\frac{S_{\max} - S_{\min}}{2} = (S_r) \text{ هو قيمة الإجهاد المتغير}$$

$$\frac{S_{\max} + S_{\min}}{2} = (S_m) \text{ هو قيمة الإجهاد المتوسط}$$

(S_U) هي قيمة أقصى مقاومة إستاتيكية للمادة

(S_{\min}) هي قيمة الحد الأدنى للإجهاد المتكرر

(S_{\max}) هي قيمة الحد الأقصى للإجهاد المتكرر

ملحوظة هامة :

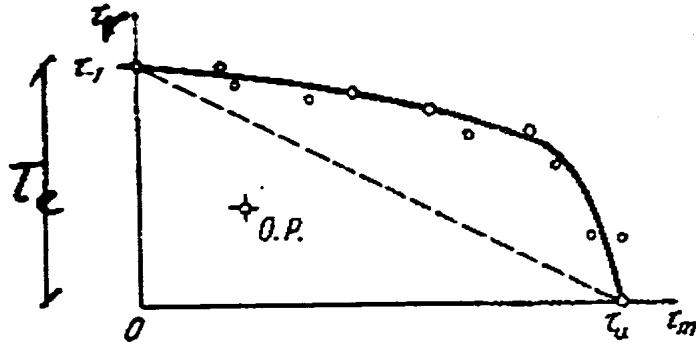
إن قيمة معامل الأمان المذكورة بعالية هي حالة إجهاد بسيط من نوع واحد وليس نتيجة لإجهادات مركبة متكررة بمعنى أن معامل الأمان في حالة الإجهادات العمودية البسيطة يعادل :

$$n_N = \frac{\sigma_{-1} \text{ or } (\sigma_e)}{\frac{K_{-1}}{\alpha_s \cdot \alpha_f} \cdot \sigma_r + \frac{\sigma_e}{\sigma_{Us}} \cdot \sigma_m} * \dots\dots\dots (9-11)$$

لما في حالة إجهادات القص الخالص (Pure Shear) كما هو الحال في تأثير عزم الليّ المتكرر فإن

$$n_r = \frac{\tau_{-1} \text{ or } (\tau_e)}{\frac{K_{-1}}{\alpha_s \cdot \alpha_f} \cdot \tau_r + \frac{\tau_e}{\tau_{Us}} \cdot \tau_m} * \dots\dots\dots (9-12)$$

• هذا وتجدر الإشارة إلى أن التجارب والأبحاث العملية بينت أن منحنى مقاومة التعب المصاحب للقوى للقاسمة (τ) عادة ما يختلف وينحرف على العلاقة الخطية المفروضة في حالة القوى العمودية والإجهادات العمودية (σ) ولأنها تأخذ شكل المنحنى والعلاقة المبينة بالشكل (٩-٤٢) .



شكل (٩-٤٢)

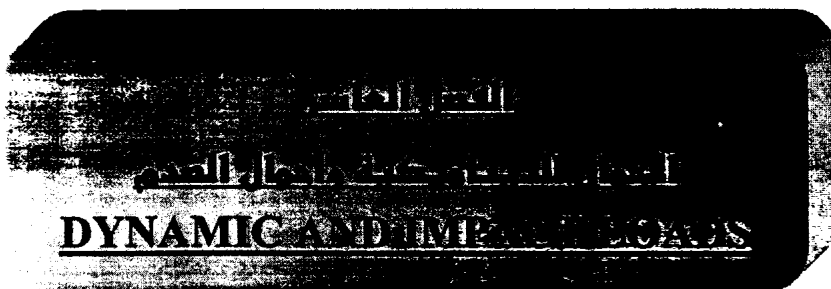
- وهذا يعنى أن القيمة الحقيقية والفعلية لمعامل الأمان (n_f) فى حالة إجهادات القص الخالصة أكبر من تلك القيمة المعرفة والمعطاه بالمعادلة السابقة .
- هذا أيضاً ووجب التنويه إلى أنه فى حالة مقاومة التعب للعناصر أو الأجزاء المعرضة إلى أجزاء متكررة مركبة (Combined Repeated Stresses) فمثلاً فى حالة الإجهادات المركبة الثنائية المحور (Biaxial State of Stress) والمعرضة إلى إجهادات عمودية (σ) ، إجهادات قص (τ) فى نفس الوقت فإنه فى هذه الحالة فقد تم استخدام وتطبيق المعادلة الموضوعية للتأليه والمعطاه بمعرفة كل من (Gough and Pollard) وهى :

$$\frac{1}{n_r^2} = \frac{1}{n_\sigma^2} + \frac{1}{n_\tau^2} \dots\dots\dots (9-13)$$

حيث : (n_r) هو معامل الأمان المرغوب فى التعب للعناصر المعرضة لكل من (σ) ، (τ) كأحمال متكررة .

، (n_σ) هو معامل الأمان فى التعب فى العناصر المعرضة لإجهادات عمودية متكررة (σ_r) فقط بفرض أن ($\tau = 0$) أى لا يؤثر القص .

، (n_τ) هو معامل الأمان فى التعب فى العناصر المعرضة لإجهادات قص متكررة (τ_r) فقط بفرض أن ($\sigma = 0$) أى لا تؤثر الإجهادات العمودية .



1-10 مقدمة INTRODUCTION :

- كما هو معلوم ومعروف أن الأحمال الإستاتيكية تتغير قيمتها من الصفر إلى أن تصل إلى قيمتها النهائية وذلك بمعدل بطئ الأمر الذى ينجم عنه ويمكن القول أن جملة الحركة الناتجة فى العناصر الإنشائية المؤثرة عليها هذه القوى متناهية الصغر ويمكن تلاشيها .
- وحيث أن الأحمال الإستاتيكية عندما تصل إلى أقصى قيم نهائية لها سوف تظل وتبقى ثابتة عملياً خلال مدة طويلة من الزمن وليكن العمر الافتراضى للعنصر الإنشائى المؤثر عليه هذه الأحمال ، بينما عندما تؤثر الأحمال فجائياً (Suddenly) خلال فترات قصيرة من الزمن فإن فعل هذا النوع من الأحمال غالباً ما يكون مصحوباً بحدوث إهتزازات للمنشآت أو العناصر المكونة لها (Vibrations) . عادة ما يطلق على الأحمال التى تؤثر فجائياً على المنشآت أو العناصر أو أجزاء الماكينات بالأحمال الديناميكية (Dynamic Loads) أو بأحمال الصدم (Shock or Impact Loads) .
- إن أحمال الصدم عادة ما تؤثر على المنشآت أو الماكينات بطرق مختلفة وهذه الأحمال تتضمن النوعيات التالية :

- الأحمال سريعة الحركة (Rapidly Moving Loads) : مثل الأحمال والقوى المصاحبة لحركة المركبات على الكبارى .
- أحمال الصدم المباشر (Direct Impact Loads) : مثل الأحمال الناجمة والمصاحبة لسقوط مطرقة أو وزن من إرتفاع معين على منشأ أو عنصر ما .
- التأثير الفجئى للأحمال (Sudden Application of Loads) :
- مثل الأحمال الناجمة والمصاحبة عند حدوث فرقة أو انفجار لماكينة جازولين (explosion stroke of a gasoline engine) .

- **أحمال الأجسام المتحركة (Inertia Loads) :** وهى التى تنتج نتيجة لعجلة الحركة السريعة (High Acceleration) وانتقال الطاقة الحركية (Kinetic Energy) والمصاحبة للصدمات الميكانيكية كما هو الحال فى الحداقات الدوارة (fly wheels) .
- هذا وتجدر الإشارة إلى أن أحمال الصدم يمكن أيضاً تقسيمها بدلالة :
 - التأثير المفاجئ للقوة أو الحمل (Sudden Application of Force) .
 - التغيير الفجائى للسرعة (Sudden Change in Velocity) .
 - التحميل الناتج عن صدمات غير منتظمة (Irregular Shock Loading) .
- هذا وعادة التحميل الناتج عن صدمات يحمل فى طياته تحميل لعدد قليل ونسبى من دورات التحميل ، بينما فى بعض الحالات مثل محاور عجالات السكة الحديد (railroad coupler) فإن العنصر أو المحور يجب أن يتحمل آلاف المرات من التحميل الذى ينتج عنه صدمات أثناء دوران هذه المحاور ، وهذا النوع من التحميل أحياناً يطلق عليه ويسمى تحميل كلال الصدم أو تحميل تعب الصدم (Impact Fatigue Loading)
- هذا ويجب التنويه إلى أن الإنهيار أو الخراب (Damage) الناتج من تحميل الصدم من الطبيعى أن يعتمد على خواص ومميزات وطبيعة المنشآت المعرضة إلى هذا النوع من التحميل بالإضافة إلى طبيعة ونوع أحمال الصدم المؤثرة على هذه المنشآت .
- فى الحقيقة إذا ما كان زمن تأثير الحمل (Time of Load Application) قصير مقارنة بما يسمى بأقل تردد طبيعى للذبذبة وإهتزاز المنشأ أو الماكينة (Lowest Natural Frequency of Vibration) فإنه يطلق على الحمل المؤثر حمل صدم (Impact Load) بينما إذا ما كان زمن تأثير الحمل طويلاً نسبياً فإن الحمل المؤثر يطلق عليه وإعتباره حملاً إستاتيكياً (Static Load) . هذا وبصفة عامة فى أغلب الحالات إذا ما كان زمن تأثير الحمل أقل من نصف أقل تردد طبيعى للذبذبة أو الإهتزاز الخاصة بالكتلة أو الجسم المؤثر عليه هذا الحمل فإن هذا الحمل بالتأكيد يمكن إعتباره حمل صدم ، أما إذا ما كان زمن التأثير أو فترات التأثير بالحمل أكبر من ثلاثة مرات قيمة التردد الطبيعى للذبذبة فإنه فى هذه الحالة عادة ما يمكن إعتباره والقول بأن الحمل المؤثر هو حمل إستاتيكى . هذا ويقصد بزمن تأثير الحمل (Time of Loading) هو الزمن الذى يستغرقه الحمل بزيادته من الصفر إلى قيمة تعادل أقصى قيمة لها (Max. Value) .

- هذا وأثبتت الدراسات وكما سوف يتضح فيما بعد بأن قيمة الإجهادات المتولدة نتيجة لإهتزازات أى جزء (أحمال صدم) أكبر عدة مرات من الإجهادات المتولدة المناظرة تحت أحمال إستاتيكية مساوية لها .
- أيضاً تصميم للعناصر الإنشائية تحت أحمال الصدم أكثر تعقيداً من تصميم نفس العناصر تحت أحمال إستاتيكية ، حيث أن الصعوبة والتعقيد تكمن فى الطرق الأكثر تعقيداً لتعيين القوى والإجهادات الداخلية المتولدة فى العناصر والناجمة عن الأحمال الديناميكية ، هذا من ناحية ومن ناحية أخرى إضافة إلى الطرق فى تعيين الخواص الميكانيكية للمواد تحت أحمال الصدم . فمثلاً وجد أن معظم المعادن المعرضة إلى حمل إستاتيكي تكون مطيلة فى سلوكها (Ductile) ولكن تتحول إلى مواد قصفة (Brittle) فى سلوكها عند تعريضها إلى أحمال صدم ، ناهيك عن أنه تحت تأثير الأحمال المتغيرة أو المترددة مصحوبة بصدم فإن مقاومة المواد عادة ما تقل وتكون أقل من نظيرتها الإستاتيكية .

١-٢ تحليل إجهادات وإنفعالات أحمال الصدم والأحمال الديناميكية :

ANALYSIS OF STRESSES AND STRAINS DUE TO IMPACT OR DYNAMIC LOADINGS :

- إن التحليل العام والدقيق للإجهادات والإنفعالات وطرق التصميم للعناصر والمنشآت المعرضة إلى تحميل ديناميكي (Dynamic Loading) أو أحمال صدم (Impact Loads) كما ذكرنا هى فى غاية التعقيد ولكن حالياً أمكن تبسيطها بالكيفية والطرق المقترحة التالية :

١-٢-أ بالنسبة للأحمال الديناميكية أو الأجسام المتحركة بعجلة منتظمة :

W.R.T Dynamic Loading or Uniformly Accelerated Motion :

- فى هذه الحالة من التحميل فإن التحليل العام وطرق التصميم تعتمد أساساً على طرق التحليل الميكانيكى النظرى ومنها طريقة تعتمد على قاعدة ديه ألمبرت (D' Alembert's Principle) ، وتنص هذه القاعدة على ما يلى :
أى جسم متحرك يمكن إعتباره فى حالة إتزان لحظى (Momentary Equilibrium) وذلك بإضافة قوة تعرف بقوة للقصور الذاتى (Inertia Force) بالإضافة إلى القوى الخارجية المؤثرة عليه وهذه للقوة تساوى حاصل ضرب كتلة الجسم (mass) مضروباً فى قيمة عجلة الحركة (Acceleration) وتعمل فى إتجاه معاكس لإتجاه الحركة .

- وبناءً على ذلك فإنه في حالة ما إذا كان معلوماً ومعروفاً قيمة قوى القصور الذاتي فإنه من السهل تطبيق شروط الإتران عند أى قطاع وتحديد القوى الداخلية المؤثرة وبالتالي تقدير قيمة أقصى إجهادات وتشكلات ناجمة في الجزء المتحرك .

١-٢- ب بالنسبة لأحمال الصدم W.R.T Impact Loading :

- إذا لم تكن معلومة قيمة قوى القصور الذاتي حيث من الصعوبة تقديرها كما هو الحال في أحمال الصدم فإن قيمة الإجهادات الديناميكية والتشكلات يمكن تقديرها وتقنينها باستخدام قانون إحتفاظ الطاقة (Law of Conservation of Energy) .
- وللتبسيط وبإختصار فإن الإجهادات والتشكلات الناجمة عن أحمال الصدم يمكن تعيينها باستخدام الطريقتين التاليتين :

i. طريقة الحمل الإستاتيكي المكافئ Equivalent Static Load Method :

- في هذه الطريقة تم إفتراض بأنه هناك يوجد حمل إستاتيكي مؤثر على العنصر ينجم عنه ويولد في العنصر نفسه قيمة أقصى إجهاد وأقصى تشكل تساوى قيمة أقصى إجهاد وتشكل ناتجة عن حمل الصدم الفجائي المؤثر على هذا العنصر . وحيث أن طريقتي التحميل هذه لهما نفس التأثير أى يعتبران متكافئان من حيث التأثير حيث أن الشغل المبذول لكل حالة منهما متساويان .

ii. طريقة طاقة الإنفعال Strain Energy Method :

- وفي هذه الحالة أو الطريقة فإن قيمة الشغل الخارجى الكلى المبذول عن طريق حمل الصدم المؤثر يساوى قيمة الشغل الداخلى لطاقة الإنفعال المتولدة في العنصر المعرض لحمل الصدم الخارجى

$$\text{i.e } U_{\text{external}} = U_{\text{internal}}$$

- هذا وتجدر الإشارة إلى أن تحليل معظم المشاكل أو العناصر المعرضة لأحمال صدم عن طريقة إستخدام طريقة الحمل الإستاتيكي المكافئ أقصر وتوفر جهداً ووقتاً في الحل مقارنة بالحل بإستخدام طريقة طاقة الإنفعال .

١٠-٣ حساب الإجهادات والتشكلات الديناميكية نتيجة لحركة عنصر ذات عجلة منتظمة :

Calculation of Stresses and Deformations in Uniformly Accelerated Motions :

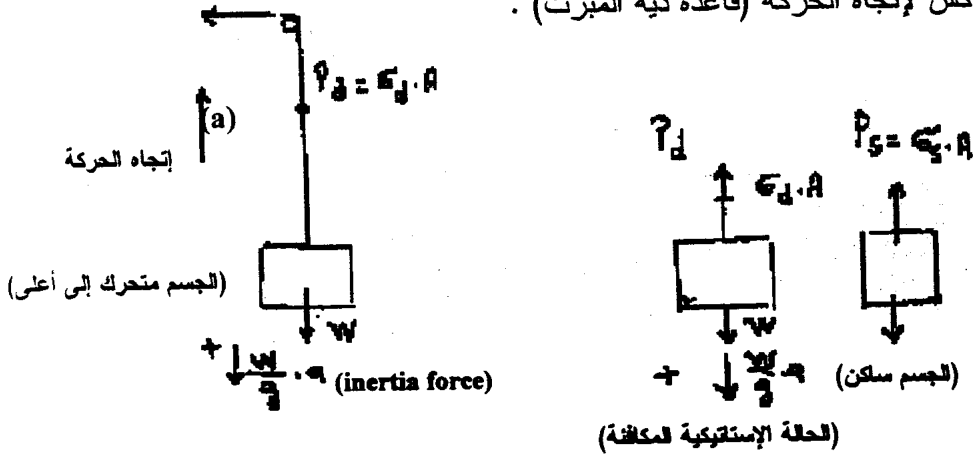
- في مثل هذه الحالات حيث عجلة الحركة لعناصر الماكينات تكون معلومة القيمة فإن قيم الإجهادات الديناميكية يمكن حسابها بسهولة كما ذكرنا بإستخدام قاعدة ديه المبرت السابق ذكرها وكما هو موضح بالأمثلة التالية :

مثال رقم (١) :

جسم وزنه (w) تحرك إلى أعلى وذلك بعجلة منتظمة قدرها (a) كما هو مبين بالشكل (١-١٠) المطلوب تعيين الإجهاد المتولد في الحبل الحامل لهذا الجسم المتحرك إلى أعلى مع إهمال وزن الحبل نفسه .

الحل :

الجسم المتحرك ذو الوزن (w) ويؤثر إلى أسفل وهو محرك بالحبل ذو مقطع وليكن ($A \text{ cm}^2$) وهى الحالة الديناميكية للجسم ويتحرك إلى أعلى بعجلة قدرها (a) يمكن إعتباره فى حالة سكون وإتزان لحظى تحت حمل إستاتيكي مكافئ ينشأ ويتولد عنه نفس قيمة الإجهادات والتشكلات وذلك بالتأثير عليه بحمل يعادل (الكتلة × عجلة الحركة) يعمل فى إتجاه معاكس لإتجاه الحركة (قاعدة ديه ألمبرت) .



شكل (١-١٠)

• فإذا ما فرضنا أن (P_d) ، (σ_d) هى قيمة القوة والإجهاد نتيجة للحمل الديناميكي فى الحبل وبتطبيق قاعدة ديه ألمبرت وحالة الإتزان فإن :

$$\sigma_d \cdot A = W + \frac{W}{g} \cdot a = W \left(1 + \frac{a}{g} \right)$$

حيث : (g) هى قيمة عجلة الجاذبية .

(A) هى مساحة المقطع للحبل .

وبإعتبار أن الجسم ساكن وبالتالي فإن الإجهاد المتولد هو إستاتيكي فقط (σ_s) وهو

$$\frac{W}{A}$$

$$i.e \sigma_s = \frac{W}{A}$$

وبالتعويض في المعادلة السابقة فإن قيمة الإجهاد الديناميكي (σ_d)

$$\sigma_d = \frac{W}{A} \left(1 + \frac{a}{g} \right) = \sigma_s \cdot K_d \quad \dots\dots\dots * (10-1)$$

حيث أن قيمة الإجهاد الديناميكي يعادل قيمة الإجهاد الإستاتيكي \times معامل (K_d) يسمى بمعامل التأثير الديناميكي (أو معامل الصدم) وهو يساوى في هذه الحالة

$$K_d = 1 + \frac{a}{g} > 1.0$$

وهو معامل أكبر من الواحد الصحيح ويتوقف على قيمة عجلة الحركة أو سرعة حركة الجسم بالنسبة للزمن ، أى أن قيمة الإجهادات الديناميكية المتولدة نتيجة للحركة إلى أعلى عن نظيرتها الإستاتيكية المتولدة ($i.e \sigma_d > \sigma_s$) فى هذه الحالة .

• أما إذا كانت حركة الجسم إلى أسفل \downarrow (a) فإنه بتطبيق قاعدة ديه ألمبرت فإن قوة القصور الذاتى سوف تؤثر إلى أعلى فى عكس إتجاه الحركة وعليه فإن محصلة القوى المؤثرة على الحبل فى حالة الإتران والسكون اللحظى أو قيمة الحمل الإستاتيكي المكافئ تعادل $\left(W - \frac{W}{g} \cdot a \right)$ وعليه فإن :

$$\sigma_d \cdot A = W - \frac{W}{g} \cdot a$$

$$i.e \sigma_d = \frac{W}{A} \left[1 - \frac{a}{g} \right]$$

$$\therefore \sigma_d = \sigma_s \cdot K_d$$

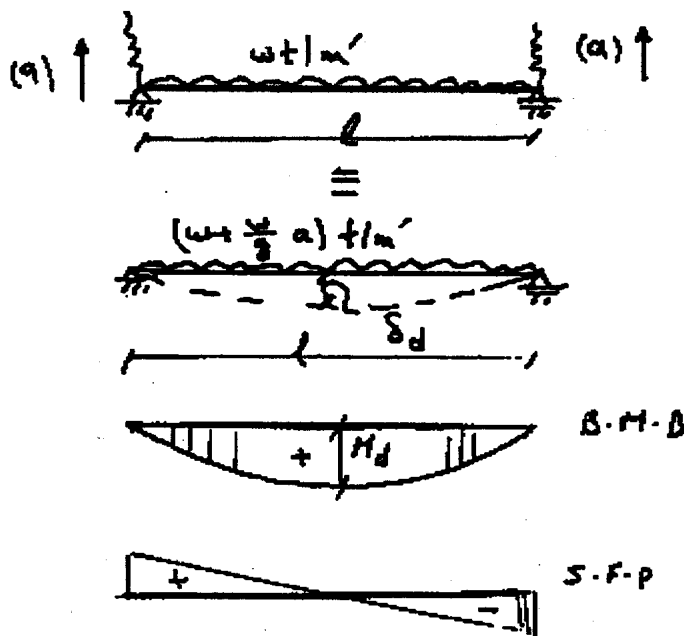
$$K_d = \left(1 - \frac{a}{g} \right) < 1.0 \quad \text{حيث}$$

حيث (K_d) معامل التأثير الديناميكي أقل من الواحد وذلك فى حالة حركة الجسم إلى أسفل ومن هنا فإن أسوأ حالة للإجهادات الديناميكية للأجسام المتحركة تكون وهى متحركة إلى أعلى وهى التى يبنى عليها تصميم هذه العناصر كما هو الحال فى المصاعد الكهربائية .

• هذا وتجدر الإشارة إلى أنه فى هذه الحالة بالنسبة للتصميم يجب الوقوف على قيمة معامل التأثير الديناميكي (K_d) والذي غالباً ما يمكن تقديره وتعيينه معملياً .

مثال رقم (٢) :

ككرة وزنها wt/m' كما هو موضح بالشكل (٢-١٠) بسيطة الارتكاز تم رفعها عند نهايتها عن طريق سوستين (بايين) (Two Springs) وذلك بعجلة منتظمة قدرها (a) ، المطلوب حساب قيم كل من الإجهادات والتخيم المصاحب لهذه الحالة من التحميل .



شكل (٢-١٠)

الحل :

بتطبيق قاعدة ديه المبرت فإن عنصر من الككرة نو وحدة الأطوال سوف تؤثر عليه قوة (inertia force) تعادل الكتلة \times العجلة أى قدرها $\left(\frac{W}{g} \cdot a\right)$ تعمل إلى أسفل فى إتجاه تأثير الحمل wt/m' مع إعتبار الككرة فى حالة سكون أو إتران لحظى تحت تأثير هذا الحمل الديناميكى الذى يساوى $\left(W + \frac{W}{g} \cdot a\right)$ أى $(1+a/g) t/m'$ حيث (g) قيمة عجلة الجاذبية بدلاً من الحمل (w) وعليه يمكن تطبيق معادلات الإتران العادية وإيجاد القوى الداخلية المتولدة تحت تأثير هذا الحمل اللحظى وحيث أن القوى الداخلية ممثلة فى القوة القاصة وعزم الإنحناء فإن :

- أقصى قوة قاصة $(Q_{\max}) = \frac{w(1+a/g) \cdot \ell}{2}$ حيث (ℓ) بحر الكمرة وهو يقع عند الركائز .

