

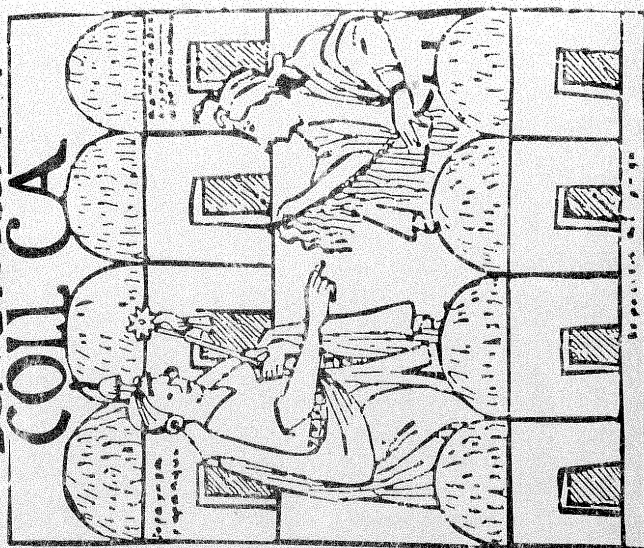
Guillermo Abella Zuasti
Norberto José Giménez Perillo

MATEMÁTICA FINANCIERA

TÉORICO Y
PRÁCTICO

TOMO 1

DEPOCTODELÍNGA
COLL CA



Ediciones IDEAS

EDICIONES



Mercedes 1786
11200 Montevideo

Telefax: 408 6985

E-mail: edideas@adinet.com.uy

Guillermo Abella Zuasti
Norberto José Giménez Perillo

CONTENIDO DEL TOMO EN PÁGINAS

1774

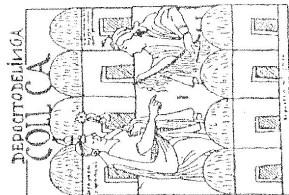
PAGE BLANK PAGE

MATEMÁTICA FINANCIERA

(Teórico y Práctico)

Tomo 1

0000035661



Portada: 000061

*El encargado de los depósitos
usa el quipus
para rendir cuentas al Inca*

Guamán Poma de Ayala - Peruano (1526-1613)
en "Nueva crónica y buen gobierno"

Ediciones IDEAS
2000

Guillermo Abella Zuasti

000061

Norberto José Giménez Perillo

MATEMÁTICA FINANCIERA Teórico y Práctico

(Tomo 1)

*Adaptado a los Programas vigentes en las
Escuelas Superiores de Comercio dependientes del
Consejo de Enseñanza Técnico-Profesional y en el
Segundo Año del Segundo Ciclo de
Enseñanza Secundaria, Orientación Humanística*

260 Ejercicios y problemas discriminados por temas,
con sus soluciones

20 Problemas propuestos en Exámenes, resueltos
detalladamente

50 Problemas propuestos en Exámenes, con sus so-
luciones

EDICIONES



Derechos de autor reservados

Primera edición: **Marzo de 1996**

Segunda edición: **Abril de 2000**

ISBN: De la obra: 9974-627-02-8

De este Tomo: 9974-627-03-6

Depósito legal: 316006 / 2000

Mercedes 1786

11200 Montevideo

Telefax 408 6985

E-mail: edideas@adinet.com.uy

Indice

Prólogo	9	Tema 3 PORCENTAJE	31
Introducción	11	1. Concepto general	31
Tema 1 RAZONES Y PROPORCIONES	13	2. Aplicaciones del cálculo de porcentajes	32
1. Razón o relación	13	2.1. Bonificaciones o rebajas	
1.1. Razones aritméticas		2.2. Recargos	
1.1.1. Propiedades de las razones aritméticas		2.3. Comisiones, corretajes y honorarios	
1.2. Razones geométricas		2.4. Ganancias o pérdidas sobre precios de costo y de venta	
1.2.1. Propiedades de las razones geométricas		3. Impuesto al Valor Agregado ...	35
2. Proporciones	14	3.1. Marco jurídico	
2.1. Proporciones aritméticas		3.2. Aplicaciones	
2.1.1. Propiedades de las proporciones aritméticas		3.2.1. Cálculo del precio de venta al consumidor	
2.1.2. Media diferencial o aritmética		3.2.2. Desglose del IVA	
2.2. Proporciones geométricas		3.2.3. Venta con descuento (con desglose de IVA)	
2.2.1. Propiedades de las proporciones geométricas		3.2.4. Venta con descuento (IVA incluido)	
3. Serie de razones iguales	18	3.2.5. Venta con recargo (con desglose de IVA)	
Práctico N° 1. Razones y proporciones	19	3.2.6. Venta con recargo (IVA incluido)	
Tema 2 REGLA DE TRES	23	4. Tabla para la conversión de porcentajes	38
1. Proporcionalidad	23	Práctico N° 3. Porcentaje	39
1.1. Cantidades variables y constantes		Tema 4 REPARTIMIENTO PROPORCIONAL	
1.2. Concepto de función		1. Reparto proporcional simple ...	43
1.3. Concepto de proporcionalidad		1.1. Diferentes casos de reparto simple	
2. Regla de Tres Simple	23	1.2. Metodología de resolución para cada caso	
2.1. Definición y concepto		2. Reparto proporcional compuesto	46
2.2. Métodos de resolución		2.1. Diferentes casos de reparto compuesto	
3. Regla de Tres Compuesta	25	2.2. Metodología de resolución para cada caso	
3.1. Definición y concepto		3. Regla de sociedades o de compañías	48
3.2. Métodos de resolución		3.1. Diferentes casos de Regla de Sociedades	
Práctico N° 2. Regla de Tres	27	3.2. Ejemplos de resolución para cada caso	
		Práctico N° 4. Reparto Proporcional y Regla de Compañías	50

Tema 5

TIPOS DE CAMBIO

1. Definiciones 55
 2. Negociación de moneda 55
 3. Ejemplos de operaciones de cambio 55
- Práctico N° 5. Tipos de cambio... 57

Tema 6

PROGRESIONES

1. Sucesiones 59
2. Progresiones aritméticas 59
 - 2.1. Término general
 - 2.2. Fórmulas derivadas
 - 2.2.1. Cálculo del último término
 - 2.2.2. Cálculo del primer término
 - 2.2.3. Cálculo de la razón
 - 2.2.4. Cálculo de la cantidad de términos

- 2.3. Suma de términos consecutivos
- 2.4. Suma de términos simétricos
- 2.5. Valor del término central
- 2.6. Interpolación de medios diferenciales

3. Progresiones geométricas 63

- 3.1. Término general
- 3.2. Fórmulas derivadas
 - 3.2.1. Cálculo del último término
 - 3.2.2. Cálculo del primer término
 - 3.2.3. Cálculo de la razón
 - 3.2.4. Cálculo de la cantidad de términos
- 3.3. Suma de términos consecutivos
- 3.4. Suma de términos de una progresión infinita decreciente
- 3.5. Producto de términos simétricos
- 3.6. Valor del término central
- 3.7. Producto de términos consecutivos
- 3.8. Interpolación de medios proporcionales

Práctico N° 6. Progresiones 71

Tema 7

INTERÉS SIMPLE

1. Algunas definiciones de diferentes autores 75
 2. Concepto y características del régimen de interés simple 75
 3. Elementos intervinientes 76
 4. Deducción de fórmulas de cálculo 76
 - 4.1. Cálculo de intereses
 - 4.2. Fórmulas derivadas
 - 4.3. Capital inicial en función del monto
 - 4.4. Método abreviado de cálculo de intereses
 - 4.5. Empleo de tasas proporcionales
- Práctico N° 7. Interés Simple ... 80

20 PROBLEMAS DE EXAMEN RESUELTOS DETALLADAMENTE 83

50 PROBLEMAS PROPUESTOS EN EXÁMENES 97

SOLUCIONES PARA LOS PROBLEMAS PROPUESTOS 101

Contenido del Tomo 2

- INTERÉS COMPUESTO
- TASAS DE INTERÉS
- DESCUENTO COMERCIAL Y RACIONAL
- VENCIMIENTO COMÚN Y MEDIO
- ANUALIDADES DE CAPITALIZACIÓN
- ANUALIDADES DE AMORTIZACIÓN

Prólogo de la Primera Edición

La presente y primera edición de este trabajo, contiene el desarrollo, punto por punto, del programa de Matemática Financiera, vigente en las Escuelas Superiores de Comercio dependientes del Consejo de Enseñanza Técnico Profesional. Se corresponde también con temas exigidos por el Programa de Matemática para Segundo Año del Segundo Ciclo en la Orientación Humanística.

En nuestra común trayectoria en el dictado de esta materia, no hemos encontrado una publicación nacional que compendiarla la teoría y la práctica del curso, en forma directamente aplicable a la realidad de la enseñanza comercial en nuestro medio, siendo testigos de las interminables horas insumidas por nuestros colegas en la preparación de apuntes o repartidos de práctica y los inconvenientes que enfrentan nuestros alumnos en su afán de superación.

Por lo tanto, nuestra única y final intención ha sido recopilar y ordenar, todo aquello que estaba diseminado en distintas publicaciones y apuntes personales, para ponerlo a disposición de nuestros colegas y fundamentalmente de los alumnos. No hemos inventado nada, sólo ordenamos.

El escaso tiempo disponible para publicar esta primera edición al inicio del año lectivo 1996, nos puede haber hecho incurrir en involuntarios errores u omisiones, por lo tanto agradecemos anticipadamente la benevolencia que tengan para juzgarnos y disculpar los posibles errores, que con nuestro aporte, nos comprometemos a subsanar en futuras presentaciones.

Esta circunstancia de tiempo, obligó a quienes realizaron la tarea de diagramación e impresión, a trabajar con una rapidez y dedicación que los honra en su actividad. Para ellos nuestro reconocimiento, porque su eficaz colaboración permitió cumplir con la finalidad de no dejar a los alumnos sin texto.*

Debemos también reconocer el apoyo, siempre positivo, que hemos recibido de nuestros colegas docentes, de la Dirección de la Escuela en que ambos cumplimos funciones y de la Inspección de la Materia, para ordenar este modesto aporte a la enseñanza nacional.

Por último, llevamos a conocimiento de nuestros lectores, que hemos instrumentado la obra en dos tomos, correspondientes al primer y segundo módulo del programa respectivamente, con la intención de no obligar al alumno a un gasto innecesario.

Gracias,

Los autores

Introducción

El área de la Matemática ocupa un lugar muy importante dentro de la cultura general de individuo. Saber Matemática es una necesidad imperiosa en una sociedad que cada vez se vuelve más compleja y tecnificada, en la cual ya es difícil encontrar ámbitos en los que los conocimientos matemáticos aún no hayan penetrado.