- أقصى عزم إنحناء $(M_{\max}) = \frac{w(1+a/g) \ell^2}{8}$ وهو يقع عند منتصف البحر .
 - أقصى ترخيم (δ_{\max}) وهو يقع عند منتصف البحر إلى أسفل .

$$\begin{aligned} \therefore M_d &= M_{\max} \frac{w(1+a/g) \ell^2}{8} = \frac{w \ell^2}{8} (1+a/g) \\ &= M_{\text{static}} (1+a/g) = M_s \cdot K_d \end{aligned}$$

حيث : (M_{static}) أقصى عزم إستاتيكي للكمرة وهى ساكنة $= \frac{w \ell^2}{8}$ وعليه فإن أقصى إجهاد ديناميكي عمودى عند منتصف البحر (σ_d)

$$\sigma_d = \frac{M_d \cdot y}{I} = \frac{M_s \cdot K_d \cdot y}{I}$$

$$\therefore \sigma_{\text{static}} = \frac{M_s \cdot y}{I}$$

$$\therefore \sigma_{\text{dynamic}} = \sigma_{\text{static}} \cdot K_d \dots\dots\dots (10-2)$$

حيث أيضاً (K_d) يسمى معامل التأنصير الديناميكي ويساوى $(1+a/g)$ أكبر من الواحد ويتوقف على قيمة العجلة (a) أو على سرعة الحركة بالنسبة للزمن .
 • وأيضاً قيمة أقصى ترخيم ديناميكي يمكن إيجادها من المعادلة المعروفة وهى

$$\begin{aligned} \delta_d &= \frac{5 w(1+a/g) \ell}{384 EI} = \frac{5 w \ell^4}{384 EI} \left(1 + \frac{a}{g}\right) \\ &= \delta_{\text{static}} \cdot K_d \dots\dots\dots (10-3) \end{aligned}$$

أى يساوى الترخيم الإستاتيكي مضروباً فى معامل التأثير الديناميكي أيضاً
 • وأيضاً قيمة أقصى إجهاد قص ديناميكي

$$\begin{aligned} \tau_d &= \frac{Q_d \cdot S}{I_x \cdot b} = \frac{w}{2} \frac{(1+a/g) \cdot \ell \cdot S}{I_x \cdot b} = \frac{w \cdot \ell \cdot S}{2 I_x \cdot b} (1+a/g) \\ &= \frac{Q_{\text{static}} \cdot S \cdot K_d}{I_x \cdot b} = \tau_{\text{static}} \cdot K_d \end{aligned}$$

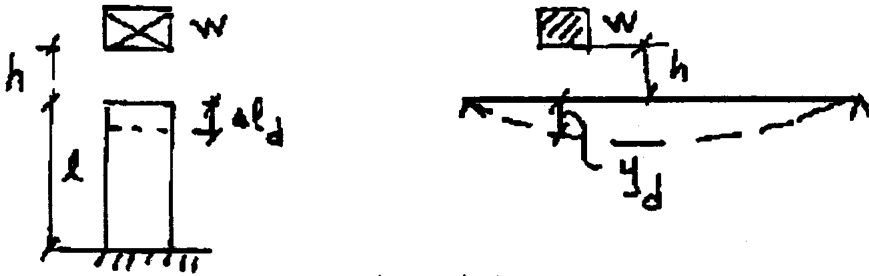
$$\tau_s = \frac{Q_{static} \cdot S}{I_x \cdot b} \quad , \quad Q_{static} = \frac{w \ell}{2} \quad \text{حيث}$$

أيضاً قيمة أقصى إجهاد قص ديناميكي يساوى أقصى إجهاد قص إستاتيكي مضروباً فى عامل التأثير الديناميكي (K_d) وهو أكبر أو أقل من الواحد الصحيح معتمداً على إتجاه الحركة وقيمة سرعة الحركة بالنسبة للزمن (a) .

١٠-٢ حساب الإجهادات والتشكلات تحت تأثير أحمال الصدم :

Calculation of Stresses and Strains Under Impact Loading :

- لتوضيح مدى تأثير أحمال الصدم على قيم الإجهادات والتشكلات المتولدة فى العناصر والمكينات والمنشآت أفترض مثلاً حمل يصطدم بجسم ثابت (Fixed Body) كما هو الحال فى سقوط جسم يزن (w) من إرتفاع قدره (h) على عمود رأسى ثابت أو كمره أفقية ثابتة كما هو موضح بالشكل (١٠-٣) .



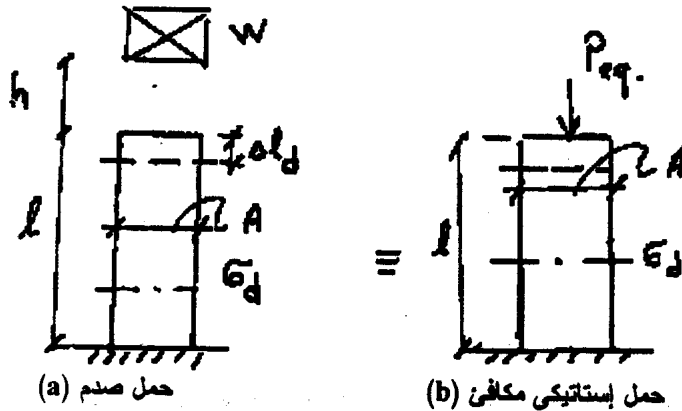
شكل (١٠-٣)

- كما هو معلوم فإن سرعة الجسم عند لحظة إصطدامه بالجسم يمكن تعيينها من المعادلة المعروفة لأى جسم ساقط من إرتفاع معين (h) وهى تساوى $V = \sqrt{2gh}$ وحيث أن هذه السرعة سوف تضمحل قيمتها إلى أن تصل إلى الصفر خلال فترة زمنية قصيرة جداً وهى مدة الصدمة مقدرة بقيمة واحد على مائة ألف جزء فى الثانية .
- وحيث أن قيمة الدرجة العالية لعجلة الحركة سوف ينشأ عنها ويتسبب فى خلق حمل قصور ذاتى ذو قيمة معقولة (Considerable Inertia Force) .
- فإن فعل وتأثير الصدم يعتمد أساساً عن طريق قيمة هذا الحمل أو قوة القصور الذاتى . وحيث أنه من الصعب معرفة للوقوف على معرفة القانون الذى يحكم تغيير السرعة أثناء الصب وبالتالي من الصعب أيضاً تصغير قيمة حمل أو قوة القصور الذاتى الناتجة .

- ولتبسيط الحل فقد تم إقتراح طريقة مبسطة وتقريبية لحساب الإجهادات والإنفعالات المتولدة معتمدة على الإفتراضات والإشتراطات التالية :-
- الإجهادات المتولدة نتيجة لأحمال الصدم لا تتعدى حد التناسب أو المرونة للمادة أو بمعنى إنطبق قانون هوك فى حالة التحميل الصدمى .
- الأجزاء والأجسام لا تتفصل عن بعضها بفعل وبعد تأثير أحمال الصدم .
- صغر كتلة الجسم المقاوم أو المعرض للصدم بالمقارنة بكتلة الجسم المحدث للصدم أو إهماله بالنسبة له .
- إهمال جزء الطاقة المستهلك فى الحرارة المرتفعة للجسم المقاوم .
- بناءً على ما سبق يمكن تقييم الإجهادات والإنفعالات والتشكلات المتولدة فى عناصر مختلفة معرضة لأحمال صدم خارجية مختلفة (قوى صدم عمودية شد أو ضغط) (Impact Compression or Tension) أو عزم إنحناء تصادمى (Impact Bending) أو عزم لى تصادمى (Impact Torsion) كما يلى :

١٠-٤-أ العناصر أو الأعضاء المعرضة إلى حمل صدم شد أو ضغط :

Members or Elements Subjected to Impact Compression or Tension:



شكل (١٠-٤)

- بالإشارة إلى الشكل (١٠-٤) فإن الشكل (a) يمثل حمل ساقط من إرتفاع (h) على عمود ذو مساحة مقطع (A) ومن مادة ذات معايير مرونة ومقاومة ضغط معينه إستاتيكية (E) ، على الترتيب والمطلوب حساب أقصى إجهاد ديناميكى متولد فى العمود (σ_d) ،

نتيجة لسقوط هذا الحمل وكذلك أقصى تشكل مصاحبة لهذه الحالة من التحميل الديناميكي ($\Delta \ell_d$) .

• وكما ذكرنا سابقاً يمكن حل مثل هذا النوع من التحميل بتحويل نفس العنصر وتعريضه إلى حمل إستاتيكي مكافئ قدره (P_{eq}) ينشأ عنه إجهاد يساوى قيمة (σ_d) وإنفعال قيمته ($\Delta \ell_d$) المناظرة للحالة الأولى مع إعتبار حالة الحمل الإستاتيكي المكافئ هي حالة سكون ويمكن تطبيق جميع المعادلات الإستاتيكية المعروفة لتقدير قيم كل من الإجهادات والإنفعالات وذلك معتمداً على أن :

(a) الطاقة الخارجية (الشغل الخارجى المبذول) للحالة

= (طاقة الإنفعال الخارجية المكتسبة للحالة) (b)

وحيث أن الطاقة الخارجية أو الشغل الخارجى المبذول = الحمل × مسافة السقوط الكلية عند لحظة الإصطدام = $W(h + \Delta \ell_d)$

حيث : (W) قيمة الحمل الساقط ، (h) مسافة السقوط من نهاية العمود الأصلية ، ($\Delta \ell_d$) مقدار النقص فى الارتفاع المصاحب للصدمة من الحمل (W) .

، وحيث أن طاقة الإنفعال الداخلية المكتسبة وهى كمية الطاقة المرنة المكتسبة من الحمل المكافئ الإستاتيكي (P_{eq}) لإحداث نفس قيمة الإجهاد الديناميكي (σ_d) ونفس قيمة التشكل أو النقص فى الارتفاع ($\Delta \ell_d$) وهى تساوى $\frac{1}{2} \times$ الحمل الإستاتيكي المكافئ (P_{eq}) × ($\Delta \ell_d$) التشكل .

$$\text{i.e internal work done} = \frac{1}{2} P_{eq} \cdot \Delta \ell_d$$

حيث أن الحالة (b) يتم التعامل معها على أساس فعل إستاتيكي

$$\therefore \sigma_d = \frac{P_{eq}}{A} \quad , \quad \Delta \ell_d = \frac{P_{eq} \cdot \ell}{EA}$$

ومنها قيمة (P_{eq}) تساوى

$$P_{eq} = \frac{\Delta \ell_d \cdot EA}{\ell}$$

وبالتعويض عن هذه القيمة

$$\frac{1}{2} \times \frac{\Delta \ell_d \cdot EA}{\ell} \cdot \Delta \ell_d = \text{فإن الشغل الداخلى المبذول}$$

$$\frac{1}{2}(\Delta \ell_d)^2 \cdot \frac{EA}{\ell} =$$

وبمساواة الشغل الخارجى المبذول بالشغل الداخلى أو طاقة الإنفعال الداخلية المكتسبة

$$\therefore W(h + \Delta \ell_d) = \frac{1}{2}(\Delta \ell_d)^2 \cdot \frac{EA}{\ell}$$

$$\text{or } (\Delta \ell_d)^2 \cdot E.A - 2W\ell h - 2\ell W \Delta \ell_d = 0.$$

$$\text{i.e. } (\Delta \ell_d)^2 \cdot \frac{2W\ell}{EA} \cdot \Delta \ell_d - \frac{2W\ell}{EA} \cdot h = 0$$

وبالنظر وباعتبار أن حالة التحميل المعلومة من الحمل الساقط هي تحميلاً إستاتيكيّاً وليس ديناميكيّاً .

$$\therefore \frac{W\ell}{EA} = \Delta \ell_s$$

وهي تساوى قيمة التشكل نتيجة لتأثير الحمل (W) إستاتيكيّاً.

وبالتعويض فى المعادلة السابقة فإن

$$(\Delta \ell_d)^2 - 2\Delta \ell_s \cdot \Delta \ell_d - 2\Delta \ell_s \cdot h = 0$$

وهي معادلة من الدرجة الثانية $(\Delta \ell_d)$ وبحل هذه المعادلة ينتج أن

$$\Delta \ell_d = \Delta \ell_s \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta \ell_s}} \right] = \Delta \ell_s \cdot K_d \dots\dots\dots * (10-4)$$

أى أن قيمة النقص فى الارتفاع الناتج من التحميل الديناميكي (التشكل) وهو يساوى $(\Delta \ell_d)$

يساوى قيمة التشكل كما لو كان الحمل (W) يؤثر إستاتيكيّاً $(\Delta \ell_s)$ مضروباً فى معامل

(K_d) يسمى معامل التأثير الديناميكي حيث

$$K_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta \ell_s}} \dots\dots\dots * (10-5)$$

وهو معامل أكبر من الواحد الصحيح يعتمد على قيمة مسافة السقوط (h) وعلى أبعاد القطاع

[مساحة مقطعه (A)] وإرتفاعه أو طوله (ℓ) وقيمة حمل السقوط (W) ونوع مادة العمود

بدلالة معايير مرونته (E) .

• وبالنظر إلى المعادلة الخاصة بقيمة $(\Delta \ell_d) = \Delta \ell_s \cdot K_d$

بضرب طرفى المعادلة فى القيمة $\frac{E}{\ell}$

$$\therefore \Delta \ell_s \cdot \frac{E}{\ell} \cdot K_d = \frac{\Delta \ell_d \cdot E}{\ell}$$

$$\sigma_d = \frac{\Delta \ell_d \cdot E}{\ell} \quad , \quad \sigma_s = \frac{\Delta \ell_s \cdot E}{\ell} \quad \text{حيث أن قيمة}$$

$$\therefore \sigma_d = \sigma_s \cdot K_d = \sigma_s \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta \ell_s}} \right] \quad * (10-6)$$

وأيضاً قيمة الإجهاد الديناميكي المتولد نتيجة للحمل الساقط تساوى قيمة أقصى إجهاد

إستاتيكي ناتج عن الحمل $(W) = \frac{W}{A}$ مضروباً فى معامل التأثير الديناميكي (K_d) وهو قيمة أكبر من الواحد ويعتمد على العوامل التى ذكرنا سابقاً حيث وجد أن كلاً من الإجهادات والتشكلات الديناميكية تزداد بزيادة مسافة السقوط (h) وينقص المقدار $(\Delta \ell_s) = \frac{W\ell}{EA}$ أى

ينقص الطول (ℓ) وباستخدام مادة ذات معايير مرونة صغير (مادة طرية) .

• بالنظر إلى معادلات تقييم وتقدير قيمة الإجهادات والإنفعالات الديناميكية والتى تبين منها أنه فى حالة التحميل الإستاتيكي فإن قيمة الإجهاد تعتمد على كل من قيمة الحمل (W) ومساحة المقطع للعمود (A) ، بينما فى حالة التحميل الصدمى فإن قيمة الإجهاد لا تتوقف فقط على قيمة الحمل الساقط (W) ومساحة المقطع (A) ولكن أيضاً على نوع مادة العمود بدلالة معايير مرونته (E) وطول العمود أو بمعنى آخر على حجمه $(A\ell)$ ومسافة السقوط (h) . وبمعنى آخر بأنه يمكن تقليل قيمة الإجهادات الناجمة عن أحمال الصدم ليس فقط عن طريق زيادة مساحة المقطع (A) كما هو الحال فى الأحمال الإستاتيكية ولكن أيضاً عن طريق زيادة طول أو حجم العنصر باستخدام مادة العمود تكون ذات معايير مرونة صغير (E) . لهذا السبب يجب استخدام ماصات للصدمات (shock-absorbers) مثل المطاط واليايات وذلك فى العناصر المحتمل تعرضها للصدمات والتشكلات الكبيرة وذلك لتخفيف تأثير هذه الصدمات .

• هذا وتستخدم نفس طريقة التحليل السابق فى حالة الأعضاء المعرضة إلى حمل شد ومعرضة إلى أحمال صدم ساقطة .

- وباستخدام المعادلات السابقة وبالتعويض عن قيمة مسافة السقوط (h) بالقيمة $\left(\frac{V^2}{2g}\right)$ فإنه في هذه الحالة تكون قيم أقصى إجهادات وإستطالات ديناميكية يمكن التعبير عنها بالقيم والمعادلات التالية :

$$\Delta \ell_d = \Delta \ell_s \left[1 + \sqrt{1 + \frac{V^2}{g} \cdot \frac{1}{\Delta \ell_s}} \right] \dots\dots\dots (10-7)$$

$$\sigma_d = \sigma_s \left[1 + \sqrt{1 + \frac{V^2}{g} \cdot \frac{1}{\Delta \ell_s}} \right] \dots\dots\dots (10-8)$$

حيث : (V) سرعة السقوط (سم/ث) .

(g) عجلة الجاذبية (سم/ث^٢) .

($\Delta \ell_d$) مقدار الإستطالة الديناميكية نتيجة للحمل (w) الساقط .

($\Delta \ell_s$) مقدار الإستطالة الإستاتيكية نتيجة للحمل (w) الإستاتيكي .

$$\Delta \ell_s = \frac{w \ell}{EA}$$

حيث

(ℓ) : الطول (سم) .

(E) : معايير المرونة (كجم/سم^٢) لمادة العمود .

(A) : مساحة المقطع لمادة العمود (سم^٢) .

(σ_d) : هي مقدار أقصى إجهادات ديناميكية متولدة في القضيب نتيجة للحمل الساقط (w) .

(σ_s) : هي مقدار أقصى إجهادات إستاتيكية متولدة نتيجة للحمل (w) : $\sigma_s = \frac{w}{A}$

ملحوظة : إذا ما أثر الحمل (w) الساقط بدون سرعة ابتدائية [أى أن المسافة (h) يمكن إعتبارها تساوى صفراً] فإن المعادلات السابقة تؤدي إلى الآتى :

$$\Delta \ell_d = 2 \Delta \ell_s \dots\dots\dots * (10-9)$$

$$\sigma_d = 2 \sigma_s \dots\dots\dots * (10-10)$$

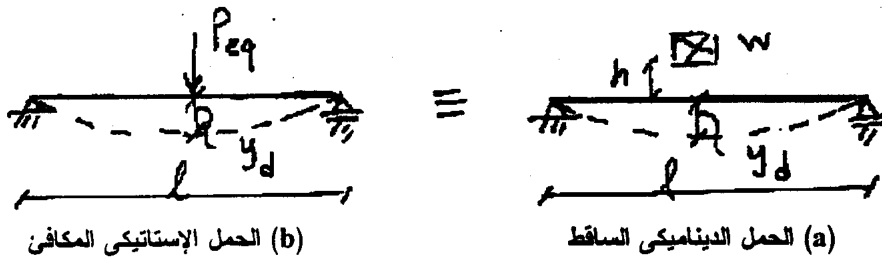
- توضح العلاقاتان (١٠-٩)، (١٠-١٠) أنه لحمل ساقط من مسافة (h = 0) فإن أقصى إجهادات وإنفعالات متولدة في العمود تعادل ضعف الإجهادات والإنفعالات والتشكلات

إذا ما أثر هذا الحمل إستاتيكيّاً أى إزداد تدريجياً من الصفر إلى أقصى قيمة له (w) بدلاً من تأثيره دفعة واحدة قدرها (w) .

١٠-٤-B العناصر أو الأعضاء المعرضة لعزم انحناء صدمي :

Elements or Members Subjected to Impact Bending :

- للكمرة البسيطة الموضحة في الشكل (١٠-٥) والمؤثر عليها حمل ساقط قدره (w) من إرتفاع (h) من أعلى إلى أسفل والكمرة ذات بحر (ℓ) ومن مادة ذات معايير مرونة (E) ذات مقطع نو شكل معين ومحدد ، المطلوب تعيين وتقدير قيمة أقصى إجهادات عمودية متولدة في هذه الكمرة نتيجة للحمل الساقط .



شكل (١٠-٥)

الحل :

يمكن تحويل حالة التحميل نتيجة للحمل الساقط إلى حالة تحميل مكافئة يؤثر عليها حمل مركزي في نفس الموضع (P) مكافئ إستاتيكي ينتج عنه إجهادات وتشكلات تساوي نفس قيمة الإجهادات والتشكلات الناجمة عن الحمل الساقط الديناميكي (w) .
وبمساواة طاقة الشغل المكتسب الداخلى بطاقة الشغل المبذول الخارجى

$$\therefore w(h + y) = \frac{1}{2} P \cdot y_d$$

الطاقة الداخلية = الشغل الخارجى

حيث : (y_d) هو مقدار الترخيم المصاحب للحمل (P) .

وحيث أن الحالة الإستاتيكية المكافئة يمكن إيجاد العلاقة بين الحمل (P) ، الناتج بإعتبارها إستاتيكية وطبقاً للمعادلات المعروفة وهى :

$$y_d = \frac{P \ell^3}{48EI}$$

$$P = \frac{48EI}{\ell^3} \cdot y_d \quad \text{ومنها}$$

وبالتعويض عن قيمة (P) في معادلات الطاقة

$$\therefore w(h + y_d) = \frac{48EI}{2\ell^3} \cdot y_d^2$$

وباعتبار أن الحمل (w) حمل إستاتيكي إذن قيمة الترخيم المصاحب له الإستاتيكية تعادل

$$\therefore y_s = \frac{w\ell^3}{48EI}$$

$$w(h + y_d) = \frac{1}{2} \frac{y_d^2}{y_s} w / \text{وعليه فإن}$$

$$\text{or } y_d^2 - 2y_s y_d - 2h y_s = 0$$

وهذه المعادلة مشابهة لنفس المعادلة السابق إستنتاجها في الحالة (A) السابقة وبحل هذه المعادلة من الدرجة الثانية في (y_d) .

$$\therefore y_d = y_s \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{y_s}} \right] = y_s \cdot K_d \dots\dots\dots (10-11)$$

أيضاً قيمة أقصى إجهاد ديناميكي (σ_d) من الحالة الثانية

$$\sigma_d = \frac{M_{eq} \cdot y}{I} = \frac{P\ell}{4} \cdot \frac{y}{I} = \frac{48 \cdot y \cdot y_d}{4\ell^2} = \frac{12Ey_d \cdot y}{\ell^2}$$

وبالتعويض عن قيمة (y_d) من المعادلة السابقة رقم (١٠-١١) .

$$\sigma_d = \frac{12Ey}{\ell^2} \cdot y_s \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{y_s}} \right) \quad \text{إذن}$$

وبالتعويض عن قيمة (y_s) المناظرة للحمل (w) كحمل إستاتيكي

$$\therefore y_s = \frac{w\ell^3}{48EI}$$

$$\therefore \sigma_d = \frac{w \cdot \ell}{4} \cdot \frac{y}{I} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{y_s}} \right]$$

$$\text{or } \sigma_d = \sigma_s \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{y_s}} \right] = \sigma_s \cdot K_d \dots\dots\dots (10-12)$$

وهى نفس الصورة السابق إستنتاجها قبل ذلك أى أن أقصى إجهاد ديناميكى يعادل أقصى إجهاد إستاتيكي مضروباً فى معامل التأثير الديناميكى (K_d) والذي يساوى $\left[1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{y_s}}\right]$ كما ذكرنا .

ملحوظات هامة :

١- إن التحليل السابق لتقييم وتعيين تأثير أحمال الصدم فى الإنحناء تعطى نتائج معقولة ودقيقة إلى حد ما فى حالة حسابات الترخيم ولكنها أقل دقة وضعيفة فى حالة تقييم قيم أقصى إجهادات متولدة .