En general puede afirmarse que la mayoría de las personas, encuentran a la Matemática como algo difícil y tormentoso, sintiéndose inseguros ante la resolución de sencillos problemas y no es el conocimiento en sí, o la materia lo que les atormenta, sino que es esa supuesta «incapacidad» en la que se sume el individuo. Por lo tanto, si bien la Matemática es uno de los conocimientos más valorados y necesarios en la sociedad moderna, es a la vez uno de los más inaccesibles para la mayoría de las personas, convirtiéndose de este modo en un importante filtro selectivo en el sistema educativo y en la actividad laboral.

Pero esa «incapacidad», suele ser solamente una inseguridad personal arraigada desde los primeros cursos matemáticos, ya que ciertos individuos que fracasan en actividades propias de esta área, pueden ser por el contrario, altamente competentes en otras situaciones.

El conocimiento matemático no es sólo un producto, sino también un procedimiento sistematizado y lógicamente desarrollado. Tras haber resuelto un problema, se ha aprendido, siendo ésta una de las formas más elevadas del aprendizaje; la solución de problemas se refiere a la capacidad de producir respuestas adecuadas frente a una situación en desequilibrio o incompleta en su información.

Con esta apretada introducción a la temática del programa, pretendemos que nuestros alumnos comprendan la importancia de la materia en el contexto de su actividad y que nuestros colegas reafirmen la conciencia del compromiso que asumen frente a la sociedad, cuando toman a su cargo un grupo de alumnos.

Enseñar esta materia no se puede reducir a dictar apuntes, tomar orales y calificar escritos; se debe establecer una corriente de comunicación en la cual se transmitan conocimientos y se reciba la certeza de un aprendizaje positivo y duradero. De la misma manera que el alumno, no puede pretender conocimientos limitándose a ser un mudo testigo de las disertaciones docentes o un indiferente lector de los textos.

1. RAZÓN O RELACIÓN

Razón o relación es el resultado de comparar dos cantidades. Esta comparación puede hacerse de dos maneras:

- hallando en cuánto excede una a la otra, es decir *restándolas*, o
- hallando cuántas veces contiene una a la otra, es decir *dividiéndolas*.

De aquí que existan dos clases de razones: **razón aritmética** o por diferencia y **razón geométrica** o por cociente.

1.1. RAZONES ARITMÉTICAS

La cantidad que se compara se llama **antecedente** y aquella con la cual se compara, toma el nombre de **consecuente**.

Ejemplo: $6 - 4 = 2$

En este caso: **6** es el antecedente,

4 es el consecuente y

2 es la razón aritmética.

1.1.1. Propiedades de las razones aritméticas

Como se trata ni más ni menos que de una resta, sus propiedades serán las correspondientes a la operación aritmética *resta* o *diferencia*:

- a) Si al antecedente se le suma o resta un número, la razón queda aumentada o disminuida en esa cantidad.
- b) Si al consecuente se le suma o resta un número, la razón queda disminuida —en el primer caso— y aumentada —en el segundo— en esa cantidad.
- c) Si al antecedente y al consecuente se les suma o resta un mismo número —a ambos— la razón no varía.

1.2. RAZONES GEOMÉTRICAS

Como se trata del cociente indicado entre dos cantidades, se podrá expresar tanto en forma de cociente como de fracción.

Ejemplo: $15 : 5 = 3$ ó $\frac{15}{5} = 3$

En este caso: **15** es el antecedente,

5 es el consecuente y

3 es la razón geométrica.

1.2.1. Propiedades de las razones geométricas

Son las correspondientes a las propiedades de las fracciones:

- Si el antecedente se multiplica o divide por un número, la razón queda multiplicada o dividida por ese mismo número.
- Si el consecuente se multiplica o divide por un número, la razón queda dividida en el primer caso y multiplicada en el segundo, por ese número.
- Si el antecedente y el consecuente se multiplican o dividen —ambos— por un mismo número, la razón no varía.

2. PROPORCIONES

Se llama proporción a la igualdad planteada entre dos razones.

2.1. PROPORCIONES ARITMÉTICAS

Equidiferencia o **proporción aritmética** es la igualdad entre dos razones aritméticas.

Este tipo de proporción se expresa así:



$$a - b = c - d$$

y se debe leer: "**a** es a **b** como **c** es a **d**".

El primer y cuarto términos (**a** y **d**) se llaman **extremos**, mientras que el segundo y tercero (**b** y **c**) reciben el nombre de **medios**.

Aquella proporción cuyos medios sean diferentes se llama **discreta**, mientras que si los medios están representados por un mismo número se le llamará **continua**.

Ejemplos: $20 - 5 = 21 - 6$ es una proporción discreta y
 $10 - 8 = 8 - 6$ es una proporción continua.

2.1.1. Propiedades de las proporciones aritméticas

a) Propiedad fundamental: *En toda equidiferencia, la suma de los extremos es igual a la suma de los medios.*

Hipótesis: $a - b = c - d$

Tesis: $a + d = b + c$

Demostración: Sumando a los dos miembros de la proporción, un extremo y un medio, tendremos:

$$a - \cancel{b} + \cancel{b} + d = c - \cancel{d} + b + \cancel{d}$$

$$\Rightarrow a + d = c + b \quad (\text{LQD}^*)$$

b) *En toda equidiferencia, un extremo es igual a la suma de los medios, menos el otro extremo.*

Hipótesis: $a - b = c - d$

Tesis: $a = b + c - d$

Demostración: Ya sabemos que $a + d = b + c$ y restando **d** en ambos miembros resulta:

$$a + \cancel{d} - \cancel{d} = b + c - d$$

$$\Rightarrow a = b + c - d \quad (\text{LQD})$$

2.1.2. Media diferencial o aritmética

Es cada uno de los términos medios en una proporción continua.