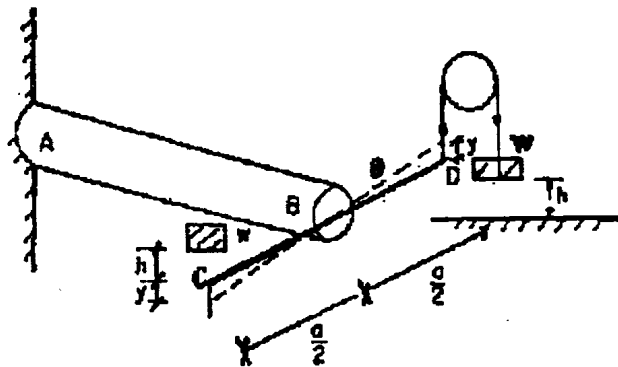
٢- أثبتت التجارب والأبحاث السابقة أن النظرية والتحليل السابق التقريبي لنظرية الصدم يمكن تطبيقها بأمان وبدرجة عالية (بنسبة خطأ لا تتعدى ١٠%) إذا ما تحقق الشرط أن قيمة كل من $\left(\frac{2h}{\Delta \ell_s}\right)$ أو $\left(\frac{2h}{y_s}\right)$ أقل من أو تساوى ١٠٠ م .

$$i.e \text{ if } \frac{2h}{y_s} \text{ or } \frac{2h}{\Delta \ell_s} \leq 100$$

١٠-٤-٢ C العناصر أو الأعضاء المعرضة الى التواء صدمي :

Elements or Members Subjected to Impact Torsion :

- لبيان الإجهادات والتشكلات الناجمة عن أحمال صدم نتيجة لعزم لى نفترض القضيب (AB) ذو المقطع الدائري والمبين بالشكل (١٠-٦) تعرض إلى عزم لى صدمي ناتج عن حمل ساقط من إرتفاع قدره (h) عند نقطة (D) أو (C) .



شكل (١٠-٦)

• وباستخدام طريقة الحل المبسط عن طريق الحمل المكافئ الإستاتيكي
 ∴ الشغل الخارجى المبذول بالحمل الخارجى الصدمى = الشغل المبذول بالأحمال
 الإستاتيكية المكافئة

$$\therefore 2w(h+y) = \left(\frac{1}{2} P \cdot y \right) \times 2 \dots\dots\dots (i)$$

حيث : (y) هى المسافة التى تتحركها كل من النهايتين D ، C نتيجة لدوران القطاع عند
 نهاية القضيب (B) زاوية مقدارها (θ_d) .

$$y = \theta_d \cdot \frac{a}{2} \quad , \quad M_t = P \cdot a \quad : \text{ وحيث أن :}$$

وبالتعويض عن قيم (y) ، (P) فى المعادلة السابقة رقم (i)

$$\therefore 2w \left(h + \theta_d \cdot \frac{a}{2} \right) = \frac{M_t}{a} \cdot \theta_d \cdot \frac{a}{2}$$

$$\therefore 2wh + w \cdot a \cdot \theta_d = M_t \cdot \frac{\theta_d}{2} \dots\dots\dots (ii)$$

• وباعتبار الحمل (w) حمل إستاتيكي $M_{st} = w \cdot a \therefore$

حيث (M_{st}) هو قيمة عزم اللىّ لو الحمل (w) حمل إستاتيكي

وبالتعويض عن ذلك فى المعادلة رقم (ii)

$$\therefore 2wh + M_{st} \cdot \theta_d = M_t \cdot \frac{\theta_d}{2} \dots\dots\dots (iii)$$

وحيث أن (M_t) تولد زاوية لىّ قدرها (θ_d) عن الحمل الديناميكي

، (M_{st}) تولد زاوية لىّ إستاتيكية قدرها (θ_{st}) عن الحمل (w) لو أثر إستاتيكيًا وبالتعويض

عن قيم هذه العزوم بدلالة الزوايا (θ_d) ، (θ_{st})

$$\therefore \theta_d = \frac{M_t \cdot \ell}{G \cdot I_p} \quad , \quad \theta_{st} = \frac{M_{st} \cdot \ell}{G \cdot I_p}$$

$$\therefore M_t = \frac{G \cdot I_p}{\ell} \cdot \theta_d \quad , \quad M_{st} = \frac{G \cdot I_p}{\ell} \cdot \theta_{st}$$

وبالتعويض عن قيم (M_t) ، (M_{st}) فى المعادلة رقم (iii)

$$\therefore 2wh + \frac{G \cdot I_P}{\ell} \cdot \theta_{st} \cdot \theta_d = \frac{G I_P}{\ell} \cdot \frac{\theta_d^2}{2}$$

$$\text{or } 2\theta_d^2 \cdot \frac{G \cdot I_P}{\ell} - \frac{G \cdot I_P}{\ell} \cdot \theta_{st} \cdot \theta_d - 2wh = 0$$

$$\text{or } \theta_d^2 - 2\theta_{st} \cdot \theta_d - \frac{4wh}{G I_P} \cdot \ell = 0$$

وبحل هذه المعادلة وهي معادلة من الدرجة الثانية في (θ_d)

$$\therefore \theta_d = \theta_{st} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{4wh\ell}{G I_P \cdot \theta_{st}^2}} \right] = \theta_{st} \cdot K_d$$

$$\theta_{st} = \frac{w \cdot a \ell}{G I_P} \quad \text{وبالتعويض عن قيمة}$$

$$\therefore \theta_d = \theta_{st} \left[1 + \sqrt{1 + \left(\frac{4h}{a \theta_{st}} \right)} \right] = \theta_{st} \cdot K_d \dots\dots\dots (10-13)$$

أى أن زاوية الليّ الديناميكي (θ_d) أكبر من زاوية الليّ الإستاتيكي (θ_{st}) وتساوى قيمة (θ_{st}) مضروباً في معامل التأثير الديناميكي (K_d) والذي يساوى في هذه الحالة $K_d = \left[1 + \sqrt{1 + \left(\frac{4h}{a \theta_{st}} \right)} \right]$ وهو قيمة أكبر من الواحد الصحيح وتعتمد على مسافة (h) ، وطول ذراع العزم (a) وقيمة الحمل الساقط (w) وطول العنصر (ℓ) ونوع مادته بدلالة (G) وعزم قصور ذاته القطبي (I_P) .

وبالتعويض في المعادلة (١٠-١٣) عن قيم (θ_d) ، (θ_{st}) بدلالة عزوم الليّ (M_t) ، (M_{st})

$$\therefore \frac{M_t \cdot \ell}{G I_P} = \frac{M_{st} \cdot \ell}{G I_P} \left[1 + \sqrt{1 + \left(\frac{4h G I_P}{a M_{st} \cdot \ell} \right)} \right]$$

وحيث أن إجهادات القص الديناميكية المتولدة $\tau_d = \frac{M_t \cdot R}{I_P}$

وإجهادات القص الإستاتيكية لو أثر الحمل (w) إستاتيكيّاً (τ_{st})

$$\tau_{st} = \frac{M_{st} \cdot R}{I_p}$$

وبالتعويض عن هذه القيم

$$\therefore \frac{\tau_d \cdot I_p}{R} \cdot \frac{\ell}{G \cdot I_p} = \frac{\tau_{st} \cdot I_p}{R} \cdot \frac{\ell}{G \cdot I_p} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{4h \cdot R \cdot G \cdot I_p}{a \tau_{st} \cdot I_p \cdot \ell}} \right]$$

$$\therefore \tau_d = \tau_{st} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{4h \cdot R \cdot G}{a \tau_{st} \cdot \ell}} \right]$$

$$\therefore \tau_d = \tau_{st} \cdot K_d \quad \dots\dots\dots (10-14)$$

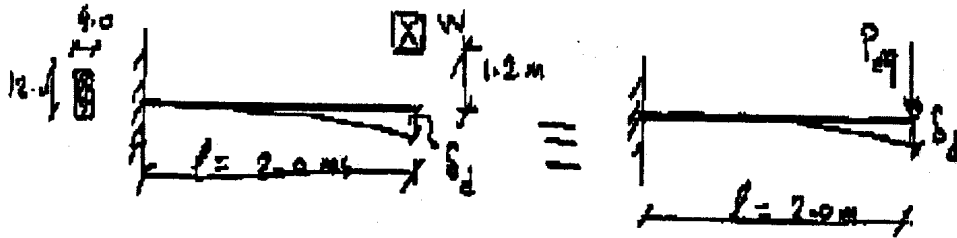
أيضاً قيمة إجهاد القص الديناميكي يساوى قيمة إجهاد القص الإستاتيكي مضروباً فى معامل التأثير الديناميكي (K_d) وهو معامل أكبر من الواحد كما ذكرنا سابقاً .

١٠-٤- D - أمثلة محلولة :-

مثال رقم (١) :

إذا سقط وزن قدره (w) من إرتفاع ١,٢٠ م على طرف كمره كابولية طولها ٢,٠٠ متر وكان الكابولى مصنوعاً من مادة الصلب ومقطعه مستطيل ١٢×٤ سم ، إحسب قيمة الوزن (w) الساقط والمسموح به الذى يسبب بالكمره إجهاد خضوع لا يتعدى ٢٨٠٠ كجم/سم^٢ إذا كان معايير المرونة لمادة القضيب ٢١٠٠ طن/سم^٢ - شكل (١٠-٧) .

الحل :



شكل (١٠-٧)

من المبادئ الأولية بفرض أن الحمل إستاتيكي مكافئ (P_{eq}) يؤثر عند نفس النقطة ويعطى ويولد نفس الإجهادات والتشكلات ومن المبادئ الأولية

∴ الشغل الخارجى المبذول = الشغل الداخلى المكتسب فى المادة

$$\frac{1}{2} P_{eq} \cdot \delta_d = w (h + \delta_d) \quad \therefore$$

وحيث أن (P_{eq}) يولد إجهاد لا يتعدى $f_y = 2800$

$$\therefore f_{\max} = f_y = \frac{M_{eq} \cdot y}{I_x} \quad , \quad M_{eq} = P_{eq} \cdot \ell$$

$$\therefore 2800 = \frac{P_{eq} \cdot \ell \cdot y}{I_x}$$

$$I_x = \frac{bt^3}{12} = \frac{4 \times 12^3}{12} \quad , \quad y = \frac{t}{2} = 6 \text{ cm} \quad , \quad \ell = 200 \text{ cm} \quad \text{وبالتعويض عن قيم}$$

$$\therefore 2800 = \frac{P_{eq} \times 200 \times 6 \times 12}{4 \times (12)^3}$$

ومنها قيمة $(P_{eq}) = 1344 \text{ (kg)}$

$$\delta_d = \frac{P_{eq} \cdot \ell^3}{3EI} = \frac{1344 \times (200)^3 \times 12}{3 \times 2100 \times 10^3 \times 4 \times (12)^3} \quad \text{وحيث أن قيمة}$$

$$= 2.95 \text{ cm.}$$

وبالتعويض عن قيم (P_{eq}) ، (δ_d) في معادلة الشغل المبذول

$$\therefore \frac{1}{2} \times 1344 \times 2.95 = w(120 + 2.95)$$

ومنها قيمة الحمل الساقط يساوى $w = 16.2 \text{ (kg)}$

مثال رقم (٢) :

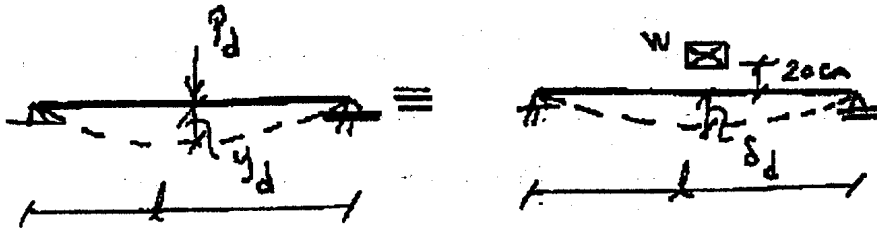
كمره بسيطة الإرتكاز ذات قطاع مربع تعرضت إلى حمل مركز عند منتصف بحرهما المطلوب : شكل (١٠-٨)

- أقل قيمة لعمق القطاع وطول بحرهما عند تعرضها إلى حمل ساقط قدره ٢,٠٠ كجم من إرتفاع قدره ٢٠ سم .

- أقل قيمة لعمق القطاع وطول بحرهما عند تعرضها إلى حمل إستاتيكي مقداره ٢١٠ كجم .

إذا علم أن إجهاد التصميم المسموح به لمادة الكمره يعادل ٢١٠٠ كجم/سم^٢ ومعايير مرونة مادة الكمره يعادل ٧٧٠ طن/سم^٢ .

الحل :



شكل (٨-١٠)

باعتبار أن الحمل المؤثر هو حمل إستانتيكي عند منتصف الكمرة ذات البحر (ℓ)

$$\therefore \delta = \frac{M_d \cdot y}{I} = \frac{P \cdot \ell}{4} \cdot \frac{b \times 12}{2 \cdot b^4} \leq 2100$$

$$\therefore 210 \times \frac{\ell}{3 \times 2 b^3} \leq 2100$$

$$\therefore \frac{b^3}{\ell} = \frac{3}{20} \quad \text{or} \quad \ell = \frac{20}{3} b^3 \quad \dots\dots\dots (i)$$

وبمساواة الشغل الخارجى المبذول بالحمل الساقط ٢ كجم بالطاقة المكتسبة بالحمل الإستانتيكى المكافئ (P_{eq})

$$\therefore w \cdot (h + \delta_d) = \frac{1}{2} P_{eq} \cdot \delta_d \quad \dots\dots\dots (ii)$$

$$\therefore f_d = \frac{M_d \cdot y}{I} = \frac{P_{eq} \ell \times 6}{4 \cdot b^3} \leq 2100$$

$$\therefore P_{eq} = \frac{2100 \times 4}{6} \cdot \frac{b^3}{\ell} = 1400 \frac{b^3}{\ell}$$

$$\therefore \delta_d = \frac{P_{eq} \cdot \ell^3}{48 EI} = \frac{1400 \cdot b^3 \cdot \ell^3}{\ell \times 48 EI} = \frac{1400 \times b^3 \cdot \ell^3 \times 12}{\ell \times 48 \times 770 \times 10^3 \times b^4}$$

$$\delta_d = \frac{\ell^2}{2200 b} = 0.00045 \frac{\ell^2}{b} \quad \dots\dots\dots (iii)$$

وبالتعويض عن قيم (P_{eq}) ، (δ_d) ، (w) ، (h) فى المعادلة رقم (ii)

$$\therefore 2(20 + 0.0202 b^5) 1400 \times \frac{3}{20} \times 0.0101 b^5$$

$$\therefore 40 + 0.0404 b^5 = 2.12 b^5$$

$$\therefore b^5 = \frac{40}{2.08} = 19.2 \rightarrow b = 1.81 \text{ cm}$$

$$\therefore \ell = \frac{20}{3} \times (1.81)^3 = 39.3 \text{ cm}$$

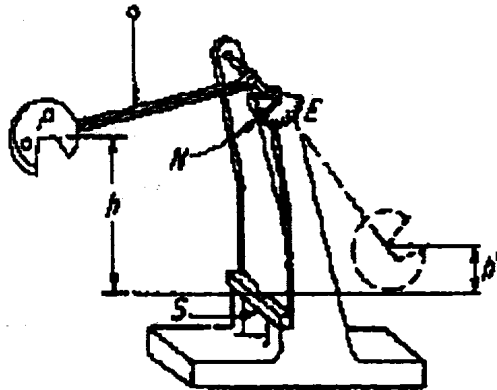
١٠-٥ اختبار الصدم IMPACT TESTING

١٠-٥-١ مقدمة :

- إن الغرض من هذا الاختبار هو تعيين مقاومة المادة تحت تأثير أحمال الصدم . إن هذه النوعية من الاختبارات عادة ما تستخدم لمقارنة العينات المختبرة بمعرفة الوقوف على وجود شروخ شعرية فيها بالإضافة إلى دراسة تأثير المعالجة الحرارية (Heat Treatment) على المعادن والوقوف على درجة قصافتها ومطوليتها .

١٠-٥-٢ اختبار الصدم القياسي Standard Impact Test

- غالباً ما يجرى اختبار الصدم بصفة عامة في الوقت الحاضر باستخدام عينات ذات حزوز (Notched Specimens) ويتم إجراؤها على ماكينات اختبار خاصة تعرف بـماكينة اختبار الصدم البندولي (Pendulum-Type Impact Testing Machine) .
- ويوضح الشكل (١٠-٩) رسم تخطيطي لماكينة اختبار الصدم حيث أنها عبارة عن قاعدة تحمل عمود نو كابولي يحمل بندولاً في نهايته حمل ثابت قدره (w) ويرتكز البندول على مفصلة تحمل مؤشر يتحرك على مبيان لبيان زاوية الارتفاع وزاوية السقوط عند حركة هذا البندول



Impact testing machine

شكل (١٠-٩) ماكينة اختبار الصدم

• إن معيار قياس مقاومة المعادن المختلفة لأحمال الصدم يتم عن طريق حساب كمية الشغل المبذول والمطلوب لكسر عينة إختبار معينة ذات أبعاد وشكل قياسي محدد وذلك بوحدات (كجم.م) أو (رطل.قدم) .

• يوجد هناك نوعان شائعان في الإستعمال لإختبار الصدم هما :

- إختبار أيزود للصدم Izod Impact Test .

- إختبار تشاربي للصدم Charpy Impact Test .

• إن فكرة الإختبارين متشابهة وواحدة وهى تقدير قيمة كمية الشغل المبذول اللازم والمطلوب لحدوث الإنهيار أو الكسر ، حيث فى كلا الإختبارين فإن قوة الصدم عن طريق حمل البندول تؤثر بطريقة ما فى صورة عزم إنحناء يؤثر على عينة ذات حز لها شكل وأبعاد معينة ومحددة قياسية . هذا ويمكن أن يحدث كسر للعينة نتيجة للتأثير لحمل الصدمة العزمية عن طريق خبطة أو صدمة واحدة .

• إن الطاقة الممتصة بالكسر لعينة الإختبار يمكن حسابها وملاحظتها عن طريق تسجيل الشغل المبذول للحمل الخارجى وهو يساوى وزن الحمل (W) مضروباً فى مسافة السقوط عند إصدامه بالعينة (H) وكذلك تسجيل الشغل المتبقى للبندول بعد إصدامه بالعينة وكسر العينة إن حدث وهو يساوى وزن الحمل مضروباً فى مسافة إرتفاع الحمل (H') حيث هذه الطاقة الممتصة بالمادة نتيجة للكسر تعادل

$$U = W H - W H' = W(H - H') \dots\dots * (10-15)$$

حيث : (W) هو وزن البندول

(H) مسافة السقوط الابتدائية لحمل البندول مقاساً من مركز ثقل البندول ،

(H') مسافة الإرتفاع النهائية لحمل البندول مقاساً من مركز ثقل البندول ،

• وتقدر هذه الطاقة بوحدات الحمل × المسافة حسب الوحدات ووحسب نوع الإختبار المستخدم وهذه الطاقة تعبر عن كمية الطاقة الكينماتيكية المكافئة المستخدمة لحدوث كسر فى العينة .

• هذا وتجدر الإشارة إلى أنه كلما زادت قيمة (U) كلما زادت مقاومة المادة للصدم .

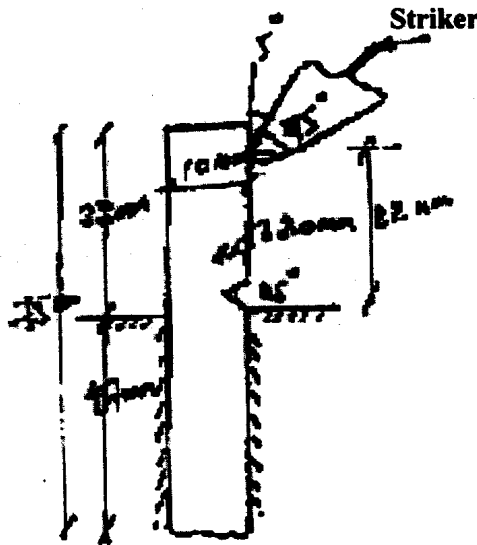
١٠-٥-٣ الفرق بين إختبار تشاربي وأيزود للصدم :

Difference Between Charpy and Izod Impact Test :

• إن الفرق بين الإختبارين ينحصر فى النقاط التالية :

١- إن الوحدات المستخدمة في تقييم كمية الطاقة الممتصة بالمادة حتى الكسر (U) تختلف في كل منها حيث أنها تسمى قيمة تشاربي للصدم (Charpy Impact Value) بوحدات كجم.م (kg. m) بينما تسمى قيمة أيزود للصدم (Izod Impact Value) بوحدات (رطل.قدم) (lb. ft) .

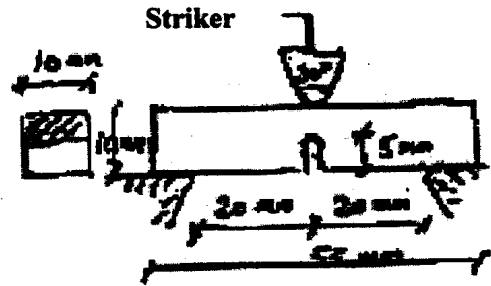
٢- في اختبار تشاربي تستخدم عادة عينات ذات حز بالأبعاد والشكل المبين بالشكل (١٠-١٠) وهذه العينات تتركز على نهايتها وتتم الصدمة في منتصف هذه العينات في الجهة المعاكسة لوجود الحز كما هو مبين ، بينما في اختبار أيزود للصدم تستخدم عادة عينات ذات حز على شكل حرف (V) بزوايا ٤٥° وبالأبعاد والشكل والقطاع المبين بالشكل (١١-١٠) على أن تتم الصدمة عند نهاية هذه العينة التي على هيئة كابولي طوله حوالي ٢٨ مم على أن تتم الصدمة بزوايا ميل معينة .



(Izod Test)

إختبار أيزود

شكل (١٠-١١)



إختبار تشاربي
(Charpy Test)

شكل (١٠-١٠)

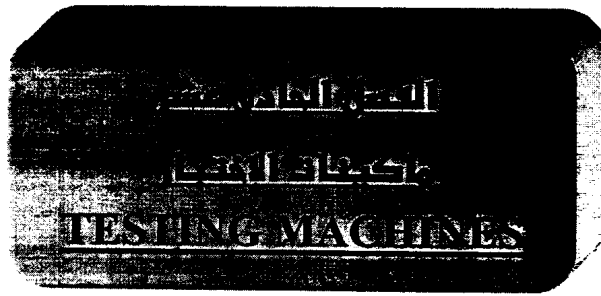
• هذا وتجدر الإشارة إلى أن أنه توجد علاقة تجريبية (Emperical Relation) بين كل من قيمة تشاربي للصدم وأيزود للصدم وذلك كالآتي :

$$\text{Charpy Impact Value (kg.m)} = \frac{\text{Izod Impact Value (lb.ft)} + 10}{4.5} \dots\dots\dots (10-15)$$

$$\text{أى أن قيمة تشاربى للصدم (كجم.م)} = \frac{\text{قيمة أيزود للصدم (رطل.قدم)} + 10}{4,50}$$

• هذا ووجب التنويه إلى أن الطاقة المكتسبة أو رقم أيزود أو تشاربى للصدم تتوقف على مجموعة هامة من العوامل نذكر منها :

- سرعة التشكل Velocity of Deformation .
- شكل ومقاس الحز والعينة Shape and Size of Notch .
- درجات الحرارة العالية والمنخفضة High and Low Temp. .
- المعالجة الحرارية Heat Treatment .
- التشغيل على البارد Cold Working .