Teorema: *La media diferencial es igual a la semisuma de los extremos.*

Hipótesis: $a - b = b - c$

$$\text{Tesis: } b = \frac{a + c}{2}$$

Demostración: Sabemos que: $a + c = b + b$

O sea: $a + c = 2 \cdot b$

$$\text{Por lo tanto: } \Rightarrow b = \frac{a + c}{2} \quad (\text{LQD})$$

* LQD = Lo que queríamos demostrar

2.2. PROPORCIONES GEOMÉTRICAS

Se llama así a la igualdad planteada entre dos razones geométricas. Estas proporciones se pueden expresar de dos maneras:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

o bien:

$$a : b :: c : d$$

y se debe leer: "**a** es a **b** como **c** es a **d**".

El primer y cuarto términos (**a** y **d**) se llaman **extremos**, mientras que el segundo y tercero (**b** y **c**) se denominan **medios**.

La proporción que tiene los medios iguales se llama **continua**, pero si esos medios son números diferentes, la proporción se llama **discreta** o **discontinua**.

Llamaremos: *cuarta proporcional* a cada uno de los términos de una proporción discontinua;

media proporcional a cada uno de los medios de una proporción continua y,

a sus extremos, *tercias proporcionales*.

La igualdad establecida entre más de dos razones no se llama proporción sino **serie de razones iguales**.

2.2.1. Propiedades de las proporciones geométricas

a) Propiedad fundamental: *En toda proporción geométrica, el producto de los extremos es igual al producto de los medios.*

Hipótesis: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Tesis: $a \cdot d = c \cdot b$

Demostración: Multiplicamos ambos miembros de la hipótesis por el producto de un medio y un extremo.

Entonces: $\frac{a}{b} \cdot b \cdot d = \frac{c}{d} \cdot b \cdot d$

De donde: $a \cdot d = c \cdot b$ (LQDD)

b) Si dos proporciones geométricas tienen una razón común, las otras dos razones también forman una proporción.

Hipótesis: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ y $\frac{m}{n} = \frac{c}{d}$

Tesis: $\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$

Demostración: Aplicando la transitividad de las igualdades, queda demostrada la tesis.

c) En toda proporción geométrica, la suma o diferencia de los dos primeros términos es al segundo, como la suma o diferencia de los dos últimos es al cuarto.

Hipótesis: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Tesis: $\frac{a \pm b}{b} = \frac{c \pm d}{d}$

Demostración: Sumando o restando **1** a cada razón,

por ejemplo: $\frac{a}{b} + 1 = \frac{c}{d} + 1$

y operando, resulta: $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ (LQDD)

¡Inténtelo usted con la resta!!.

d) En toda proporción geométrica, la suma de los dos primeros términos es a la suma de los dos últimos, como la diferencia de los dos primeros es a la diferencia de los dos últimos.

Hipótesis: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Tesis: $\frac{a+b}{c+d} = \frac{a-b}{c-d}$

Demostración: Según la propiedad demostrada en c), tendremos:

$$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} \text{ y } \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$$

$$\frac{a+b}{c+d} = \frac{b}{d} \text{ y } \frac{a-b}{c-d} = \frac{b}{d}$$

Según la propiedad demostrada en b), al tener ambas proporciones una razón común:

$$\frac{a+b}{c+d} = \frac{a-b}{c-d} \text{ (LQDD)}$$

e) En toda proporción geométrica, la suma de los dos primeros términos es a su diferencia, como la suma de los dos últimos es a su propia diferencia.

Hipótesis: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Tesis: $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$

Demostración: Efectuando transformaciones algebraicas en la propiedad anterior, queda demostrada la presente tesis.

3. SERIE DE RAZONES IGUALES

En una serie de razones iguales, la suma de los antecedentes es a la suma de los consecuentes, como un antecedente cualquiera es a su propio consecuente.

Hipótesis: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = r$

Tesis: $\frac{a+c+e}{b+d+f} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$

Demostración: $\frac{a}{b} = r \rightarrow a = b \cdot r$

$$\frac{c}{d} = r \rightarrow c = d \cdot r$$

$$\frac{e}{f} = r \rightarrow e = f \cdot r$$

Sumando: $a + c + e = r(b + d + f)$

$$\frac{a+c+e}{b+d+f} = r$$

Pero como: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = r$

Resulta:

$$\frac{a+c+e}{b+d+f} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} \quad (\text{LQOD})$$

Práctico N° 1. RAZONES Y PROPORCIONES

(Soluciones en la página 101)

1. Calcular el extremo desconocido - x - en las siguientes proporciones:

a) $\frac{2/5}{1/6} = \frac{3/5}{x}$ b) $\frac{x}{-5/4} = \frac{2/3}{1/12}$ c) $\frac{-2+1/3}{\sqrt{1/4}} = \frac{1/3-1/5}{x}$

d) $\frac{5}{\sqrt{8}} = \frac{10\sqrt{2}}{x}$ e) $\frac{x}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{0,03}$ f) $\frac{x}{0,3-1/2} = \frac{1/6-0,5}{(1-2/3)^2}$

2. Calcular el extremo desconocido - x - en las siguientes proporciones continuas:

a) $\frac{9}{1/3} = \frac{1/3}{x}$ b) $\frac{x}{3/4-0,05} = \frac{3/4-0,05}{1,8-0,4}$ c) $\frac{0,9}{3} = \frac{3}{x}$

d) $\frac{(1-0,2)^2}{0,4} = \frac{0,4}{x}$ e) $\frac{x}{0,6} = \frac{0,6}{1/5}$ f) $\frac{-5/8}{1/2\sqrt{3}} = \frac{1/2\sqrt{3}}{x}$