1-11 مقدمة INTRODUCTION :

- يمكن تعريف ماكينة الإختبار بأنها عبارة عن جهاز صمم خصيصاً للتأثير بأحمال معينة ومحددة ومناسبة على قطعة الإختبار (Test Piece) تؤدي إلى حدوث كسر أو إنهيار لها أو إلى حدوث تشكلات وتغييرات في شكلها وذلك بغرض الوقوف على السلوك والخواص الميكانيكية لمادة قطعة الإختبار وذلك نتيجة للأنواع المختلفة من الإجهادات المتولدة في هذه العينات من الأحمال المؤثرة عليها وأيضاً من قيم التشكلات المصاحبة لهذه الإجهادات عن طريق قياسها بأجهزة قياس دقيقة كما سوف يرد فيما بعد .
- هذا وتجدر الإشارة أن أى ماكينة إختبار ما هي إلا قاعدة أو إطار يربط أو يرتكز عليه رأسين للماكينة أحدهما ثابت والآخر متحرك وذلك للتأثير بالحمل على عينة الإختبار بالإضافة إلى وسيلة لطريقة التأثير بالحمل وجهاز لتقدير قيمة هذا الحمل المؤثر .

2-11 أنواع ماكينات الإختبار TYPES OF TESTING MACHINES :

يمكن تقسيم أنواع ماكينات الإختبار من عدة جهات نظر كالآتي :

1-2-أ - من وجهة نظر نوع وطبيعة الإختبار الذي يجرى بواسطة الماكينة :

2 - i W.R.T Type of Test Conducted by the Machine :

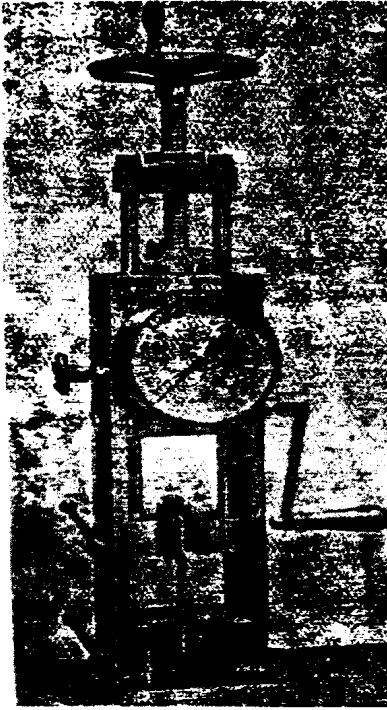
يمكن تقسيم ماكينات الإختبار من وجهة النظر هذه إلى الأنواع الآتية :

i. ماكينات مصممة خصيصاً لإجراء نوع واحد من الإختبار :

Machines Designed for on Kind of Test Only :

مثل ماكينة الضغط أو ماكينة الشد أو ماكينة الإنحناء ... إلخ أشكال رقم (1-11)،

(2-11)، (3-11) .



شكل (١١-٢) مكنة إختبار الشد



شكل (١١-١) مكنة إختبار الضغط



شكل (١١-٣) مكنة إختبار الإحناء

ii. ماكينات الإختبار الجامعة Universal Testing Machines :

وهى ماكينات مصممة لإجراء مجموعة من الإختبارات أى لإجراء أى من إختبارات الشد أو الضغط أو الإحناء .

iii. ماكينات الإختبار الخاصة Special Testing Machines :

وهذه النوعية من الماكينات صممت خصيصاً لإجراء بعض الإختبارات وتعيين بعض الخواص الخاصة للمواد مثل إختبار صلادة المعادن (Hardness) وإختبار الصدم (Impact) وإختبار التعب (Fatigue) وإختبار الليّ (Torsion) إلخ .

١١-٢-ب- من وجهة نظر اتجاه التأثير بالحمل على العينة :**W.R.T Direction of Applied Load to the Test Specimen :**

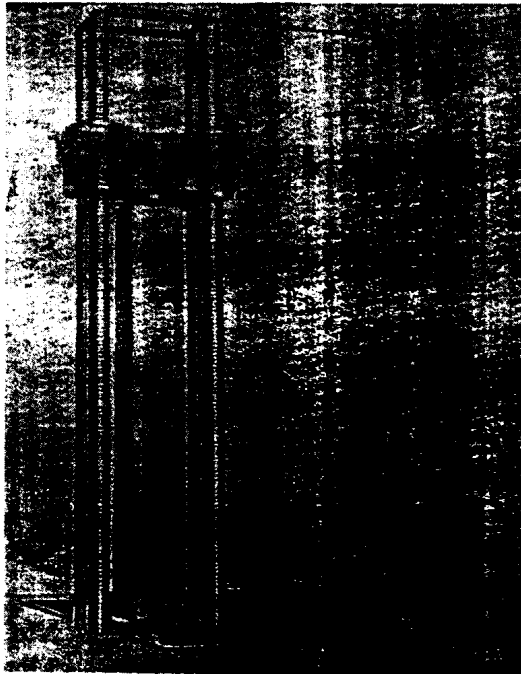
وتقسم الماكينات من وجهة النظر هذه إلى نوعين :

i. ماكينات الإختبار الرأسية Vertical Testing Machines :

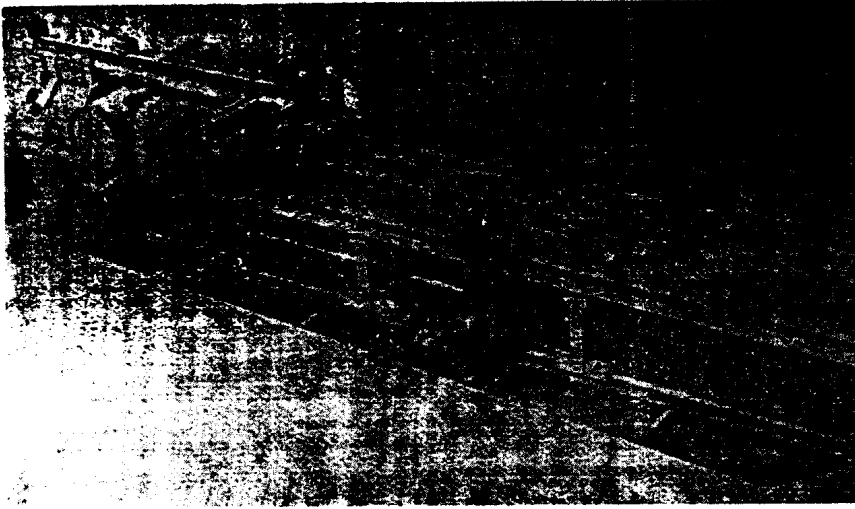
وفى هذا النوع يؤثر الحمل على عينة الأغختبار فى الإتجاه الرأسى حيث أن حركة رأسى الماكينة المتحرك يتحرك فى هذا الإتجاه - شكل (١١-٤) .

ii. ماكينات الإختبار الأفقية Horizontal Testing Machines :

وفى هذا النوع من الماكينات يؤثر الحمل على عينة الإختبار للإتجاه الأفقى حيث أن رأس الماكينة المتحرك يتحرك أفقياً ، هذا ويفضل هذا النوع فى حالة العينات الطويلة نسبياً كالسلاسل والحبال والسلك - شكل (١١-٥) .



شكل (١١-٤) مكنة إختبار رأسية لضغط الأعمدة



شكل (١١-٥) مكنة إختبار أفقية لشد السلاسل

١١-٢-ج- من وجهة نظر حجم وطبيعة العينة والعنصر المراد إختباره :

W.R.T Size Shape and Nature of Tested Specimen or Structural Element or Machine Parts :

- فى مثل هذا النوع من الماكينات توجد ماكينات إختبار الغرض منها هو إجراء إختبارات على أجزاء كاملة من المنشآت أو الماكينات بخلاف الماكينات التى تستخدم لإختبار عينات قياسية من المواد .

١١-٢-د- من وجهة نظر درجات الحرارة المعرض لها العينات أثناء الإختبار :

W.R.T Degree of Temperature Which the Test Specimens are Subjected :

- فى بعض الأحيان يتطلب الأمر الوقوف على خواص وسلوك للمواد تحت تأثير درجات حرارة معينة سواء منخفضة أو عالية مثل خواص المطاط لذلك توجد هناك ماكينات صممت خصيصاً لهذا الغرض مثل ماكينات إختبار الزحف (Creep Test) للمعادن عند درجات الحرارة العالية .

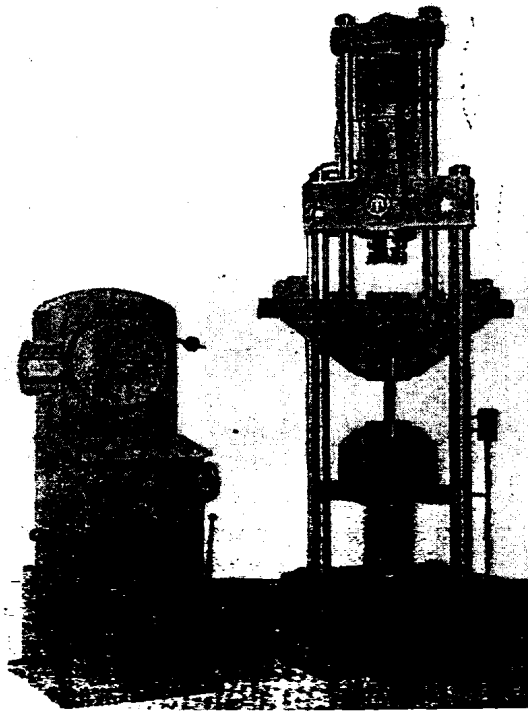
ملحوظة هامة :

يتضح من التقسيم السابق أن أهم نوع من أنواع ماكينات الإختبار هو ماكينات الإختبار العامة (Universal Testing Machines) حيث يمكن إستخدامها فى إختبارات متعددة وخاصة الإختبارات الروتينية منها (Routine Tests) مثل الشد والضغط والإنحناء ، لذلك

فسوف نعطي ماهية وتفاصيل هذه الماكينات ومكوناتها وطريقة عملها وكيفية قياس الأحمال المؤثرة على العينات بإستخدام هذه للنوعية من الماكينات .

١١-٣ ماكينات الإختبار العامة UNIVERSAL TESTING MACHINES :

- إن ماكينات الإختبار العامة تتكون بصفة أساسية ورئيسية من جزئين أساسيين هما :
 - الجزء الأول : وهو يختص بميكانيزم وطريقة للتأثير بالحمل على عينة الإختبار
 Mechanism and Method of Applying Load to the Test Specimen
 - الجزء الثاني : وهو يختص بكيفية موازنة الحمل المؤثر (Balancing) وقياس وتقدير قيمة هذا الحمل المؤثر .
- هذا ويمكن أن يكون هذين الجزئين منفصلين تماماً عن بعضهما أو مكملين لبعضهما معتمدة في ذلك على نوع وطريقة تصميم ماكينة الإختبار - شكل (٦-١١) .



شكل (٦-١١) مكينة إختبار عامة

- هذا وتجدر الإشارة إلى أنه بالإضافة إلى الجزئين الرئيسيين السابق ذكرهما فإن أى ماكينة إختبار تكون مزودة ومجهزة بأجزاء أخرى إضافية (Accessories) لها دور هام في قيام ماكينة الإختبار بوظيفتها التي صنعت من أجلها مثل :

- الكلابات (Grips) : والتي تستخدم فى مسك وتثبيت وإرتكاز قطعة الاختبار فى الماكينة .
 - مصدر للقوة المحركة (Power Unit) : والذي يكون فى أغلب الأحوال موتوراً كهربائياً.
 - أجزاء إمتصاص الصدمات (Shock Absorbers) : وذلك لمنع الإهتزازات الناجمة عن حركة الماكينة وتأثير الموتور المحرك .
 - أجهزة بيان قيمة الحمل المؤثر وأجهزة التحكم فى معدل التحميل (Rate of Loading) ومبيّنات السرعة .
 - أجهزة لقياس التشكلات الناجمة عن الأحمال (Measuring Dials) .
- هذا وأن شكل وطبيعة هذه الأجزاء ونظامها يختلف من ماكينة إلى أخرى حسب نوع الماكينة والشركة التى قامت بصناعتها على الرغم من أن طبيعة عمل وهدف هذه الماكينة واحد .

١-٣-١١ تقسيم وأنواع مكينات الاختبار العامة بالنسبة إلى ميكانيزم وطريقة تحميل قطعة الاختبار :

Classification and Types of Universal Testing Machines W.R.T Mechanism and Method of Application on Test Specimen :

- يمكن تقسيم مكينات الاختبار العامة بالنسبة لطريقة تحميل قطعة الاختبار إلى نوعين أساسيين هما :

أ- ماكينة الاختبار ذات الترس واللولب Screw-Gear Machines :

وفى هذا النوع من الماكينات يكون التحميل فيها وطريقة للتأثير بالحمل على عينة الاختبار بوسائل ميكانيكية عن طريق مجموعة من التروس للتحميل .

ب- مكينات الاختبار الهيدروليكية Hydraulic Machines :

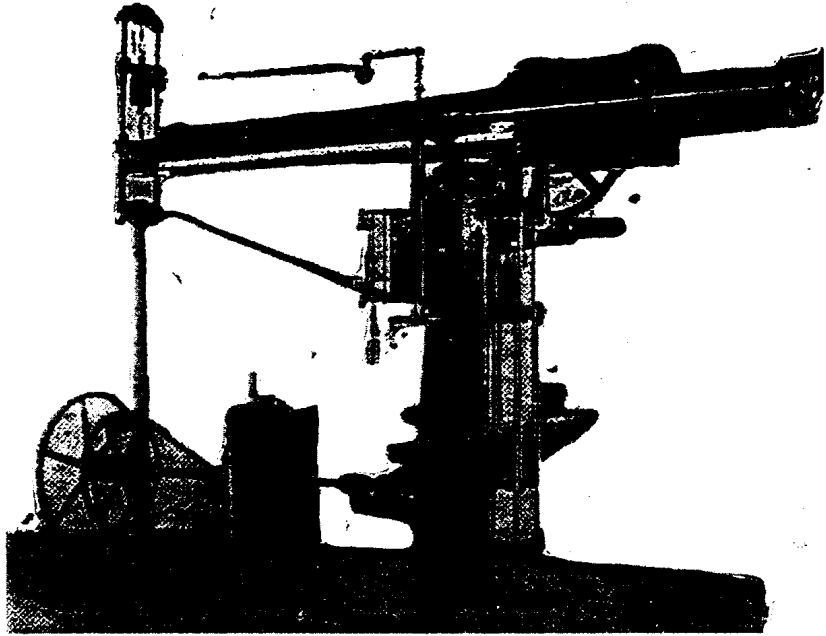
وفى هذا النوع من الماكينات يستخدم الضغط الهيدروليكي للزيوت فى دفع وحركة الرأسى المتحرك للماكينة ومن ثم بالتأثير على عينة الاختبار .

وفيما يلى وصف لهذه الماكينات :

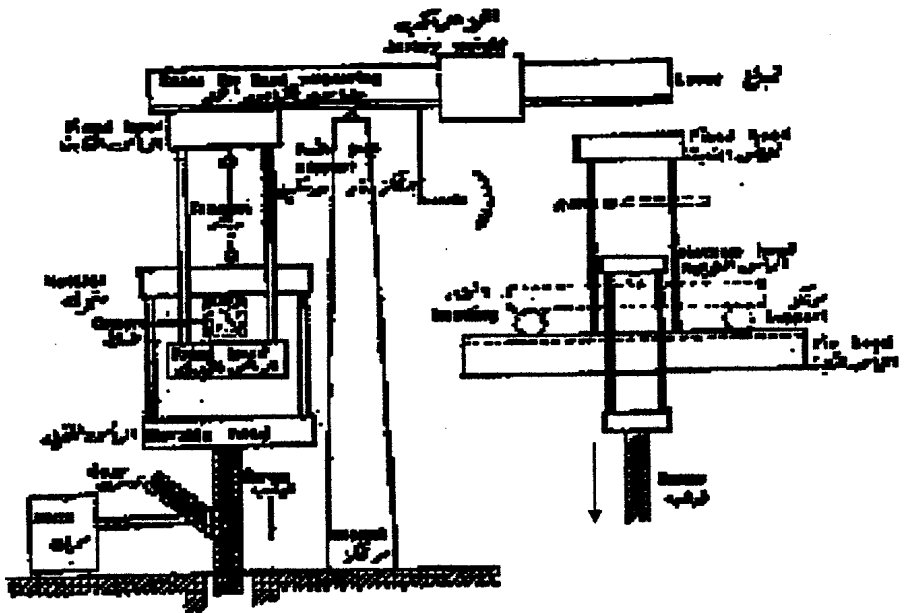
١-٣-١١ أ ماكينة الاختبار ذات الترس واللولب :

يبين الشكل (١١-٧)، (١١-٨) رسم تخطيطى لهذا النوع من الماكينات حيث توجد

لهذه الماكينة رأسين أحدهما متحرك (Movable Head) والآخر ثابت (Fixed Head) .



شكل (٧-١١) مكنة الإختبار ذات الترس واللولب



شكل (٨-١١) للمكنة ذات الترس واللولب

Screw Gear Machine

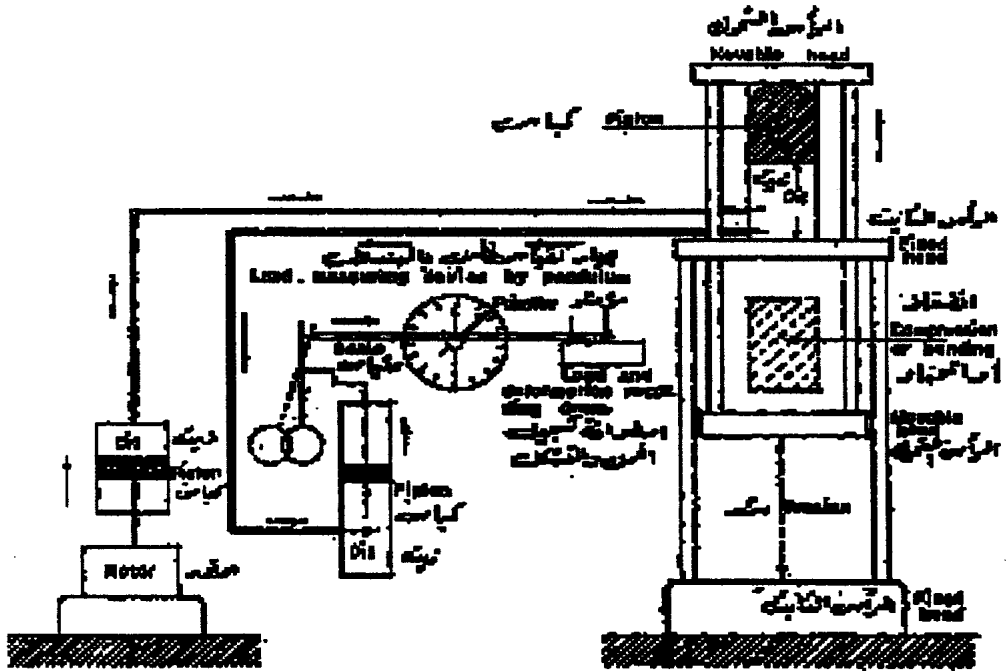
وفيهما تثبت عينة الإختبار بين رأسى الماكينة ولأن حركة الرأس المتحرك تتسبب فى التأثير والتحميل على العينة المثبتة بين رأسيهما . هذا وتجدر الإشارة إلى أن حركة الرأس المتحرك تحدث ميكانيكياً بإستخدام نظام الترس واللولب . هذا وتحدد قيمة الحمل المؤثر بإستخدام رافعة حيث يتم توازن قيمته بتغيير ثقل الراكب على ذراع الرافعة ويمكن قراءة قيمة الحمل المؤثر مباشرة على مقياس متصل بذراع الرافعة كما هو مبين بالشكل (١١-٨) .

• ومما هو جدير بالذكر فإنه غالباً ما تكون سعة ماكينات الإختبار ذات الترس واللولب صغيرة وأقل نسبياً بالمقارنة بالماكينات الهيدروليكية حيث سعتها تتراوح ما بين ٥,٠٠ طن ، ١٠٠ طن على الأكثر وعادة تختلف من ٥,٠٠ طن إلى ١٠,٠٠ طن إلى ٢٠,٠٠ طن إلى ٣٠ طن إلى ٥٠ طن أى أن هذا النوع من الماكينات له سعة محدودة فى التحميل ليست بالكبيرة نظراً لطبيعة وصعوبة تجهيز نقط الارتكاز ذات الحد السكينى (Knife Edge Supports) مناسبة للرافعة كجزء من الطريقة الميكانيكية لنقل الحمل المعتمد عليها فكرة هذه النوعية من الماكينات .

- هذا ويجب التنويه إلى أن مثل هذا النوع بالرغم من أنه شائع الإستخدام حيث أنه يستخدم لسهولة تشغيلها إلا أنها لها بعض العيوب مثل :-
- سعتها صغيرة نسبياً كما ذكرنا حيث أنه غير ممكن التأثير بها بأحمال كبيرة .
- تشغل مساحة كبيرة من المعمل .
- ينتج عنها ضوضاء وإهتزازات نتيجة لتشغيلها والناجى عن الطريقة الميكانيكية المستخدمة فى التشغيل .
- عدم كفاءة ودقة قراءة الماكينة مع الزمن حيث غالباً ما يحدث تآكل لنقط الارتكاز ذات الحد السكينى ولو قليلاً مع الزمن والتشغيل المستمر لها .

١١-٣-١- ب ماكينة الإختبار الهيدروليكية :

- يبين الشكل (١١-٩) رسم تخطيطى ومنظر عام لماكينة إختبار هيدروليكية حيث أيضاً تمتلك هذه الماكينة رأسين أحدهما ثابت والآخر متحرك ولكن حركة الرأس المتحرك (Movable Head) (المتسببة فى التأثير بالحمل على عينات الإختبار) تكون بواسطة الضغط الهيدروليكى للزيت (Oil Hydraulic Pressure) .

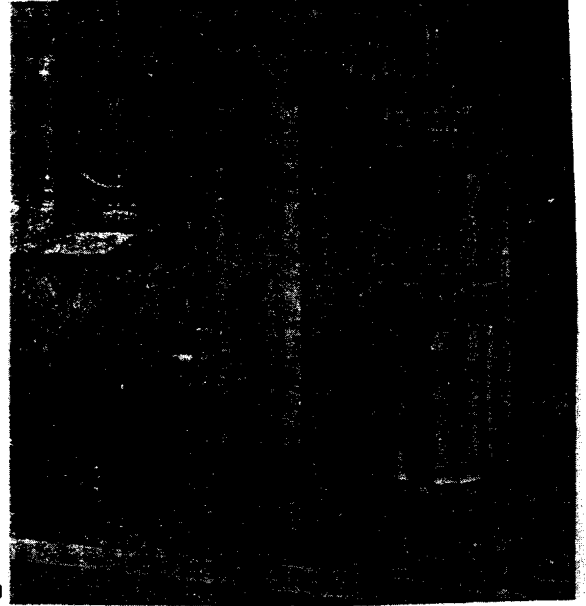
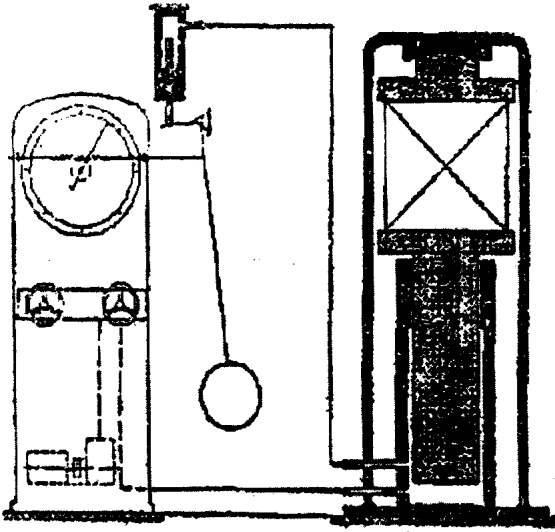


شكل (١١-٩) مكينة إختبار أيدروليكية

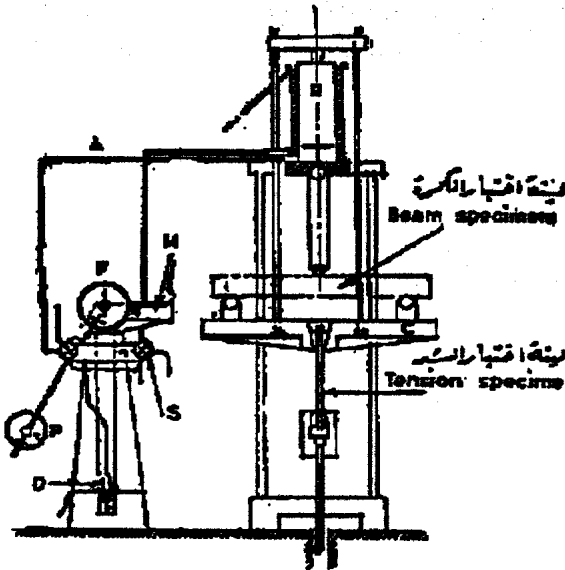
HYDRULIC MACHINE

- إن طريقة تشغيل مثل هذا النوع من الماكينات تتلخص في أنه عند تشغيل الموتور الكهربائي فإنه يتسبب في تشغيل المضخة الهيدروليكية والتي تقوم بدورها بضخ الزيت الذي ينجم عنه رفع المكبس (Piston) والآخر يرفع معه الرأس والجزء المتحرك من الماكينة مسبباً شد أو ضغط أو إرخاء عينة الإختبار المثبتة حسب نوع ماكينة الإختبار .
- هذا وتجدر الإشارة إلى قيمة ضخ الزيت بداخل المكبس يمكن تقديرها عن طريق معايرة هذا الضغط عن طريق بندول ينقل حركته إلى مؤشر يتحرك على مقياس مدرج لبيان مقدار الحمل الواقع على قطعة الإختبار .
- ومما هو جدير بالذكر أنه يجب طرد جميع فقاعات الهواء في دورة الزيت حيث أن ذلك يؤثر على دقة وصحة القراءات التي نحصل عليها من المؤشر الأمر الذي يجب ضرورة عمل الصيانة اللازمة دورياً لهذه الماكينات للتأكد من ذلك ومعايرة هذه الماكينات للتحقق من دقة قراءتها للأحمال المؤثرة على العينات المختبرة .
- هذا وتمتاز ماكينات الإختبار الهيدروليكية بالمقارنة بماكينات الترس واللولب في أن سعتها عالية تصل إلى حوالي ٢٠٠٠ طن وهي منتشرة في جميع معامل إختبار المواد ويفضل إستخدامها عن ماكينات الترس واللولب نظراً لسهولة للتأثير بالحمل مع إمكانية التحكم

الدقيق في سرعتها ومعدل تحميلها مع قلة أو إنعدام تواجد اللزوجة والاهتزازات ناهيك عن إمكانية استخدام عينات ذات أشكال وأحجام وأجزاء ماكينات ومنشآت مختلفة لإختبارها على مثل هذه النوعية من الماكينات - شكل (١٠-١١)، (١١-١١) .

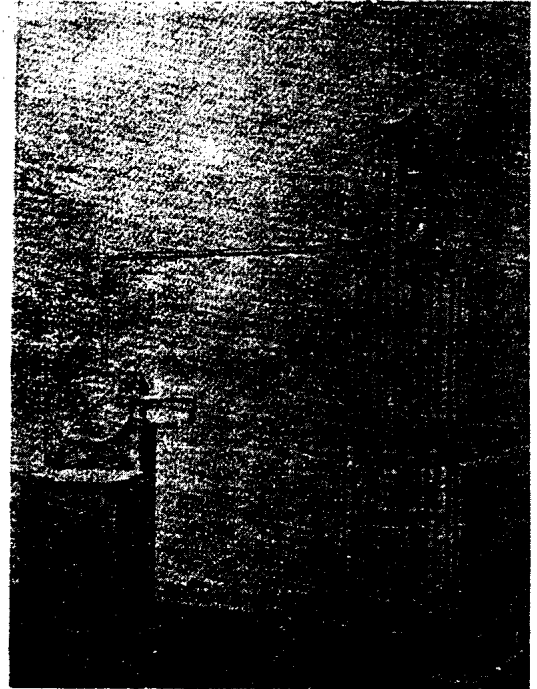


شكل (١٠-١١) مكينة إختبار هيدروليكية للضغط



HYDRAULIC TESTING MACHING

مكينة إختبار هيدروليكية



شكل (١١-١١) مكينة هيدروليكية عامة

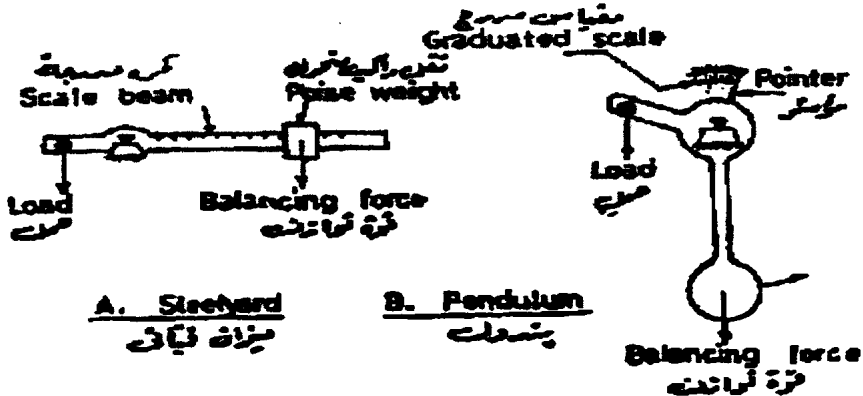
١١-٣-٢ طرق قياس الأحمال بماكينات الاختبار :

Methods of Measuring Loads in Testing Machines :

• يمكن قياس قيمة الحمل الذى تؤثر به ماكينة الاختبار على العينة المختبرة فى أى لحظة من لحظات التحميل إما بطريقة ميكانيكية أو طريقة هيدروليكية والطريقة الأخيرة مفضلة فى معظم ماكينات الاختبار ذات السعات الكبيرة . هذا وتوجد بعض الأنواع المختلفة لطرق قياس الأحمال والتي عادة ما تستعمل بطريقة شائعة فى حالة تقدير الأحمال الصغيرة مثل الخلايا الكهربائية أو الخلايا الهوائية (Electrical Cells or Air Cells) وفيما يلى بيان بالطرق والنظم الشائعة الإستخدام فى تقدير قيمة الحمل المؤثر على العينة :

١١-٣-٢-أ النظام الميكانيكى **Mechanical System :**

• يستخدم هذا النظام فى كثير من ماكينات الاختبار وتتخلص الطريقة فى موازنة الحمل الذى يؤثر على عينة الاختبار المثبتة فى الذراع القصير لرافعة (Lever) أفقية بواسطة ثقل ثابت يسمى (Poise) يتحرك على الذراع الطويلة للرافعة لعمل إتران للحمل المؤثر على العينة بجعل الرافعة تظل أفقية كما هو مبين بالشكل (١١-١٢) حيث تم رصد وقراءة الحمل المؤثر على العينة مباشرة على الذراع الطويل للرافعة الذى يدرج بحيث يعطى قيمة الحمل للمؤثر على عينة الاختبار مباشرة وذلك عندما تنزن الرافعة وتأخذ وضعاً أفقياً ، هذا ويطلق دائماً على ثقل الموازنة الذى يحرك لموازنة الحمل بالنقل الراكب (Poise) ، وهذه الطريقة غالباً ما يطلق عليها طريقة للوزن الثابت والرافعة المتغيرة (Weighing by Variable Lever) كما هو مبين .

**WEIGHING BY VARIABLE LEVER**

شكل (١١-١٢) للوزن بالرافعة المتغيرة

- هذا وابتاع نفس الطريقة فإن هناك طريقة أخرى تأخذ فيها الرافعة شكل البندول (Pendulum Type) كما هو مبين بالشكل (١١-١٢) حيث تمتاز هذه الطريقة عن طريقة النقل الراكب في أن الحمل الراكب يحتاج إلى تحريك لموازنة الحمل المؤثر على العينة ، في حين أنه في طريقة البندول الموازنة تحدث تلقائياً حيث يبين المؤشر المرتبط بحرك البندول قيمة الحمل مباشرة وذلك على مقياس مدرج .

١١-٣-٢- ب النظام الهيدروليكي Hydraulic System :

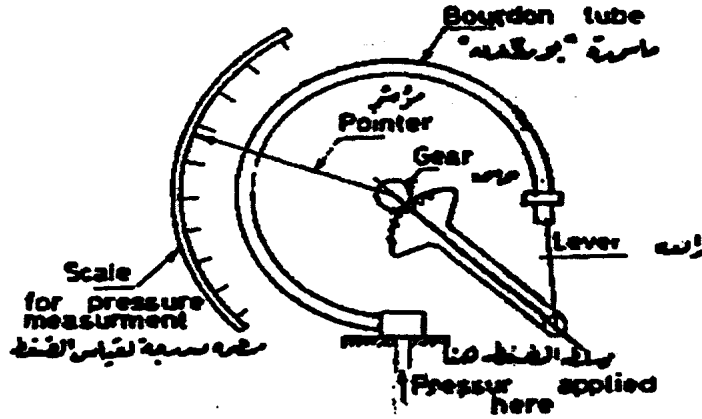
- وفي هذا النظام يمكن قياس أى حمل عن طريق قياس الضغط الناتج من التأثير بهذا الحمل على سائل ما محبوس في وعاء أو أنبوبة .
- هناك وسيلتان معروفاتان وشائعتان لقياس الأحمال بهذه الطريقة هما :

i. طريقة المانومتر Manometer Method :

- والمانومتر عبارة عن أنبوبة زجاجية يتم تثبيتها في وضع رأسي ويوضع بها سائل كالزئبق يمكن أن يرتفع إلى مستوى معين بحيث يوازن الضغط الواقع عليه من تأثير الحمل الذي يبين على تدريج موجود على الأنبوبة المقابل للمستوى الذي يصل إليه السائل وهذا التدريج معاير بالكيفية التي تعطى مباشرة قيمة الحمل المكافئ المؤثر على عينة الاختبار .
- هذا وتجدر الإشارة إلى أن طريقة استعمال المانومتر تقتصر فقط على قياس الأحمال ذات القيم البسيطة .

ii. طريقة أنبوبة بوردون Bourdon Tube :

- وهي عبارة عن جهاز عادة ما يستخدم لقياس ضغوط السوائل وهي عبارة عن أنبوبة معدنية مسدودة الطرف على شكل منحنى يتغير إنحناءها ويتحرك طرفها الحر عند تغيير ضغط السائل بداخلها تحت تأثير الحمل ، هذا ويتم تكبير حركة طرفها الحر بواسطة ترسين متصلين بها أحدهما كبير والآخر صغير ، الترس الصغير عند حركته عن طريق حركة الترس الكبير المتصل بنهاية طرف الأنبوبة المسدود يتسبب في حركة مؤشر يبين قيمة الحمل المؤثر على مقياس مدرج كما هو موضح بالشكل (١١-١٣) .



BOURDON TUBE FOR MEASUREMENT OF LOADS

شكل (١١-١٣) ماسورة بوردون لقياس الأحمال

- هذا وتجدر الإشارة أن دقة القياس باستخدام أنبوبة بوردون تتأثر تأثيراً مباشراً بتغيير درجات الحرارة وبالإحتكاك الناتج عن حركة أجزائها وكذلك نتيجة لفقد بعض الطاقة التي استهلكت أثناء حركة الأنبوبة .

١١-٤ التحكم في سرعة التحميل في ماكينات الاختبار :

Control of Rate of Loading in Testing Machines:

- إن سرعة التحميل وتغييرها يكمن في التحكم في سرعة الرأس المتحركة لماكينة الاختبار (Movable Head) وهذه يمكن التحكم فيها بتغيير النسبة بين أسنان مجموعة التروس التي تحركها أو بتغيير سرعة الموتور الكهربائي الذي يحرك التروس نفسها وذلك في حالة ماكينات الاختبار ذات الترس واللولب (Scrow-Gear Machines) .
- أما في حالة ماكينات الاختبار الهيدروليكية فإن سرعة التحميل يمكن التحكم فيها وتغييرها إما باختبار السرعة المناسبة للمضخة (Pump) التي تدفع السائل إلى الإسطوانة أو للتحكم في دخول السائل إلى الإسطوانة بواسطة صمامات (Valves) توضع خصيصاً لذلك - وفي مثل هذا النوع من الماكينات يوجد مقياس مدرج لبيان سرعة التحميل يتحرك عليه ذراع يبين سرعة التحميل وبملاحظته يمكن ضبط سرعة المضخة بحيث يتمشى مع سرعة التحميل المطلوبة ومعدل التحميل على العينة .

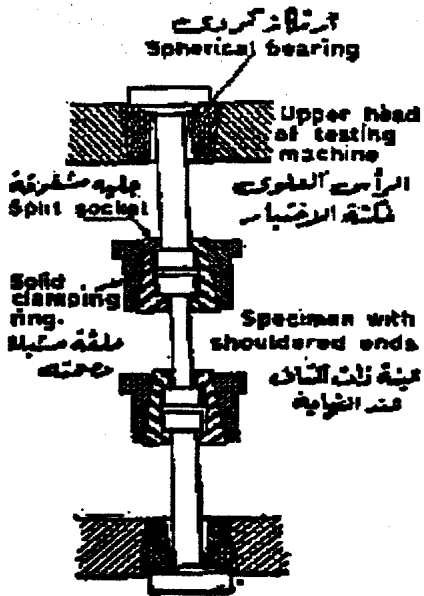
١١-٥ طرق تثبيت ووضع العينات في ماكينات الاختبار:

Methods of Clamping and Supparding Test Specimens in Testing Machines:

• تختلف طرق تثبيت ووضع وإرتكاز عينة الإختبار في ماكينات الإختبار وذلك تبعاً وطبقاً لحالة التحميل المطلوبة (شد أو ضغط أو إنحناء أو لى) وعلى شكل ونوع وأبعاد العينة المراد إختبارها ، حيث فى إختبار الشد يجب إستخدام كلابات خابورية (Wedge Grips) أو ماسكات أخرى لتثبيت العينات كما هو مبين بالأشكال (١١-١٤)، (١١-١٥) أما فى حالة إختبار الضغط فإن الأمر يحتاج وضع العينة بين لوحى معدنيين (Metal Plates) وذلك بين وجهى ورأسى ماكينة الإختبار كما هو موضح بالشكل (١١-١٦) .

• أما فى حالة إختبار الإنحناء فيتطلب الأمر وضع العينة على ركيزتين (Two-Supports) على أن يتم تحميل العينة فى نقطة واحدة عند منتصف بحرهما أو عند نقطتى الثلث (Two-Third Point) كما هو مبين بالشكل (١١-١٧) .

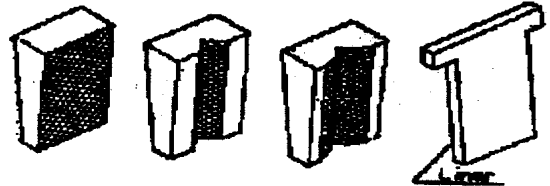
• أما فى حالة إختبار الثنى على البارد (Cold Bending) يكون وضع وتثبيت العينة كما هو مبين بالشكل (١٨) .



GRIPPING DEVICE FOR SHOULDERED END SPECIMENS.

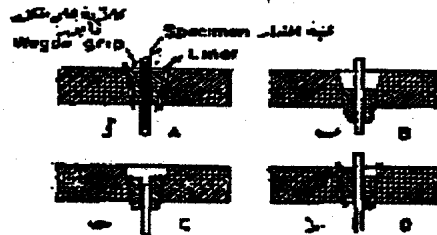
كلابات عينات الإختبار ذات الأكتاف عند النهاية

شكل (١١-١٥)



WEDGE - GRIP UNITS FOR TENSION TESTS OF METALS

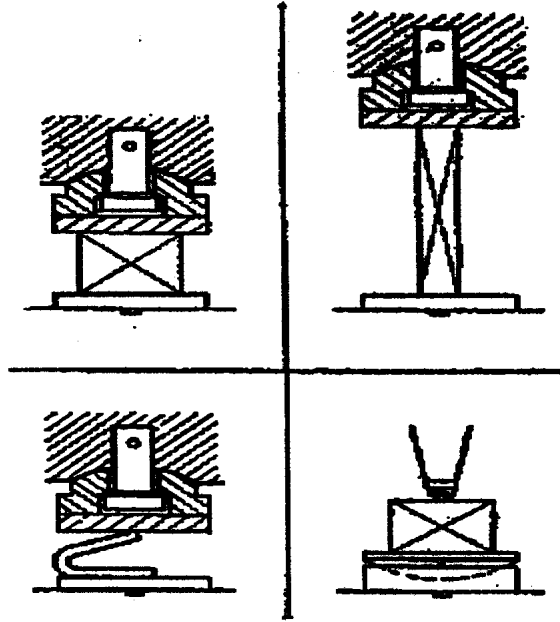
وحدات الكلابات الخابورية لاختبارات الشد للمعادن



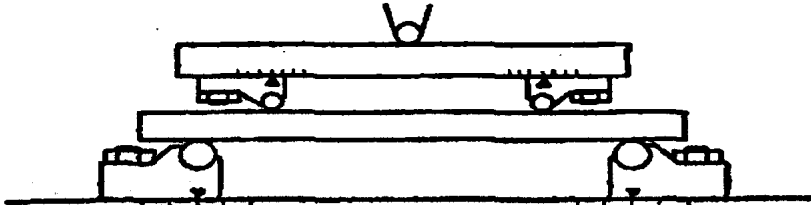
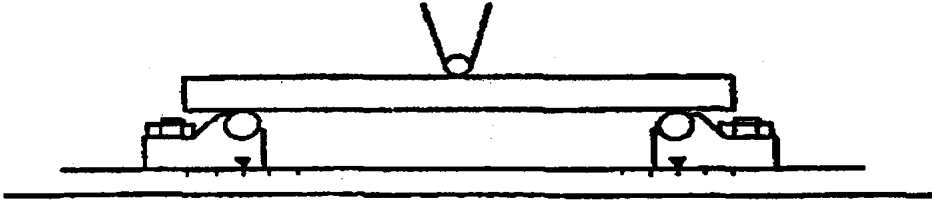
CORRECT (A) AND FAULTY SETTING (B, C, AND D) OF WEDGE GRIPS

شكل (١١-١٤) الوضع الصحيح (أ) للكلابات

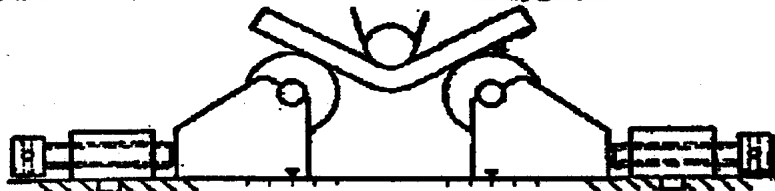
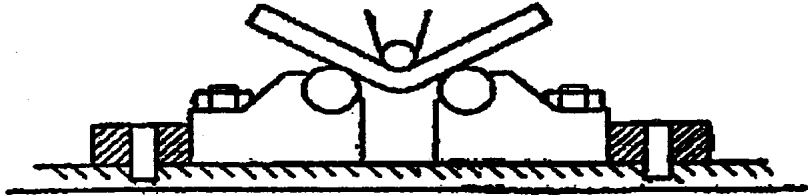
الخابورية والأوضاع الخطأ (ب، ج، د)



شكل (١١-١٦) عينات محملة بالضغط بمكنة الإختبار



شكل (١١-١٧) للركائز المستخدمة في إجراء إختبار الإنحناء



شكل (١١-١٨) للركائز المستخدمة في إجراء إختبار التثني على البارد

١١-٦ اشتراطات والمطلبات الواجب توافرها في ماكينات الاختبار :**REQUIREMENTS FOR UNIVERSAL TESTING MACHINES :**

- إن ماكينات الاختبار لإستخدامها يجب أن تتوفر فيها بعض المتطلبات والإشتراطات العامة نوجزها فيما يلي :
- * يجب أن تكون الماكينة دقيقة (accurate) في بيان قيمة الحمل على طول مدى وسعة الماكينة التي يمكن أن تؤثر به الماكينة . هذا ويمكن التجاوز عن الأخطاء (Errors) التي تقل عن ١% من قيمة الحمل بينما يفضل أن تكون أقل من ٠,٥% في أغل الأحيان حتى يكون مرغوباً فيها .
- * يجب أن تكون الماكينة حساسة (Sensitive) للتغيرات في قيمة الأحمال الصغيرة أى أنه يمكنها من تسجيل تغييراً في الحمل في حدود ٠,٠٥% من قيمة الحمل .
- * يجب أن يكون فكى الماكينة (Two Jaws) متمركزين وعلى إستقامة واحدة (In Alignment) .
- * يجب ألا يسمح لل فك المتحرك للماكينة (Movable Head) بالدوران أو الإلتواء أو التحرك جانبياً حتى لا يغير ذلك في حالة وقيمة الحمل المؤثر به على العينة .
- * يجب أن يكون التأثير بالحمل منتظماً ويمكن التحكم فيه وأن يكون في حدود سرعة معينة تتلائم مع معدل التحميل المطلوب لكل مادة من المواد .
- * يجب أن تكون الماكينة خالية من الإهتزازات الشديدة حتى لا يؤثر ذلك في التحميل وفى نتائج الإختبارات .
- * يجب أن تكون الماكينة مجهزة بأجهزة كافية قادرة على إمتصاص طاقة إنهيار عينات الإختبار التي تنكسر فجائياً .
- * يجب أن تكون ماكينات الإختبار تسمح بسهولة تركيب وتثبيت عينات الإختبار وكذلك وضع وتثبيت مقاييس الإنفعال والتشكلات المتولدة في هذه العينات وذلك بطريقة سهلة تسمح بقراءتها ورصدها بسهولة .