3. Calcular el medio desconocido - x - en las siguientes proporciones:

a) $\frac{81}{3} = \frac{x}{2}$ b) $\frac{4/5}{x} = \frac{1/2}{5/4}$ c) $\frac{(1,2-0,3)^2}{0,1} = \frac{x}{0,7-1,3}$

d) $\frac{(1+0,5)^2}{x} = \frac{0,6}{0,4+0,02}$ e) $\frac{1/2\sqrt{3}}{x} = \frac{0,25}{\sqrt{27}}$

4. Calcular el medio proporcional - x - en las siguientes proporciones continuas:

a) $\frac{5/4}{x} = \frac{x}{0,20}$ b) $\frac{0,3}{x} = \frac{x}{2,7}$ c) $\frac{-1+3/2}{x} = \frac{x}{2(2+1/4)}$

d) $\frac{(0,4-1)^2}{x} = \frac{x}{0,1\sqrt{0,81}}$ e) $\frac{\sqrt{1-5/9}}{x} = \frac{x}{(\sqrt[3]{1-19/27})^2 \cdot 8/3}$

5. Hallar x en cada una de las siguientes proporciones:

$$\text{a) } \frac{\frac{8}{3} + x}{x} = \frac{7}{3} \quad \text{b) } \frac{\frac{1}{2} - x}{x} = \frac{5}{4} \quad \text{c) } \frac{4}{\frac{1}{3}} = \frac{x}{\frac{1}{4} - x}$$

$$\text{d) } \frac{\frac{4}{3}}{2} = \frac{2 - x}{x}$$

6. Calcular los valores de x e y en la proporción: $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ sabiendo que: $x + y = 10$.

7. Calcular a y b en: $\frac{7}{5} = \frac{a}{b}$ sabiendo que: $a - b = 30$.

8. Calcular n en: $\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$ sabiendo que: $a + m = 45$; $b + n = 40$; $m = 5$.

9. Calcular m en: $\frac{x}{y} = \frac{m}{n}$ sabiendo que: $x - m = 20$; $y - n = 15$; $n = 6$.

10. Calcular $(c-d)$ en: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ sabiendo que: $a + b = 40$; $a - b = 30$; $c + d = 50$.

11. Calcular $(x+m)$ en: $\frac{x}{y} = \frac{m}{n}$ sabiendo que: $x - m = 10$; $y + n = 30$; $y - n = 20$.

12. Calcular a en: $\frac{a}{6} = \frac{b}{5}$ sabiendo que: $b + 5 = 15$.

13. Calcular n en: $\frac{m}{4} = \frac{n}{5}$ sabiendo que: $m + n = 18$.

14. Tres números cuya suma es 240, guardan entre sí la relación de los números 2, 3 y 5. Calcularlos.

15. La edad de un padre es la de su hijo como 7 es a $\frac{5}{3}$. Si la suma de las edades es 52, ¿cuáles son las respectivas edades?

16. A y B tienen juntos \$ 3.300. La cantidad de dinero de A es a la cantidad de dinero de B, como $\frac{3}{5}$ es a $\frac{1}{2}$. ¿Cuánto tiene cada uno de ellos?

17. La suma de los cuadrados de dos números positivos es 25. Sabemos que la razón entre ellos es $\frac{2}{1,5}$; ¿cuáles son esos números?

18. Calcular dos números naturales de dos cifras cada uno, cuya razón sea $\frac{7}{2}$ y tales que las cifras de las unidades sean iguales y las de las decenas difieran en 3.

19. Cuál es la medida de los segmentos que, en un esquema de escala 1 a 2.000, representan: a) 2 km? b) 250 m? c) 12,5 km? d) 28 m?

20. Dos números cuya suma es 28, guardan entre sí la relación $\frac{3}{4}$. Determinar cuáles son esos números.

21. Dos números cuya diferencia es 12, están en la relación $\frac{8}{5}$. ¿Cuáles son?

22. Descomponer el número $\frac{35}{6}$ en dos partes tales que su razón sea $\frac{3}{2}$.

23. ¿Cuál es el número que, disminuido en tres unidades, es a su consecutivo como 5 es a 6?

24. Calcular los dos números naturales tales que su diferencia es 9 y su razón $\frac{11}{8}$.

25. Calcular el valor de las letras en: $\frac{1}{m} = \frac{2}{n} = \frac{3}{x} = \frac{4}{y}$ sabiendo que suman 14.

1. PROPORCIONALIDAD

1.1. CANTIDADES VARIABLES Y CONSTANTES

Diremos que una magnitud es variable cuando puede adoptar diferentes valores, mientras que será constante cuando tenga un valor fijo y determinado.

Por ejemplo: si un metro de cierta tela vale \$ 40, un corte de diez metros costará \$ 400 y otro corte de seis metros valdrá \$ 240. El costo del metro de tela que no varía, es un *valor constante*, mientras que el metraje del corte y su costo son *valores variables*.

1.2. CONCEPTO DE FUNCIÓN

En el ejemplo propuesto, vemos que, al disminuir los metros del corte, también disminuye su costo. Diremos entonces que el precio del corte está en función de los metros que tenga (manteniéndose el precio del metro constante).

Si el metro de otra tela vale \$ 50, la pieza de diez metros costará \$ 500 y la de seis metros \$ 300. Vemos ahora que el costo de la pieza es función del precio del metro de tela.