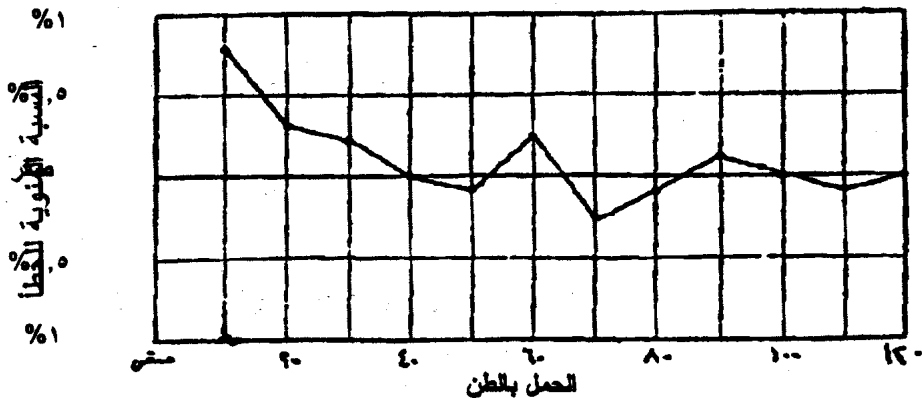
١١-٧ معايرة ماكينات الاختبار :**CALIBRATION OF TESTING MACHINES :****١١-٧-١ مقدمة :**

- المقصود بكلمة معايرة الماكينات هو التأكد من أن القراءات التي تبينها الماكينات دقيقة وصحيحة وتمثل تماماً قيمة الحمل المؤثر به على العينات المختبرة وأن الخطأ فى قراءة الأحمال المبينة والمعطاه بالماكينة فى الحدود المسموح بها والتي تنص عليها معظم

للمواصفات القياسية (حوالي ١ %) عند أى لحظة من لحظات التحميل ويمكن تعريف نسبة الخطأ المنوية وهى الأساس فى عملية المعايرة كالاتى :

$$\text{النسبة المنوية للخطأ (\% of error)} = \frac{\text{قراءة الماكينة} - \text{قراءة جهاز المعايرة}}{\text{قراءة الماكينة}} \times 100$$

- هذا ويتم تقدير قيمة قراءة جهاز المعايرة (القيمة الحقيقية للحمل المؤثر على العينة) باستخدام أجهزة معايرة قياسية سوف نوردها فيما بعد .
- هذا وتجدر الإشارة إلى أن أى ماكينة لابد وأن يتم معايرتها معايرة أولية من قبل صانع الماكينة نفسها ولكن يلزم ضرورة إجراء معايرة لماكينات الإختبار قبل إستخدامها وذلك على فترات زمنية لا تتعدى سنتان كما يجب إجراؤها عند نقل الماكينة من مكان إلى مكان أو موضع آخر .
- وكما ذكرنا فإن المعايرة يتم إجراؤها للتأكد من دقة بيانات التحميل وتحديد النسبة المنوية للخطأ فى قراءة الماكينة على أن يكون فى الحدود المسموح بها والتي تحددها المواصفات كما ذكرنا على أن يكون ذلك للأحمال المختلفة بدءاً من الصفر وتزداد تدريجياً حتى أقصى سعة تحمل للماكينة ، مع إستخدام أجهزة معايرة مختلفة تبين قيمة الحمل الصحيح (قراءة جهاز المعايرة) الذى تؤثر به الماكينة ثم يتم تسجيل قراءات الماكينة المقابلة لهذا الحمل ومنها تحدد النسبة المنوية لخطأ تحميل الماكينة كما ذكرنا ثم يتم تكرار ذلك للأحمال المختلفة حتى أقصى سعة للماكينة كما ذكرنا وبالتالي يمكن رسم منحنى يسمى المنحنى البياني بالمعايرة (Calibration Curve) وذلك برسم العلاقة بين النسبة المنوية للخطأ عند أى حمل على المحور الرأسى وبين قيمة الحمل الحقيقى المؤثر على العينة (قراءة جهاز المعايرة) على المحور الأفقى وذلك بمقياس رسم مناسب كما هو موضح بالشكل (١١-١٩) وذلك للقراءات المدونة فى الجدول التالى :



شكل (١١-١٩) المنحنى البياني للمعايرة

الوزن المعياري (كجم)	الوزن الفعلي (كجم)	الوزن المعياري (كجم)
١٠	١٠,٠٨	٠,٨ +
٢٠	٢٠,٠٦	٠,٣ +
٣٠	٣٠,٠٤	٠,٢ +
٤٠	٤٠,٠٠	صفر
٥٠	٤٩,٩٥	٠,١ -
٦٠	٦٠,١٢	٠,٢ +
٧٠	٦٩,٧٩	٠,٣ -
٨٠	٧٩,٤٢	٠,١ -
٩٠	٩٠,٠٩	٠,١ +
١٠٠	١٠٠,٠٠	صفر
١١٠	١٠٩,٨٩	٠,١ -
١٢٠	١٢٠,٠٠	صفر

١١-٧-٢ الطرق المتبعة في إجراء معايرة ماكينات الاختبار :

Used Methods in Carrying out Calibration of Testing Machines :

- توجد عدة طرق لإجراء معايرة لماكينات الاختبار وتتوفر الطريقة المناسبة التي تتبع في المعايرة على مدى الدقة المطلوبة وعادة ما يتم إجراء المعايرة بإحدى الطرق التالية :

أ - طريقة الأثقال أو الأوزان الثابتة أو الدائمة Dead Weights Method :

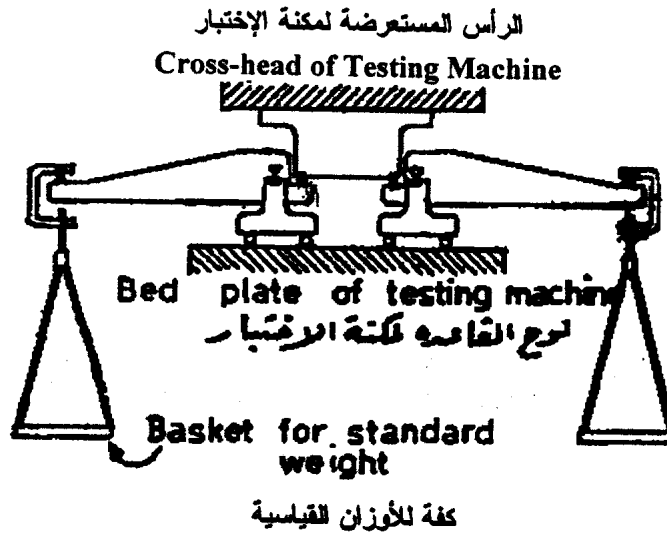
- وهذه الطريقة من أبسط وأسهل الطرق للمعايرة حيث تتلخص في تعليق حمل ثابت قيمته معلومة مباشرة بفك الماكينة ثم يتم قراءة تدريج الماكينة المناظر لهذا الحمل ومقارنته به ، وهذه الطريقة غير عملية وتصلح فقط للماكينات ذات السعات والحيز الصغير حيث أن رفع الحمل لتعليقه بالماكينة يكون صعباً ولا يمكن إجراؤه في الأحمال الكبيرة .

ب - طريقة الأوزان والروافع Levers and Weights Method :

- إن فكرة هذه الطريقة هي نفس طريقة الأوزان السابقة ولكن يمكن تكبير مدى إستعمال هذه الطريقة في معايرة ماكينات الاختبار وذلك بإستخدام فكرة الروافع مع الأوزان ، هذا

وعادة تكون النسبة بين أنرع للرافعة هي ١٠ : ١ وهذا يعنى أنه يمكن تكبير مدى المعايرة عشرة مرات .

- ويبين الشكل (١١-٢٠) جهاز روافع الإختبار (Proving Levers) وهو يوضح إحدى التركيبات المألوفة للمبينة على هذه الفكرة .
- يمكن معاير ماكينات الإختبار الأفقية بنفس أسلوب الطريقة والذي يستخدم فى نوع من الروافع تسمى (روافع ذراع الجرس) (Bell Crank Levers) وفيه يكون أحد ذراعى الرافعة عمودى على الآخر وهذه الطريقة للمعايرة محدودة الإستعمال أيضاً لصعوبة نقل وحمل الأثقال والأنرع كما أنه لا يمكن بها معايرة ماكينة ذات سعة أكثر من ٢٠ طن .



PROVING LEVERS

شكل (١١-٢٠) روافع إختبار

ج- طريقة الأجهزة المرنة Elastic Devices Method :

١. مقدمة :

- تتلخص هذه الطريقة عن طريق إستخدام جهاز معايرة مرن معين بتعريضه إلى التحميل بماكينة الإختبار المراد معايرتها بدلاً من عينة الإختبار فيحدث به تشكّل مرّن (Elastic Deformation) ويمكن قياس قيمة ذلك التشكّل المصاحب للحمل المؤثر بمنتهى الدقة عن طريق مقياس متصل بالجهاز المرّن فتكون قيمة التشكّل المقاسة متناسبة مع قيمة الحمل الذى تؤثر به الماكينة على الجهاز ، هذا ولكل جهاز ثابت معين

معطى بواسطة الصانع (يسمى ثابت الجهاز) وبمعرفة هذا الثابت يمكن تحديد قيمة الحمل الحقيقى الذى تؤثر به الماكينة على الجهاز وفى نفس الوقت يمكن قراءة الحمل من قراءات تدريجات مقياس الحمل بالماكينة ومقارنة الحملين وبالتالي تحديد النسبة المئوية للخطأ فى قيمة حمل الماكينة ورسم منحنى المعايرة لماكينة الإختبار .

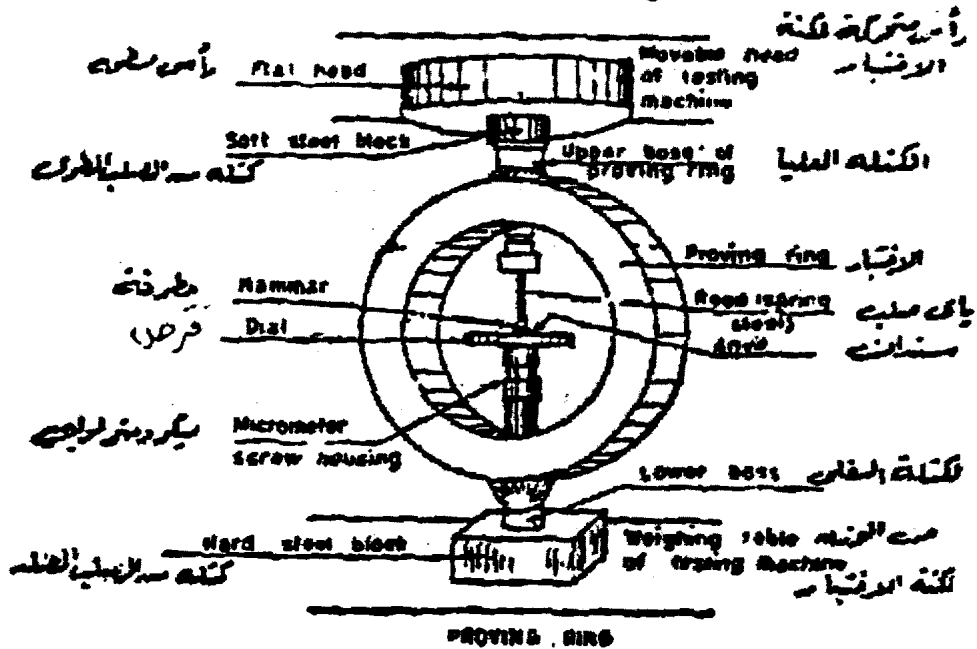
• من أنواع تلك الأجهزة المرنة المبنية على الفكرة السابقة أجهزة المعايرة المرنة التالية :

١- قضيب الصلب القياسى (Standard Steel Bar) :

يوجد مع هذا القضيب رسم بيانى يبين القيمة الدقيقة للإنفعال الذى يحدث به نتيجة الحمل فى حدود المرونة . ولإجراء القيمة يوضع القضيب بين فكى ماكينة الإختبار ويعرض لحمل شد معين تبينه الماكينة ، ثم يعين الإنفعال المصاحب لهذا الحمل من قراءة جهاز الإنفعال الذى يوضع على القضيب قبل بدأ الإختبار . ومن قيمة هذا الإنفعال ومن الرسم البيانى الخاص بالقضيب سالف الذكر يعين الحمل الصحيح الذى يسبب الإنفعال المذكور ويقارن هذا الحمل الصحيح بالذى تبينه ماكينة الإختبار .

٢- حلقة المعايرة (Calibration or Proving Ring) :

يبين الشكل رقم (١١-٢١) الأجزاء الرئيسية لحلقة المعايرة وتشكل حلقة المعايرة بالتشغيل بالماكينات من صلب صلد مصنع ومعرض لمعاملة حرارية بمنتهى العناية .



شكل (١١-٢١) (حلقة الإختبار لمعايرة الماكينات)

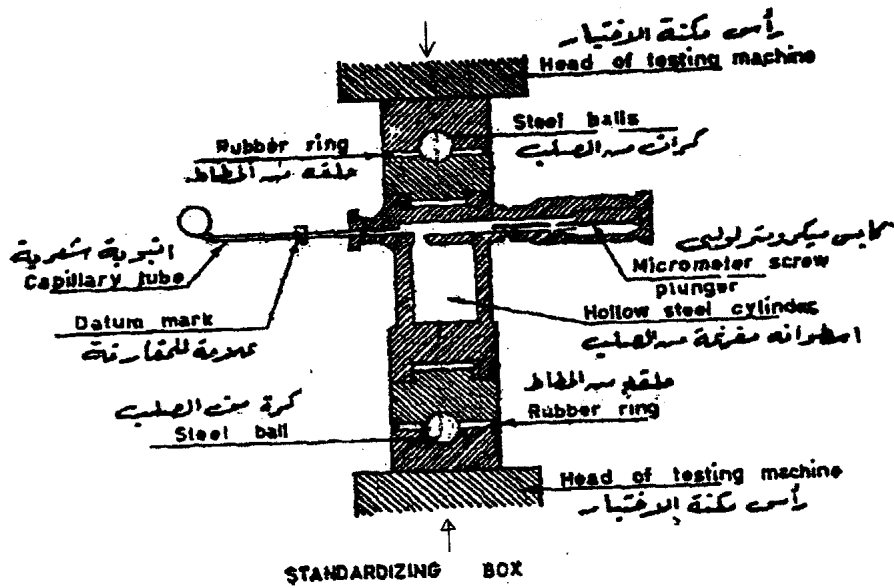
ويتكون الجزء الخاص بالمقياس من ميكرومتر لولبى (Scrow Micrometer) دقيق يحمل قرص (Dial) مدرج بمنتهى الدقة ، ويوجد فى وسط القرص كرة من الصلب تعمل كسندان (Anvil) ويتصل يابى ورقى صغير (Leaf Spring) رفيع السمك بحلقة الضبط فوق الميكرومتر اللولبى مباشرة حيث يحمل ذلك الياى فى طرفه السفلى ساند مصلد (Hardend Pad) بشكل مطرقة (Hammer) وعند إجراء المعايرة توضع علاقة حلقة المعايرة بماكينة الاختبار بحيث تكون المطرقة بعيدة عن السندان فى حالة إجراء التحميل بالضغط ، أو تكون المطرقة ملاسة للسندان فى حالة إجراء التحميل بالشد ، ثم تسجل قراءة الميكرومتر ثم تحمل الحلقة (فتقرب المطرقة من السندان فى حالة الضغط وتبعد المطرقة عن السندان فى حالة الشد) ثم يدار القرص يدوياً حتى تلامس المطرقة السندان وتسجل قراءة الميكرومتر ثانية ويتأكد من الملامسة المذكورة بالسمع أو بالنظر ، ويحسن أن يكون ذلك عن طريق إستخدام دائرة كهربائية تضئ لمبة صغيرة أو تحدث رنيناً عند التلامس ثم يعين الفرق بين قراءتى الميكرومتر فيكون هو التشكل المرن الحادث بالحلقة نتيجة التحميل ، وتوجد رسومات بيانية خاصة يجهزها صانع الحلقة تبين العلاقة بين قراءة الميكرومتر وقيمة الحمل الحقيقية المناظرة لها .

ومن هذه الرسومات يمكن تعيين الحمل الحقيقى ، وبمقارنته بالحمل المبين بمقياس الماكينة ويمكن إجراء المعايرة لأى حمل .

وتستخدم حلقة الاختبار مفردة أو قد تستخدم مجموعات من هذه الحلقات فى حالة معايرة الماكينات ذات السعات العالية .

٣- صندوق أمسلر للمعايرة القياسى (Amseler Standardizing Box) :

يبين الشكل رقم (١١-٢٢) الصندوق للقياسى أمسلر (Amseler) ذات السعات الكبيرة بحد أقصى ٥٠٠ طن .



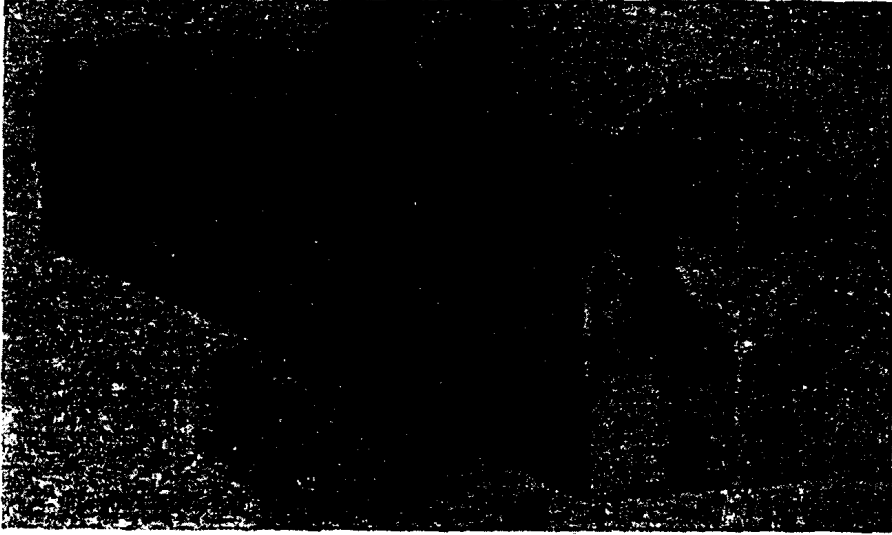
صندوق المعايرة

شكل (١١-٢٢)

وهو عبارة عن إسطوانة حديدية مفرغة مقللة تماماً ومملوءة بالزئبق وهو الذى يقيس الأحمال بزيادة أو نقص حجمه . ويتم ذلك بتجهيز أحد جوانب الإسطوانة بأنبوبة شعرية أفقية تنتهى ببصلة زجاجية (Glass Bulb) ويوجد فى مواجهة الأنبوبة من الجانب الآخر تماماً ميكرومتر لولبي يحرك دافعة (Plunger) ويتصل كل من الأنبوبة الشعرية والميكرومتر اللولبي بداخل الأسطوانة المملوءة بالزئبق وعند بدء الاختبار يحرك الميكرومتر حتى يكون عمود الزئبق فى الأنبوبة الشعرية منطبقاً على علامة الإسناد (Datum Mark) وتؤخذ قراءة الميكرومتر . وعند تحميل الصندوق القياسى بحمل ضغط فإن نقص الحجم الداخلى للصندوق يطرد الزئبق فى الأنبوبة الشعرية ثم يدار الميكرومتر ليحرك الرافعة إلى الخارج من الأنبوبة الشعرية (فيحل محلها الزئبق المطرود بالأنبوبة) حتى يعود عمود الزئبق لينطبق ثانية على علامة الإسناد ثم تؤخذ قراءة الميكرومتر ، ويكون الفرق بين قراءتى الميكرومتر وهو المقابل للتغير فى الحجم الناتج من الحمل الذى تؤثر به الماكينة . باستخدام رسم بياني يعده الصانع بين التغير فى الحجم بالصندوق وبين الحمل المناظر الذى يؤدي هذا التغير يمكن معرفة الحمل الحقيقى ومقارنته بالقراءة التى

تبينها الماكينة بجهاز القياس بها . ويستخدم الصندوق القياسى لأحمال الشد وأحمال الضغط ويمكن تصميمه لمعايرة ماكينة ذات سعة تحميل ٥٠٠ طن على الأكثر .

٤- الأنشودة المرنة (Elastic Loop) :



شكل (١١-٢٣) جهاز الأنشودة المرنة

تستخدم الأنشودة المرنة شكل (١١-٢٣) للتأكد من دقة قراءات ماكينات الإختبار ذات السعات الصغيرة بحد أقصى ١٠-٣٠ طن . ويتكون الجهاز من أنشودة مستطيلة مقطوعة من كتلة مصمته من الصلب المصلد . ويحمل أحد طرفى الأنشودة مقياس مدرج يبين فى حالة ضغط الأنشودة تغير فى الإرتفاع بحد أدنى قدره ٠,٠١ مم وذلك التغير فى الإرتفاع للأنشودة نتيجة التحميل ينتقل ليبين بالمقياس عن طريق أنزع بسيطة . وتكون قيمته متناسبة مع الحمل المؤثر وبذلك يعمل المقياس المدرج غالباً ليبين الحمل الحقيقى مباشرة ويقارن بالحمل الذى تسجله ماكينة الإختبار بمقياسها وتجرى المعايرة على هذا الأساس . ويصير حماية الأنشودة الصلب بوضعها فى غلاف خاص (Casing) يحوى أيضاً مجموعة الأنزع .

وتستخدم الأنشودة المرنة فى إختبارات تحميل الشد أو الضغط .

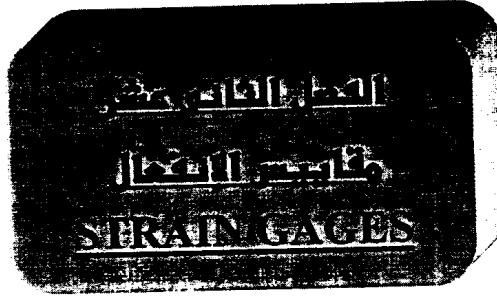
ii. الشروط الواجب توافرها فى أجهزة المعايرة المرنة :

- ١- أن يكون تصميمها بحيث لا يؤثر تداولها ونقلها على دقتها وبحيث يمكن تغيير الأجزاء التى تبلى فيها بدون التأثير على حساسيتها .

- ٢- أن تركيب الأجزاء الإضافية المختلفة واللازمة لتثبيتها في الماكينة دون أن تؤثر العيوب الموجودة في هذه الأجزاء (عند ربطها) على دقة الجهاز أو حساسيته .
- ٣- أن تتم معايرتها مع أجهزة القياس التي تستخدم معها وأن تسمح سعة جهاز القياس إستعماله في مدى المعايرة كله .

ويراعى عند إستعمال أجهزة المعايرة المرنة أن يكون التغير في درجة الحرارة أثناء المعايرة أقل ما يمكن كما يجب معرفة درجة الحرارة التي تمت عندها معايرة الجهاز نفسه حيث أن الخواص المرنة لجهاز المعايرة تتغير بتغير درجة الحرارة .

وتعاير هذه الأجهزة عادة بإستخدام الأوزان القياسية (Standard Weights) .



١-١٣ مقدمة INTRODUCTION :

- كما هو معروف أنه عند تحميل أى عنصر فى أى منشأ ، أو جزء من ماكينة ما أو عينة إختبار لإجراء إختبار معين فإنه غالباً ما تحدث تشكلات مصاحبة لهذا التحميل . وهذه التشكلات بطبيعتها تتغير حسب طبيعة ونوعية الحمل المؤثر فمثلاً عندما يكون الحمل حمل شد فإنه يحدث زيادة فى طول القياس المحدد على العنصر الإنشائى أو جزء الماكينة أو عينة الإختبار والعكس صحيح إذا كان الحمل حمل ضغط فإنه يحدث نقص فى الطول وهذه الزيادة أو النقص والتى يطلق عليها تشكّل طولى (Linear Deformation) لها علاقة بطرق القياس المحدد الأمر الذى أدى إلى إيجاد وتقدير ما يسمى بالإنفعال (Strain) وهو عبارة عن نسبة التشكّل الطولى مقسوماً على طول القياس المحدد .

$$\text{بمعنى أن الإنفعال (Strain) = } \frac{\text{الزيادة أو النقص فى طول القياس } (\Delta \ell)}{\text{الطول الأصلى للقياس } (\ell_o)}$$

$$i.e \zeta = \pm \frac{\Delta \ell}{\ell_o}$$

بوحداث (سم/سم) أو (مم/مم) أو (بوصة/بوصة) أى ليس له تمييز

- وحيث أن التغير فى أبعاد عينة الإختبار (الزيادة أو النقص) نتيجة التأثير بالحمل هى قيمة صغيرة جداً فإنه بالتعبية سوف تكون قيمة الإنفعال المصاحب للتشكّل قيمة متناهية الصغر الأمر الذى أدى إلى ضرورة إيجاد حل لهذه المشكلة لتقدير قيمة الإنفعال المتولد وذلك فى صورة تصميم أجهزة معينة لتكبير هذه الإنفعالات وبالتالي سهولة قياسها وتقديرها وتسمى هذه الأجهزة بأجهزة قياس أو مقاييس الإنفعال (Strain Gages) وهى

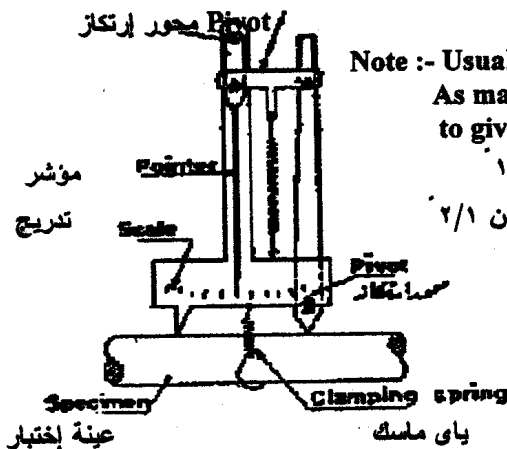
أجهزة تقوم بتكبير التشكل الطولى ثم قياسه إما بطريقة ميكانيكية بواسطة مجموعة من الأذرع والتروس وتسمى فى هذه الحالة بمقاييس الإنفعال الميكانيكية أو بطريقة ضوئية وتسمى مقاييس الإنفعال الضوئية أو بطريقة كهربائية وتسمى مقاييس الإنفعال الكهربائية.

- هذا وتعتبر مقاييس الإنفعال الكهربائية هى الأحدث ومن أهم وأدق الطرق فى قياس الإنفعالات وهى تصلح فى الحالات التى يكون فيها المكان أو الموضع المراد قياس الإنفعال فيه من الصعب تركيب وتثبيت أحد المقاييس الأخرى عليه أو يكون مكاناً مغطى أو يصعب الوصول إليه ورصد قيم التشكلات وقياسها .

١٢-٣ أنواع مقاييس الإنفعال : TYPES OF STRAIN GAGES

١٢-٢-١ مقاييس الإنفعال الميكانيكية Mechanical Strain Gages

- كما ذكرنا أن نظرية عمل وفكرة هذه الأجهزة هى تكبير التشكل الحادث بطريقة ميكانيكية عن طريق مجموعة من الأذرع (Levers) أو التروس (Gears) .
- هذا وتستخدم مقاييس الإنفعال الميكانيكية على نطاق واسع فى الإختبارات المختلفة والأبحاث وتعتبر أكثر المقاييس المناسبة فى بعض الحالات من الأنواع الأخرى .
- من مزايا هذه الأجهزة ما يلى :-
- تعتبر هذه الأجهزة ذات إكتفاء ذاتى أى لا تتطلب أى أجهزة مساعدة أخرى لها عند إستعمالها .
- سهولة وبساطة قراءة قيمة التشكلات حيث أنه يمكن قراءتها على مقياس مدرج أو قرص مدرج .
- أجهزة رخيصة الثمن وعمرها الافتراضى كبير .
- هذه الأجهزة تعمل على أى طول معين من أطوال القياس .
- سهولة المعايرة .
- ومن عيوب هذه الأجهزة ما يلى :-
- كبيرة الحجم نسبياً .
- مقدار التكبير الناتج عنها يكاد يكون محدداً لا يزيد عن ٢٠٠٠ مرة .
- لا تصلح للإستخدام فى قياس الإنفعالات الديناميكية الناتجة من الأحمال الديناميكية والمتحركة كما هو الحال فى أحمال الصدم والإهتزازات .



Note :- Usual gage-length of instrument As made is 1 in May be Modified to give gage lengths of 1/2 to 8 in

ملحوظة : يؤخذ عادة طول القياس ١ ويمكن تعديل الجهاز ليعطى أطوال من ١/٢ إلى ٨

SCHEMATIC DIAGRAM OF HUGGENBERGER TENSOMETER

بيان تخطيطى لمقياس الإستطالة " هوجنبرجر "

شكل (١٢-٢)

• إن قيمة معايير التكبير لمثل هذه النوعية من الأجهزة تتوقف على نوع وأطوال أذرع الجهاز فمثلاً فى جهاز هوجنبرجر المبين بالشكل (١٢-١) فإن معامل التكبير يمكن حسابه وتقديره كما يلى :-

- بفرض أن (ℓ) هو طول القياس ، $(\Delta \ell)$ هو مقدار التشكل الطولى الحادث فى هذا الطول والمراد تقديره .

- وبفرض أن $(\Delta \ell')$ هو مقدار قيمة التشكل الطولى بعد تكبيره وعليه فإن معامل التكبير $\frac{\Delta \ell'}{\Delta \ell}$ وهو مقدار كما ذكرنا يتوقف على أنواع وأطوال أذرع الجهاز كما يلى :-

$$\Delta \ell' = \Delta s \frac{(w_1 + w_2)}{w_1} \quad \text{من تشابه المثلثات فإن :}$$

$$\Delta s = \Delta \ell \times \frac{V_2}{V_1} \quad \text{وحيث أن البعد}$$

$$\Delta \ell' = \Delta \ell \times \frac{(w_1 + w_2)}{w_1} \times \frac{V_2}{V_1} \quad \therefore$$

∴ معامل التكبير (Magnification Factor) يساوى

$$\frac{\Delta \ell'}{\Delta \ell} = \frac{(w_1 + w_2)}{w_1} \times \frac{V_2}{V_1} = \text{Constant}$$

يساوى مقدار ثابت حيث الأبعاد (w_1) ، (w_2) ، (V_1) ، (V_2) هي قيم المسافات المبينه بالمقياس وهي أنزع القياس

أى أن معامل التكبير = مقدار ثابت = عامل التكبير الأول \times عامل التكبير الثانى

$$\frac{w_1 + w_2}{w_1} = \text{حيث عامل التكبير الأول}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \text{عامل التكبير الثانى ،}$$

١٢-٢-١- ب المقاييس ذات الترس والقرص المدرج Dial and Gear Gages :

- وفى هذا النوع من المقاييس الميكانيكية يتم التكبير الميكانيكى عن طريق عدد أو مجموعة من التروس (Gears) كما هو مبين بالشكل (١٢-٣) حيث أنه يتكون من عمود دوران (Spindle) مربوط بزنبك داخل ملف وهذا العمود فى نهايته مجموعة من الأسنان عددها ٤٠ سنة فى طول قدره واحد بوصة وهناك مجموعة من التروس فى صورة ثلاثة تروس رئيسية (A)، (B)، (C)] الترس (A) به ٤٠ سنة متصل به ترس مشترك معه فى نفس المركز به ٦٠ سنة ، الترس (A) الخارجى الأخير يحرك ترس آخر (B) به ٢٤ سنة للقرص الداخلى ، ٦٠ سنة للقرص الخارجى المشترك معه فى نفس المركز أما القرص (C) فهو يحرك بواسطة حركة الترس (B) وهو ذو ١٥ سنة [أى أنه بتحريك عمود الدوران مسافة قدرها واحد بوصة فإن الترس (A) يدور مرة واحدة والترس (B) يدور بدروه عدد (٢٤/٦٠) من عدد دورات الترس (A) والترس (C) يدور بدروه أيضاً عدد (١٥/٦٠) من عدد دورات الترس (B) أو بعدد $١٥/٦٠ \times ٢٤/٦٠ = \text{عشرة مرات دورات الترس (A) .}$

وهذه فكرة للتكبير لهذا النوع من الأجهزة وحيث أن القرص المتصل بالترس (c) يتحرك على مؤشر وهذا القرص مقسم إلى مائة قسم فإن أصغر قسم على القرص = $١٠٠ \div ٠,١ = ١٠٠٠$ (٠,٠٠١) من البوصة من حركة عمود الدوران أو الترس (C).

For 1 inch spindle movement :-

A rotates once

B rotates 60/24 of A

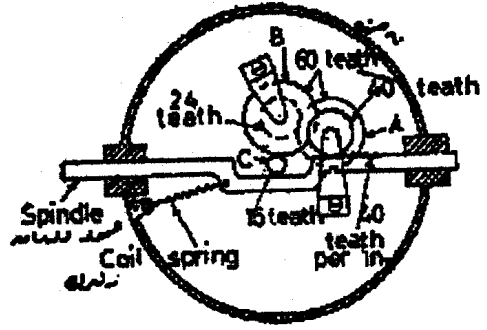
C rotates 60/15 of B or $60/15 \times 60/24 = 10 A$

Hence lrev, of C (attached to pointer)

= 0.1 in. of spindle movement . Dial

Graduated into 100 parts .

Smallest division on dial = $0.1 \div 100 = 0.001$
in of spindle movement .



TYPICAL DIAL-INDICATOR
MECHANISM

آلية المبين ذو القرص المدرج

تتحرك عمود الدوران ١

أ تدور مرة واحدة

ب تدور ٢٤/٦٠ من أ

ج تدور ١٥/٦٠ من ب أو $٢٤/٦٠ \times ١٥/٦٠ = ١٠$

ولذلك فإن دورة واحدة من ج (المتصلة بالمؤشر) = ٠.١

من حركة عمود الدوران والقرص مدرج إلى ١٠٠ جزء

ولصغر قسم على القرص = $١٠٠ \div ٠.١ = ١٠٠٠$ من

حركة عمود الدوران

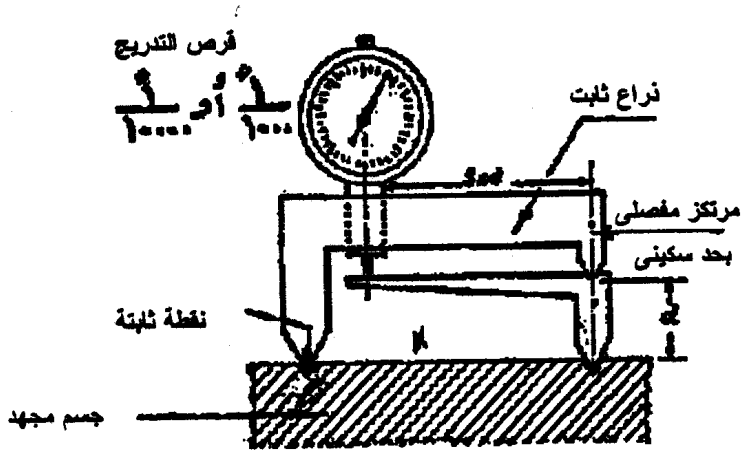
شكل (١٢-٣)

• هذا وتستخدم هذه النوعية من الأجهزة عادة وبصفة مستمرة في الإختبارات المعملية والأبحاث حيث يمكن قراءة التشكل مباشرة من على المؤشر الذي يبينه القرص المدرج للجهاز .

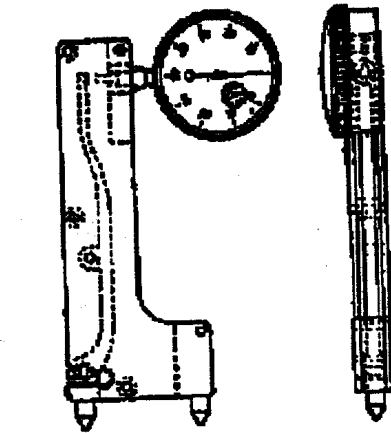
• هذا وتجدر الإشارة إلى أن مثل هذا النوع من الأجهزة غالباً ما يستخدم في قياس مقدار ترخيم للكرات أو الإطارات أو الإزاحات الأفقية أو الرأسية في أى إتجاه ما .

١٢-٢-١-جـ المقاييس ذات الذراع والترس : Lever and Gear Gages

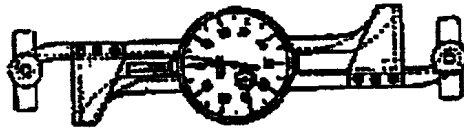
• وفي هذا النوع من المقاييس يتم التكبير الميكانيكى للتشكل عن طريق ذراع وترس ويبين قيمة ذلك التشكل على قرص مدرج ، وهذا أن فكرة التكبير في هذه الحالة تجمع ما بين الطريقتين السابقتين فى البندين (١٢-٢-أ) ، (١٢-٢-ب) وتبين الأشكال (١٢-٤)، (١٢-٥)، (١٢-٦) أمثلة لمثل هذا النوع من المقاييس .



شكل (١٢-٤) مقياس النراع والقرس



شكل (١٢-٥) مقياس النراع والقرس

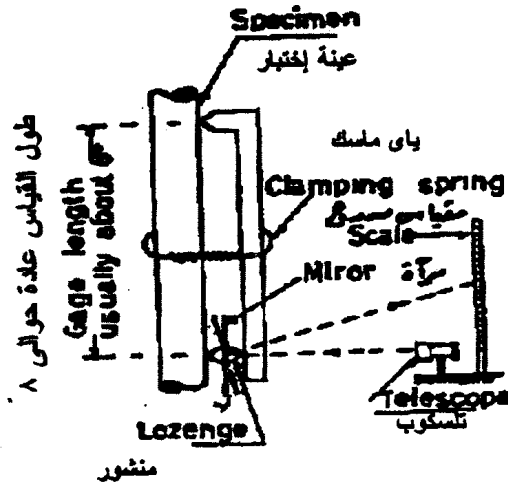


شكل (١٢-٦) مقياس النراع والقرس

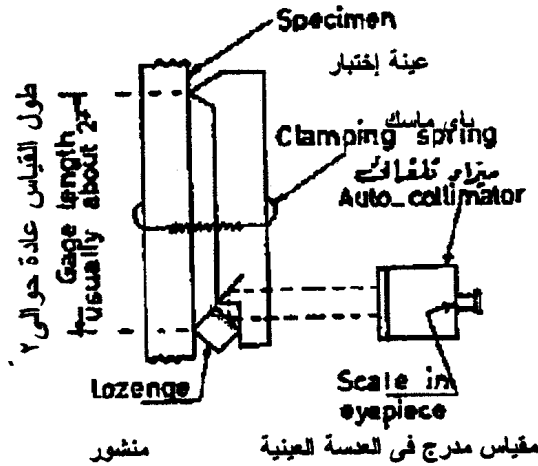
- ويتميز هذا النوع من الأجهزة بأنه يمكن قياس ومعرفة قيمة التشكل في أكثر من موضع أى على أكثر من طول قياسي بالجسم أو العينة أو العنصر المحمل فى وقت واحد وبجهاز واحد وذلك عن طريق عمل علامات بالجسم المختبر بحيث يكون طول القياس ثابت ومحدد بين كل علامتين ثم تؤخذ قراءة أولى للمسافة بين كل علامتين بهذا الجهاز ثم يتم رفعه يدوياً ويوضع فى كل علامتين من مكان إلى آخر .

١٢-٢-٢ مقاييس الإنفعال الضوئية Optical Strain Gages :

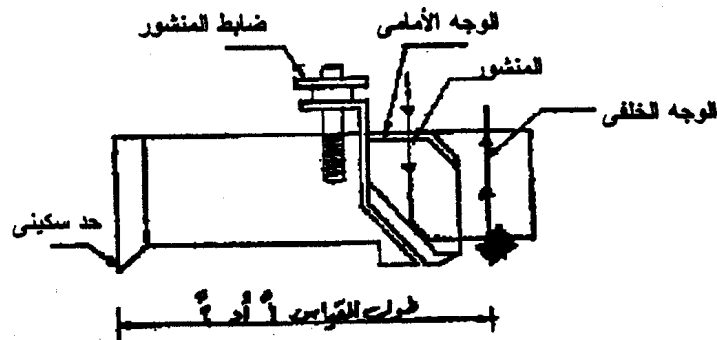
- إن فكرة هذه النوعية من المقاييس هو تكبير قيمة التشكل الحادث بطريقة ضوئية حيث يتكون جهاز قياس الإنفعال الضوئى من أنوع ميكانيكية ومرايا وعدسات ضوئية ، حيث يثبت السطح العاكس للضوء وهو المرآة مرتكزاً على ذراع مركب على طول القياس بالجسم المختبر . فإذا ما حدث تشكل فى طول القياس فإن ذلك يتسبب عنه دوران للسطح العاكس للضوء . فإذا ما تم إرسال أشعة ضوئية لتسقط على السطح العاكس (المرآة) فإنها ترتد على مقياس مدرج بالجهاز وعليه فإن مقدار حركة الأشعة نتيجة دوران السطح العاكس التى يبينها المقياس المدرج تعبر عن التشكل فى طول القياس أى تمثل قيمة ذلك التشكل مكبراً عن طريق الطريقة الضوئية بإستخدام مرآة أو مرآة ومنشورات ، وعادة ما يستخدم تلسكوب لتوضيح القراءة المكبرة .
- هذا وتجدر الإشارة إلى أن أجهزة القياس الضوئية تعتبر من الأجهزة الدقيقة ذات الحساسية العالية ، ومن أمثلة مقاييس الإنفعال الضوئية المقياس ذو المرآة الواحدة مثل جهاز مارتن (Martin's Extensometer) المبين بالشكل (١٢-٧) أو المقياس ذو المرأتين لتجنب الأخطاء الناتجة عن الحركة النسبية لأجهزة القياس ومعدات الاختبار وأيضاً المقياس ذو الثلاث مرايا مثل مقياس تكرمان (Tuckerman Gage) شكل (١٢-٨)، (١٢-٩) وهو مقياس أكثر دقة وسهل التشغيل من المقياس ذو المرأتين .



شكل (٧-١٢) Marten extensometer مقياس الإستطالة لمارتن

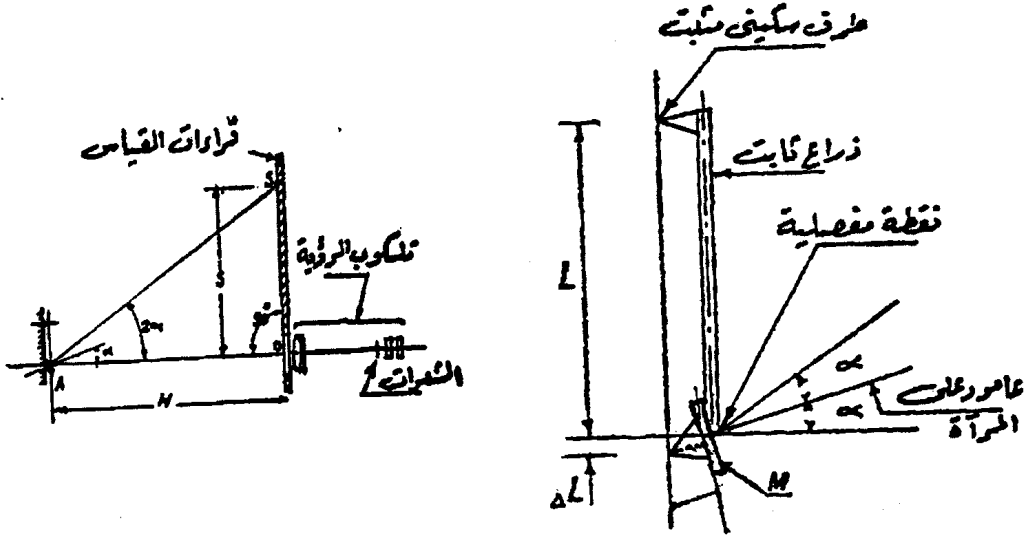


شكل (٨-١٢) Tuckerman Optical Strain Gage مقياس الإفعال الضوئي لتكرمان



شكل (٩-١٢) مقياس تكرمان للإفعال

- هذا ويبين الشكل (١٠-١٢) فكرة تكبير التشكل الطولى باستخدام جهاز مارتن ذو المرآة للوحدة حيث المرآة (M) مثبتته على مرتكز ذو حافة أو حد سكينى (Knife Edge) ويرتكز هذا الحد السكينى على أحد نهايتيه طول القياس (ℓ) كما هو مبين بالشكل . ويثبت هذا المرتكز ذو الحد السكينى بذراع ثابت طرفه الآخر يرتكز على الجسم المختبر عند النهاية الأخرى لطول القياس عن طريق حد سكينى آخر ثابت .



شكل (١٠-١٢) مقياس الإنفعال الضوئى ذو المرآة الواحدة

- فإذا ما حمل الجهاز المختبر وحدث نتيجة لذلك زيادة فى الطول أى تغيير بالإستطالة لطول القياس (ℓ) مقداره ($\Delta \ell$) فإن ذلك يتبعه دوران للمرتكز السكينى المثبت مفصلياً بالذراع الذى يحمل ويحتوى المرآة (M) وبالتالي يحدث دوران للسطح العاكس وهو المرآة بزاوية معينة وباستخدام تلسكوب ليحدد قراءات مقياس الجهاز فإن الفرق بين قراءتى المقياس نتيجة تغيير إنعكاس الأشعة تعبر عن مدى دوران المرآة المصاحب والنتاج من التشكل الحادث فى طول القياس مكبراً والذى يتوقف على ذلك على مسافة بعد التلسكوب من المرآة (البعد H). وبذلك يمكن تقدير قيمة معامل التكبير فى هذه الحالة

$$\text{معامل التكبير} = \frac{\text{فرق قراءة المقياس (S)}}{\text{قيمة التغير فى طول القياس } (\Delta \ell)}$$

$$\text{(باعتبار } \alpha \text{ صغيرة جداً)} \quad \frac{2H}{r} = \frac{H \tan 2\alpha}{r \sin \alpha} =$$

حيث : (S) فرق قراءة القياس

: $(\Delta \ell)$ قيمة للتغير في طول القياس

: (ℓ) طول القياس

: (H) قيمة مسافة التلسكوب من الجهاز

: (r) بعد السطح العاكس للضوء عن سطح الجسم المختبر

: (α) زاوية دوران السطح العاكس للضوء

١٢-٢-٣ مقاييس الإنفعال الكهربائية Electrical Strain Gages

• توجد ثلاثة أنواع من هذه النوعية من مقاييس الإنفعال الكهربائية هي :

أ- مقاييس الإنفعال بالمحاثية الكهربائية Electrical Inductance Strain Gages

ب- مقاييس الإنفعال بالسعة الكهربائية Electrical Capacitance Strain Gages

ج- مقاييس الإنفعال بالمقاومة الكهربائية Electrical Resistance Strain Gages

• إن أكثر الأنواع شيوعاً وإستخداماً هو النوع الثالث وذلك لسهولة إستعماله وملائمته لظروف التحميل المختلفة ، أما النوعين الأول والثاني فإستعمالهما محدد وذلك لوجود صعوبات تتمثل في كبر حجم المقياس وصعوبة التشغيل وأن التناسب بين كل من المحاثية والسعة الكهربائية والإنفعال المتولد ينحصر في مدى صغير نسبياً . لذلك سوف ينحصر التركيز هنا على النوع الثالث فقط لمزاياه العديدة .

١٢-٢-٣-ج مقاييس الإنفعال بالمقاومة الكهربائية :

وهناك نوعان من هذا النوع من المقاييس هما :

i. مقياس إنفعال غير متماسك مع الجسم المختبر Unbonded Strain Gage :

• إن فكرة هذا المقياس تعتمد على أن التغير في المقاومة الكهربائية لسلك ما من الصلب هو نتيجة مباشرة لتغيير الشد فيه مثل مقياس كارلسون (Carlson Gage) المبين بالشكل (١١-١٢)

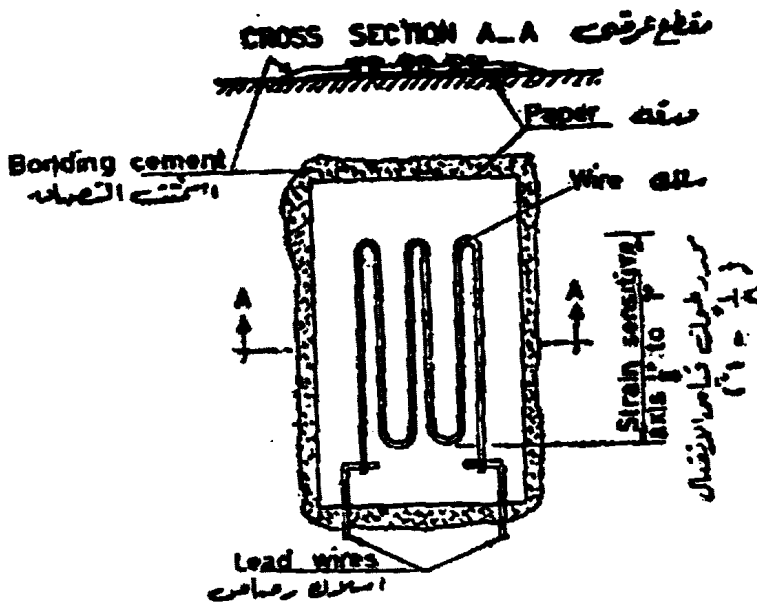


شكل (١١-١٢) مقياس كارلسون

- وقد أنشأ كارلسون هذا المقياس سنة ١٩٣٥ وذلك عن طريق لف سلك في صورة ثلاثة لفات ، الأول منها عبارة عن ملف لا يتأثر بحركة المقياس والآخرين يتغير مقدار الشد فيها بحركة المقياس تغييراً عكسياً في كل منها . فمثلاً لحركة معينة للمقياس يزيد الشد في أحد الملفين بينما ينقص في الملف الثاني . ويتم قياس التغير في المقاومة عن طريق قياسه بدائرة هويتسون الذي يعبر ويعطى دلالة على قيمة الإنفعال الذي حدث به .
- هذا ويعتبر الإستعمال الرئيسى لمثل هذا النوع من المقاييس هو قياس الإنفعالات داخل المنشآت الخرسانية وقياس إزاحات البلاطات الخرسانية عند الوصلات وكذلك إنفعالات الإنكماش .

ii. مقياس الإنفعال السلكى مع الجسم المختبر Bonded Wire Strain Gage :

- يبين الشكل (١٢-١٢) رسم توضيحي لمقياس الإنفعال بالمقاومة الكهربائية (Electrical Resistance Strain Gages) .