Resumiendo: en la situación en que el precio del metro se mantiene constante, el valor de la pieza está en función de los metros que ella tenga; o bien, que el valor total depende de los metros que consideramos. Aquí llamaremos a los metros *variable independiente* y al costo de la pieza, *variable dependiente*.

1.3. CONCEPTO DE PROPORCIONALIDAD

Se dice que dos magnitudes son *directamente proporcionales* (o que varían en razón directa) cuando, al multiplicar una de ellas por un cierto número, la otra magnitud resulta multiplicada por la misma cantidad.

Diremos que dos magnitudes son *inversamente proporcionales* (o que varían en razón inversa) cuando, al multiplicar una de ellas por un cierto número, la otra magnitud resulta dividida por la misma cantidad (se cumple la recíproca).

2. REGLA DE TRES SIMPLE

2.1. DEFINICIÓN Y CONCEPTO

Es la operación que permite calcular la *cuarta proporcional* en una *proporción discontinua*. Cuando las magnitudes comparadas sean di-

rectamente proporcionales, la Regla de Tres se llamará *simple y directa*; mientras que, si las magnitudes son inversamente proporcionales, la Regla de Tres será *simple e inversa*.

Se debe tener en cuenta que la Regla de Tres Simple resuelve problemas relativos a la comparación de proporcionalidad *entre dos magnitudes solamente*.

2.2. MÉTODOS DE RESOLUCIÓN

Los métodos empleados son dos: *Método de reducción a la unidad* y

Método de las proporciones.

Ejemplo 1:

¿Cuánto costarán 24 metros de una tela, sabiendo que por un corte de 15 metros se abonaron \$ 222?

Planteo: 15 m _____ \$ 222
24 m _____ x

Resolución por reducción a la unidad:

15 m _____ \$ 222
1 m _____ $\frac{222}{15}$ (no resolver⁽¹⁾)
24 m _____ $24 \times \frac{222}{15}$

$x = \$ 355,20$

Resolución por proporciones:

Planteo de la proporción: $\frac{15}{24} = \frac{222}{x}$

que se lee: "15 es a 24 como 222 es a x".

Análisis de la proporcionalidad (*se trata de un razonamiento estrictamente lógico*). Al aumentar el metraje de tela a comprar, es evidentemente lógico que aumentará el costo de la compra. Por lo tanto, ambas magnitudes (metros y pesos) son directamente proporcionales. En este caso y para plantear la operación que resuelve el problema, se aplica la propiedad fundamental de las proporciones. Entonces:

$15 \cdot x = 24 \times 222$

$x = \frac{24 \times 222}{15}$

$x = \$ 355,20$

⁽¹⁾ Se recomienda no resolver las operaciones intermedias, dado que la operación combinada final puede presentar simplificaciones sencillas que facilitarán el cálculo definitivo y también porque, en el caso de aparecer decimales, las sucesivas aproximaciones (vulgarmente llamadas *redondeos*) nos alejarán de la exactitud del resultado final, cosa que minimizamos al realizar una única aproximación en el cálculo definitivo.

Ejemplo 2:

Un impreso consta de 36 páginas con 44 líneas cada una. Al reimprimirse, entran 33 líneas por página. ¿De cuántas páginas constará esta nueva edición?

Planteo: 44 líneas _____ 36 páginas
33 líneas _____ x páginas

Resolución por reducción a la unidad:

44 líneas _____ 36 páginas
1 línea _____ 36×44 páginas
33 líneas _____ 36×44
33

$x = 48$ páginas

Resolución por proporciones:

Planteo de la proporción: $\frac{44}{33} = \frac{36}{x}$

Análisis de la proporcionalidad. Se evidencia lógicamente que, al disminuir la cantidad de líneas en cada página, el número de éstas deberá aumentar para que el trabajo quede completo; por lo tanto, ambas magnitudes varían en razón inversa.

En este caso, antes de aplicar la propiedad fundamental, debemos invertir una de las razones; entonces:

$\frac{44}{33} = \frac{x}{36}$

$33 \cdot x = 44 \times 36$

$x = \frac{44 \times 36}{33}$

$x = 48$ páginas

3. REGLA DE TRES COMPUESTA

3.1. DEFINICIÓN Y CONCEPTO

Cuando la magnitud comparada sea directa o inversamente proporcional, a *dos o más magnitudes diferentes*, la regla que resuelve estos problemas se llama "Regla de Tres Compuesta".

3.2. MÉTODOS DE RESOLUCIÓN

Se emplean los mismos métodos aplicados a la Regla de Tres Simple.

Ejemplo:

Para transportar cierto material a 2 km de distancia, se emplean 14 hombres durante 20 días. ¿Será necesario contratar más personal para hacer el traslado a 3 km de distancia, sabiendo que contamos con una jornada más de trabajo? (*¡Atención a la pregunta!!*).

Planteo: 20 días — 2 km — 14 hombres
21 días — 3 km — x hombres

(Es conveniente que la magnitud que contiene a la incógnita ocupe la última columna del planteo, para facilitar el desarrollo operacional).

Resolución por reducción a la unidad:

$$\begin{array}{r} 20 \text{ — } 2 \text{ — } 14 \\ 1 \text{ — } 2 \text{ — } 14 \times 20 \\ 1 \text{ — } 1 \text{ — } \frac{14 \times 20}{2} \\ 21 \text{ — } 1 \text{ — } \frac{14 \times 20}{2 \times 21} \\ 21 \text{ — } 3 \text{ — } \frac{14 \times 20 \times 3}{2 \times 21} \end{array}$$

 x = 20 hombres

La solución de la operación es "20 hombres"; sin embargo, la respuesta a la interrogante planteada es: "Es necesario contratar 6 hombres más para el nuevo trabajo".

Al reducir cada magnitud a la unidad y al llevarla a la cantidad definitiva, se debe comparar *lógicamente* con la magnitud que contiene a la incógnita, con lo cual se determinará la variación de proporcionalidad. Por ejemplo: "Si en 20 días necesité 14 hombres para un determinado trabajo, es lógico pensar que si dispongo de un solo día (reducción a la unidad) para el mismo trabajo, necesitaré más personal (14 x 20)".

Resolución por proporciones:

Comparando cada magnitud independientemente con la incógnita, determinamos la variación de proporcionalidad y colocamos una **D** o una **I** encima de cada razón, según esté variando en forma directa o inversa:

$$\begin{array}{r} I \quad D \\ 20 \text{ — } 2 \text{ — } 14 \\ 21 \text{ — } 3 \text{ — } x \end{array}$$

A continuación se plantea la operación combinada final, de acuerdo con la siguiente *regla práctica*: "La incógnita es igual al producto de la cantidad homóloga por: las razones directas — o sea tal cual aparecen en el planteo— de las magnitudes inversamente proporcionales y por las razones inversas de las magnitudes directamente proporcionales". Por lo tanto:

$$x = 14 \times \frac{20}{21} \times \frac{3}{2}$$



$$x = 20 \text{ hombres}$$

(Adecuar este valor a la respuesta necesaria)

Práctico N° 2. REGLA DE TRES

(Soluciones en la página 101)

1. En un día de trabajo de 9 horas, un operario ha confeccionado 150 cajas. ¿Cuántas horas tardará en hacer 250 de esas mismas cajas?
2. El juego de frutas de una cierta marca viene en latas de 220 g y vale \$ 33; el de otra marca viene en latas de 250 g y cuesta \$ 40. ¿Cuál resulta más barato?
3. ¿Cuál será la altura de una columna que arroja una sombra de 4,50 m, sabiendo que a la misma hora y en el mismo lugar, una varilla vertical de 0,50 m produce una sombra de 63 cm?
4. En un supermercado el azúcar se vendía en paquetes de 800 g a \$ 4,80 y ahora se vende en paquetes de 2 kg a \$ 15. Se pregunta: a) ¿Aumentó o rebajó el precio del azúcar? b) ¿Cuál fue ese aumento o disminución del precio?
5. Se filma un evento deportivo de modo tal que la cámara capta 48 imágenes cada 3 segundos; otra cámara registra 450 imágenes en 1/2 minuto. ¿Cuál de las filmaciones resulta más lenta? ¿Cuántas imágenes por segundo filma la segunda cámara?
6. Para pintar 180 m² se necesitan 24 litros de pintura. ¿Cuántos litros de pintura se emplearán en una pared de 12 m de largo y 10 m de altura?
7. Para hacer 96 m² de un tejido se emplean 30 kg de lana. ¿Cuántos kilos de la misma lana se necesitarán para tejer una pieza de 0,90 m de ancho y 48 m de largo?
8. Veintitún obreros pueden hacer un trabajo en 45 días, pero el mismo debe quedar concluido 10 días antes de lo previsto. ¿Cuántos hombres será necesario incorporar al equipo?
9. Una canilla vierte 4 1/2 litros por minuto y emplea 1 hora y 20 minutos en llenar un depósito. ¿En qué tiempo se llenaría ese depósito si la canilla aportara 180 litros por hora?
10. Doce obreros han hecho la mitad de un trabajo en 18 horas. A esa altura de la obra, cuatro hombres abandonan la tarea. ¿Cuántas horas de trabajo emplearán los obreros que quedan, para finalizar la obra?
11. Un productor tiene 36 ovejas y alimento para ellas por el término de 28 días. Con 20 ovejas más, sin disminuir la ración diaria y sin agregar forraje, ¿durante cuántos días las podrá alimentar?