SCHEMATIC DRAWING OF BONDED-TYPE SR-6
ELECTRIC STRAIN GAGE.

شكل (١٢-١٢) رسم توضيحي لمقياس الإنفعال الكهربائي

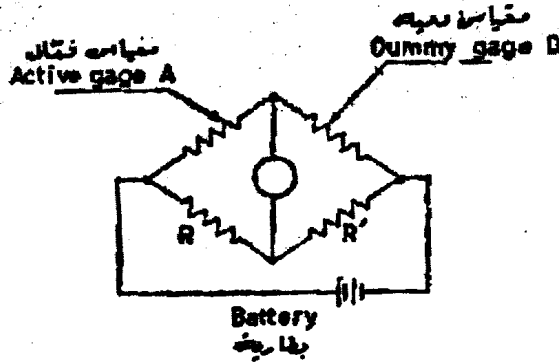
- يتكون هذا المقياس من سلك قصير بشكل معين موضوع بين طبقتين من الورق أو القماش أو البلاستيك ، يتم لصقه على الجسم المختبر لصقاً تاماً بحيث إذا حدث إنفعال بالجسم المختبر فإنه ينتقل تماماً إلى جسم المقياس ويحدث به نفس الإنفعال وهذا الإنفعال في جسم المقياس يتسبب عنه تغيير في المقاومة الكهربائية للسلك [المقاومة الكهربائية لسلك ما تتوقف على نوع مادة السلك وطوله ومقطعه] وعليه فإنه من المعلوم أن أي تغيير في الطول لأي سلك ما مقسوماً على الطول الأصلي له (أي قيمة الإنفعال الحادث في السلك) يتناسب مع قيمة التغيير في المقاومة الكهربائية للسلك نتيجة تغيير طوله أي مقطعه المستعرض مقسوماً على المقاومة الكهربائية الأصلية للسلك أي أن الإنفعال الحادث يتناسب تناسباً مباشراً مع التغيير في المقاومة الكهربائية .
- أي أن النسبة بين :

$$\frac{\frac{\Delta \ell}{\ell}}{\frac{\Delta R}{R}} = \text{constant} = \text{مقدار ثابت}$$

أى $\frac{\text{التغير فى المقاومة} / \text{المقاومة الأصلية}}{\text{التغير فى الطول} / \text{الطول الأصلي}}$ = مقدراً ثابت وهذا المقدار يسمى بعامل المقياس (Gage Factor)

• هذا ويمكن قياس التغير فى المقاومة وقيم مقاومات السلك باستخدام أجهزة قياس دقيقة مثل البوتنشيو متر (Potentiometer) أو دائرة هويتستون (Wheatstone Bridge) أو جلفانومتر حساس أو مبين إنفعال إلكترونى (Electronic Strain Indicator) أو مسجل تخطيطى (Graphic Recorder) أو مرسم نبضات (Oscillograph) فى حالة الأحمال الديناميكية .

• فإذا ما كانت المقاومة الكهربائية بسلك الجهاز معروفة ولتكن (R) مثلاً ثم بعد تحميل الجهاز المختبر وحدث إنفعال ما به فإنه سوف تتغير مقاومته والتي يمكن قياسها ولتكن (R_1) وذلك باستخدام دائرة هويتستون شكل (١٢-١٣) وعليه يمكن حساب مقدار التغير فى مقاومة السلك (ΔR) الناجمة عن الإنفعال الحادث ، فإذا كان الثابت الخاص بالجهاز والذي يسمى بعامل المقياس (Gage Factor) معلوم وغالباً ما يعطيه المنتج صانع المقياس ومكتوب على الغلاف .



WHEATSTONE - BRIDGE HOOKUP

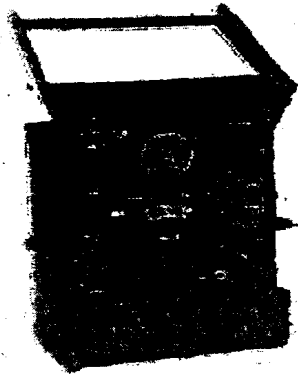
شكل (١٢-١٣) دائرة هويتستون

وعلى ذلك يمكن حساب قيمة الإنفعال كالاتى :-

$$\begin{aligned} \text{strain} &= \frac{\Delta \ell}{\ell} = \frac{R_1 - R}{R} \times \text{gage factor} \\ &= \frac{\Delta R}{R} \times \text{gage factor (G.F)} \end{aligned}$$

$$= \Delta R \times (G.F./R) = \Delta R \times (\text{ثابت الجهاز المستخدم})$$

- هذا وتجدر الإشارة إلى أنه يوجد جهاز مساعد يتصل بالدائرة للكهربية مباشرة ويسمى مبین الإنفعال (Strain Indicator) كما هو مبين بالشكل (١٢-١٤) حيث بواسطة هذا الجهاز يحدد قيمة مقاومة السلك الأصلية (R) وبعد التحميل (R_1) مضروبة في ثابت الجهاز وهو ($G.F./R$) أى أن بأخذ قراءتين على جهاز مبین الإنفعال قراءة قبل بدء تحميل الجهاز المختبر والتي تساوى $R \times (G.F./R)$ وقراءة بعد التحميل والتي تساوى $R_1 \times (G.F./R)$ وفرق القراءتين يعطى مباشرة قيمة الإنفعال الناتج من تأثير التحميل أى أن قيمة الإنفعال = $\Delta R \times (G.F./R) = (R_1 - R) \times (G.F./R)$.
- هذا وقد تم إنتشار هذه الأجهزة دورياً وتنوعت حالياً حيث أنها تتمتع بالميزات التالية :



شكل (١٢-١٤) الجهاز المبین للإنفعال

* مميزات أجهزة قياس الإنفعال بالمقاومة الكهربائية :

Advantages of Electrical Resistant Strain Gages :

- ١- صغر حجم هذه الأجهزة بمقاسات أقل من طابع البريد وبطول قياس للسلك يتراوح ما بين ١,٥ مم إلى ٢,٥ مم لقياس الإنفعال في المواد المتجانسة وبطول يصل إلى حوالي ١٠ سم لقياس الإنفعال في المواد الغير متجانسة ، وبذلك يمكن إستخدام هذه النوعية من المقاييس لقياس الإنفعال على أجزاء الماكينات الدقيقة المختلفة التي لا يمكن لها إستخدام أجهزة قياس الإنفعال للميكانيكية أو الضوئية بالعضافة إلى قياس الإنفعال للمواد والمنشآت الخرسانية .

١- إمكانية قياس الإنفعال مباشرة من قياس للشكل الطولى لجسم مختبر .

٣- سهولة إستعمال هذه النوعية من المقاييس عن طريق لصقها على الجسم المختبر على الأسطح الغير مستوية التى لا تسمح بتركيب الأجهزة الميكانيكية أو الضوئية عليها بالإضافة إلى سهولة تحديد وتقدير قيمة الإفعال مباشرة بأخذ القراءات مباشرة على مقياس موجود بجهاز مبين الإفعال .

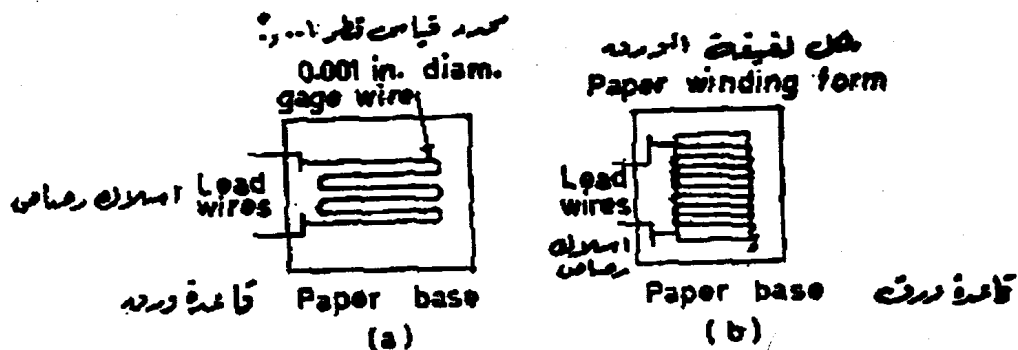
٤- الدقة والحساسية العالية لقياس قيم الإفعال حيث يمكن لهذه الأجهزة بيان الإفعال حتى 10^{-6} مم / مم وهذه الدقة لا تصل إليها الأجهزة الميكانيكية والضوئية .

٥- يمكن عن طريق هذه الأجهزة ليس فقط قياس الإفعالات الإستاتيكية ولكن أيضاً يمكن قياس الإفعال نتيجة للتأثير الديناميكي على المنشآت والمكينات وعينات الإختبار أى قياس الإفعال الديناميكي (Dynamic Strain) .

١٢-٢-٣- مكونات مقاييس الإفعال ذات سلك المقاومة الكهربائية وطرق إستخدامها فى قياس الإفعالات بها :

Components of Electric Resistante wire Strain Gages :

• يتكون مقياس الإفعال ذو سلك المقاومة الكهربائية من سلك على هيئة شبكة (Grid) تأخذ أشكالاً مختلفة كما هو مبين بالشكل (١٢-١٥)، (١٢-١٦) .



(a) BONDED - WIRE STRAIN - GAGE FLAT GRID.
(b) BONDED - WIRE STRAIN - GAGE HELICAL COIL.

(أ) مقياس الإفعال السلكى المتصق ، شبكته مستوية
(ب) مقياس الإفعال السلكى المتصق ، ملف لولبي

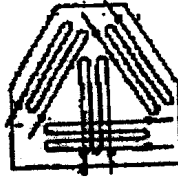
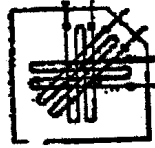
شكل (١٢-١٥)

A. General Purpose Gage

مقياس للأغراض العامة

B. Two-element Rosette Gage

مقياس على شكل وردة من جزئين



C. 45-degree rosette gage comprised of three gages Similar to that in A

مقياس على شكل وردة ٤٥° مكونة من

ثلاث مقاييس مشابهة للحالة أ

D. 60 degree rosette gage

مقياس على شكل وردة ٦٠°

PRINCIPAL TYPES OF ELECTRIC RESISTANCE-WIRE STRAIN GAGES

الأنواع الرئيسية لمقاييس الإنفعال ذات سلك المقاومة الكهربائية

شكل (١٦-١٢)

- وهذه الشبكة من السلك توضع بين ورق رقيق جداً أو قماش رقيق أو بلاستيك ويتراوح طول المقياس بين ١,٥ إلى ١٥٠ مم ، ولحماية شبكة السلك أثناء الإستعمال من إختلاف درجات الحرارة يوضع غطاء من اللباد فوق المقياس في معظم الأحوال ، وتنتهى الشبكة بطرفي توصيل لتوصيلها بدائرة للقياس الخارجية . ويلاحظ أن مساحة مقطع أطراف التوصيل أكبر بكثير من مساحة مقطع سلك الشبكة حتى يمكن لحامها بدائرة القياس بسهولة . وفى نفس الوقت تكون مقاومتها صغيرة بالنسبة لمقاومة الشبكة بدرجة يمكن معها إهمالها .

- توجد مواد متعددة يمكن إستخدامها فى أسلاك الشبكة منها مادتان شائعتان هما سبيكة من النحاس والنيكل ولهذه السبيكة عامل مقياس معين .

* المادة اللاصقة للمقياس على سطح الجسم المختبر :

Adhesive Material Used in Bonding Strain Gage on Tested Body :

- هناك مجموعتان أساسيتان من هذه المواد هما :
- ١- نيتروسليلوز (Nitrocellulose Cement) .

٢- راتنج الفينول (Phenol Resins) وهذه تصلح للإختبارات عند درجات حرارة عالية .

- هذا ويلزم أن تكون المادة اللاصقة ذات أثر فعال بعد تثبيت المقياس بها وجفافها فى مدة حوالى من ٢٤ - ٤٨ ساعة .

* طريقة لصق المقياس على عينات الإختبار :

Method of bonding Strain Gage on Tested Specimens :

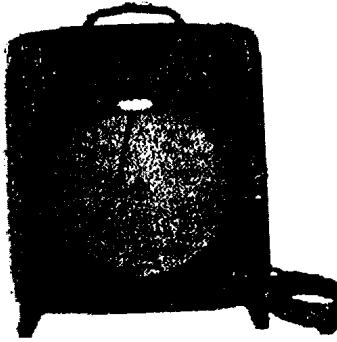
- قبل البدء فى لصق المقياس على عينة الإختبار يجب أن يكون السطح خالياً تماماً من أى دهان أو صدأ أو طلاء ، وبعد التأكد من نظافة السطح ينعم السطح بإتخدام صنفرة متوسطة الخشونة ، وإذا كان السطح ناعماً جداً أو مصقولاً فيجب تخشنيه بصنفرة متوسطة الخشونة أيضاً - يلى ذلك تنظيف السطح بقطعة من القطن المبلل بالأسيتون أو الكحول أو رابع كلوريد الكربون .
- بعد التنظيف يجب مراعاة المحافظة على بقاء السطح نظيف إلى أن يتم تركيب وتثبيت ولصق المقياس مع الإحتراس من ملامسته .
- يتم طلاء الوجه الأسفل من المقياس وكذلك السطح المختبر بالمادة اللاصقة المناسبة ثم تثبيت المقياس ونضغط على سطحه العلوى بأصبع الإبهام حتى تخرج المادة اللاصقة الأزيد من اللزيم ، ثم يتم وضع ثقل أو قوة ضاغطة مقدارها واحد باوند على بعض أنواع المقاييس وتترك حتى تجف المادة اللاصقة حيث تتراوح المدة اللازمة للجفاف ما بين ٢٤ و ٤٨ ساعة ، فى بعض الحالات التى تتطلب جفافاً أسرع من ذلك يترك المقياس والسطح المختبر ليجف لمدة ساعتين فى درجة حرارة المعمل ثم يجفف بعد ذلك بالتدريج عند درجات حرارة أعلى لا تتعدى ٩٠° م وذلك لمدة خمسة ساعات ، هذا وإذا كان يخشى من تأثير الرطوبة أو إذا كان الإختبار سيتم إجراؤه تحت سطح الماء ، فيجب فى هذه الحالة تغطية المقياس بمادة عازلة للماء كالشمع مثلاً .
- هذا وتجدر الإشارة إلى أنه يجب حماية مقياس الإنفعال من الرطوبة حيث أن ذلك ذو أهمية خاصة لأن الرطوبة تغير من أبعاد المصق وبذلك تغير المقاومة الكهربائية بسبب الإنفعالات التى تنتج على السلك ، كما تسبب الرطوبة الصدأ للكيميائى للسلك نتيجة للتحليل الكهربائى مما يتسبب فى إرتفاع المقاومة الكهربائية للمقياس وبالتالي عدم صحة قراءتها وقيمة الإنفعال المقاس .

- هذا وبعد جفاف المقياس يتم لحام أطراف التوصيل بدائرة المقياس الخارجية مع ضرورة ربط أطراف التوصيل بعناية لتجنب أى تحميل غير مرغوب فيه على سلك المقياس ويستعمل لهذا الغرض شريط لاصق .
- يتم مراجعة المقاومة الكهربائية للمقياس باستخدام أوميتر وذلك للتحقق من قيمة المقاومة للمعطاء بواسطة الصانع ويجب ألا تتغير قيمة المقاومة بأكثر من ١ % من القيمة المكتوبة على المقياس وإلا فيجب تغيير المقياس بأخر .

١٢-٣ طرق قياس الانفعالات : Methods of Measuring Strains

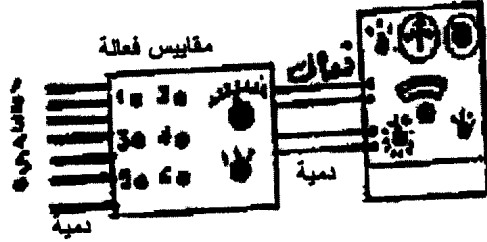
١٢-٣-أ طريقة قياس الإنفعال الإستاتيكي Methods of Measuring Static Strain

- ويقاس الإنفعال الإستاتيكي باستخدام جهاز بيان الإنفعال (المحتوى على دائرة هويستون لموازنة المقاومة الكهربائية) وبالطريقة السابق بيانها ولكن يحسن عند الإختبار توصيل المقياس بعد لصقه على الجسم بأحد ذراعى الدائرة ويسمى المقياس الفعّال (Active Gage) وتوصيل مقياس آخر ملصوق على عينه من نفس معدن الجسم وغير معرضه لأى تحميل بالذراع الأخر للدائرة ويسمى المقياس الدمية (Dummy Gage) شكل (١٢-١٣) حتى يمكن إزالة تأثير الحرارة الجوية على قراءات وذلك بإجراء التعادل لتغير المقاومة فى المقياس الفعّال الناتجة من الحرارة مع نفس التغير فى المقاومة الحادث فى المقاومة الدمية حتى تكون القراءة على جهاز بيان الإنفعال تعبر عن التغير فى المقاومة للمقياس الفعّال نتيجة للتحميل فقط ، ويمكن قياس الإنفعال فى أكثر من مكان بالجسم المختبر باستخدام أكثر من مقياس تلتصق فى تلك الأماكن وتوصل بجهاز مساعد يسمى وحدة الموازنة والتحويل (Balancing & Switching Unit) والتي تتصل بدورها بجهاز بيان الإنفعال (Strain Indicator) كما يتبين من الشكل (١٢-١٧) حيث يمكن أخذ قراءة مقياس واحد فقط التي توصله وحدة التحويل إلى جهاز بيان الإنفعال ، وبتغيير التحويل من مقياس إلى آخر يمكن الحصول على قراءات المقاومة للكهربائية قبل التحميل لكل المقاييس وكذلك على القراءات بعد التحميل ومنها بحسب الإنفعال (الفرق بين قراءتى كل مقياس فى جميع نقط الجسم المختبر) .
- ويمكن تسجيل قيم الإنفعال باستخدام الجهاز المسجل (Recorder) شكل (١٢-١٨) بعد توصيله بجهاز بيان الإنفعال .



جهاز المسجل للإنفعال

شكل (١٢-١٨)



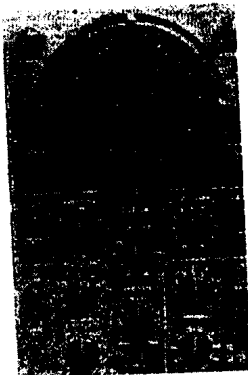
جهاز بيان إنفعال وحدة الموازنة والتحميل

قياس الإنفعال الإستاتيكي

شكل (١٢-١٧)

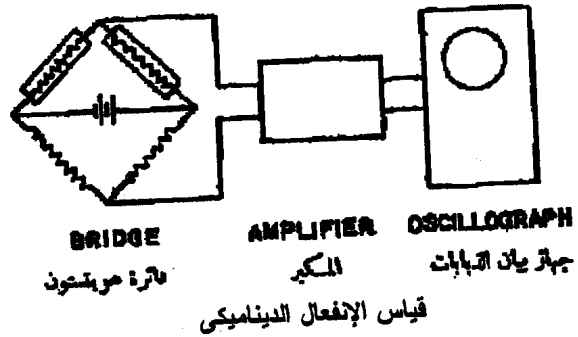
١٢-٣-ب طريقة قياس الإنفعال الديناميكي: Methods of Measuring Dynamic Strain

- ويقاس الإنفعال الديناميكي بنفس الطريقة سالفة الذكر - ولكن بإستخدام دائرة هويستون يتبعها مكبر (Amplifier) كما فى الشكل (١٢-١٩) ليكبر التغير فى المقاومة ثم يلى المكبر جهاز بيان النبضات المبين فى شكل (١٢-٢٠) Cathode Ray (Oscillograph) والذى يحل محل الجلفانومتر (Galvanometer) فى حالة الإنفعال الإستاتيكي حيث يبين هذا الجهاز الإشارة الكهربائية الناتجة من الإنفعال الميكانيكى والتي تعبر عنه .



قياس بيان النبضات

شكل (١٢-٢٠)



شكل (١٢-١٩)

- 1 **Structural Mechanics : by Prof. Dr. Michel Bakhoun Vol. II . Egypt 1992 .**
 - 2 **Strength of Materials : by R. Kinasoshvili, Translated from the Russian by M. Konyaev, Mir Publishers, Moscow 1972 .**
 - 3 **Strength of Materials : by V. Feodosyev, Translated from the Russian by M. Konyaev, Mir Publishers, Moscow 1968 .**
 - 4 **Strength and Testing of Engineering Materials : by Dr. Yahia Kabil and Dr. Wafik El Bishlawy . Egypt 1968 .**
 - 5 **Mechanical Properties of Engineering Materials : by J. Marin, Printice Hall. N.Y. U.S.A.**
 - 6 **An Introduction to Experimental Stress Analysis : by G. H. Lee, John Wiley & Sons. N.Y. U.S.A .**
 - 7 **Text Book of Engineering Materials : by M. Nord, John Wiley & Sons.**
 - 8 **Materials for Engineers : by Kempster, English Universities Press. London .**
 - 9 **Testing and Inspection of Engineering Materials : by Davis, Troxell & Wiskocil, Mc. Graw Hill Com., N.Y. U.S.A .**
 - 10 **Srenghth & Resistance of Materials : by Lesels, John Wiley & Sons, N.Y. U.S.A .**
 - 11 **Materials Testing : by Gilky, Murphy and Bergman Mc. Graw Hill, N.Y. U.S.A .**
 - 12 **Strength of Materials : by Singer, Harper international student reprint, N.Y. U.S.A .**
 - 13 **Engineering Materials : White, Mc. Graw Hill, U.S.A .**
١٤. المواد الهندسية مقاومتها وإختبارها (الجزء الأول والثاني) أ.د. عبد الكريم محمد عطا ، أ.د. أحمد على العريان - جمهورية مصر العربية .
١٥. مقاومة وإختبار المواد (الجزء الأول والثاني) أ.د. إبراهيم على الدرويش - جمهورية مصر العربية .
١٦. الموصفات القياسية المصرية - الهيئة المصرية للتوحيد القياسى وزارة الصناعة - جمهورية مصر العربية .
١٧. مقاومة المواد : أ.د. وجيه محمد الدخاوى .
١٨. مقاومة المواد المعدنية : أ.د. مصطفى السيد شحاته .
١٩. الكود المصرى لتصميم وتنفيذ المنشآت الخرسانية لعام ٢٠٠٦ .