12. Para empapelar una habitación se necesitan 15 rollos de papel de 0,45 m de ancho. ¿Cuántos rollos de 75 cm de ancho serán necesarios?
13. La habilidad de dos obreros es como 7 es a 12. Cuando el primero haya hecho 350 m de una obra, ¿cuántos habrá hecho el otro?
14. La polea de una máquina da 168 vueltas en $\frac{2}{3}$ de minuto. Se desea saber cuántas vueltas dará en $7\frac{1}{4}$ minutos.
15. Un volumen de gas carbónico a la presión de 763 mm es de 576 cm³. ¿Cuál será la presión cuando el volumen sea de 756 cm³, sabiendo que, según la Ley de Mariotte, los volúmenes de los gases —a temperatura constante— están en razón inversa de las presiones que soportan?
16. Se gastaron \$ 68 en el alumbrado de una casa, con 10 lámparas encendidas durante 4 horas diarias. ¿Cuánto se gastará con 15 lámparas encendidas 3 horas diarias?
17. Un hombre caminando 12 horas diarias durante 4 días recorrió 160 km. ¿Cuántos días deberá marchar para recorrer 400 km a razón de 8 horas diarias?
18. Con 5 rollos de papel de 40 cm de ancho, se empapelaron 48 m² de pared. ¿Cuántos rollos de 80 cm se necesitarán para 76,80 m²?
19. Si se necesitan 532 kg de forraje para mantener 7 caballos durante 6 días, ¿cuánto consumirán 3 caballos en 30 días?
20. En cuarenta días se construyen las $\frac{3}{5}$ partes de una pared. ¿Qué parte de esa pared se construirá, si la cantidad de días aumenta en $\frac{1}{4}$, los obreros disminuyen en $\frac{1}{5}$ y las horas de labor diaria disminuyen a los $\frac{2}{3}$?
21. Si cuatro peones pueden arar un campo de 8 há en 5 días de 8 horas diarias, ¿cuántos días emplearán 8 hombres para arar 18 há trabajando 15 horas al día?
22. Una persona que camina a razón de 90 pasos por minuto, siendo cada paso de 70 cm recorre cierta distancia en 4 horas y 20 minutos. ¿Qué tiempo empleará en la misma distancia, con pasos de 65 cm y a razón de 100 por minuto?
23. Para el piso de una sala se han empleado 750 tablas de parquet de 45 cm de largo por 8 cm de ancho. ¿Cuántas maderas de 40 cm por 7,5 cm se necesitarán para un piso cuya superficie sea el doble de la anterior?
24. Diez obreros trabajan 8 horas diarias y levantan, en 5 jornadas, una pared de 20 m de largo y 45 cm de espesor. ¿En cuánto tiempo levantarán 16 hombres otra pared de 18 m de largo y 0,32 m de espesor, pero con el doble de altura, trabajando también 8 horas al día?
25. Para realizar una zanja en tierra, 5 peones tardan 8 días de 6 horas diarias. ¿Cuánto tardarán 9 hombres que trabajen 8 horas diarias para una zanja similar en piso de roca, si la dificultad se triplica?
26. Una guarnición de 1.800 hombres tiene víveres para 7 meses, a razón de $\frac{1}{2}$ kg diario por persona. Se aumenta la plaza en 300 hombres y los víveres deben durar un mes más. ¿Cuál será la ración diaria?
27. En el desmonte de una carretera, 18 obreros que trabajan 10 horas diarias han transportado en 6 días 1.680 m³ de tierra a 30 m de distancia. ¿Qué volumen podrán transportar 15 hombres a 35 m de distancia, en 11 días de 12 horas?
28. Seis obreros pueden terminar un trabajo en 24 días. Después de 8 días de trabajo, se les unen dos obreros más. ¿En cuánto tiempo se dará por finalizado el trabajo?
29. Se emplean 12 peones para un trabajo que pueden y deben terminar en 17 días. Después de haber trabajado 11 días, 5 hombres dejan el trabajo y el capataz no puede sustituirlos hasta 4 días después. Se quiere saber cuántos peones tendrá que contratar para terminar la obra en el tiempo previsto.
30. Una carretera de 30 km de largo por 16 m de ancho es realizada por 40 obreros en 20 días. ¿Qué largo tendrá otra carretera de 10 m de ancho si la terminan 6 obreros en 10 días?
31. Cuatro caballos tiran de un carro que pesa 1.640 kg siendo la fuerza de cada caballo de 150 kg. ¿Cuántos caballos se necesitarán si la fuerza fuera de 100 kg y el carro pesara 4.920 kg?
32. En un criadero hay 140 conejos con alimento para 24 días a razón de 3 raciones diarias. ¿Cuántos conejos hay que vender para que el alimento dure 30 días, a razón de $3\frac{1}{2}$ raciones diarias?
33. Una cuadrilla de 5 hombres descarga un camión con 5.000 ladrillos en 8 horas. ¿Cuántos ladrillos descargarán 3 hombres de la misma cuadrilla en 4 horas, si los primeros bajan en 3 horas, tantos ladrillos como los segundos en 2 horas?
34. Un móvil recorre 230 km en cierto tiempo. ¿Cuántos km recorrerá otro móvil en el doble de tiempo, si la velocidad es $\frac{3}{5}$ del anterior?
35. Para hacer un trabajo se tarda 40 días de 4 horas. ¿Cuántos días se emplearán si las jornadas se aumentan en 6 horas, el trabajo disminuye a $\frac{4}{5}$ y el rendimiento disminuye en $\frac{1}{5}$?
36. Un campamento de estudiantes tiene víveres para 80 días. ¿Cuánto tiempo más del previsto durarán los víveres si se hace reducir la ración a $\frac{3}{4}$ y los estudiantes disminuyen en $\frac{1}{6}$?
37. Una sociedad benéfica tiene fondos para mantener a 40 personas por 60 días a razón de 2 comidas diarias. Si a los 15 días se suman 10 personas y la ración se eleva a 3 por día, ¿cuánto tiempo menos de lo previsto inicialmente les durará el dinero?
38. Con 7.200 kg de plomo, se trabaja en 27 linotipos durante 168 días. Después de 42 días de trabajo se incorporan 3 nuevas máquinas. Se desea saber qué cantidad de plomo será necesario comprar para trabajar el tiempo previsto.
39. Quince obreros trabajando 10 horas diarias, han empleado 18 días en hacer 450 m de una cierta obra; se pregunta cuántos obreros se precisarán para que, trabajando 2 horas al día, hagan 480 m de la misma obra en 8 días.
40. Un constructor comprometido por una fuerte multa a concluir una obra en 6 meses, ha hecho trabajar a 36 hombres 10 horas diarias; pero al fin de 5 meses ve que sólo ha hecho $\frac{3}{5}$ partes de la obra y que no podrá concluir en el tiempo estipulado. Se desea saber cuántos hombres deberá contratar para que, trabajando 12 horas al día concluyan el trabajo en el plazo convenido.
41. Un viajero debía terminar su viaje después de haber andado durante 5 días de 8 horas de marcha; se pregunta, habiendo perdido un día, cuántas horas deberá andar durante los 4 días que le quedan para terminar su viaje, aumentando en $\frac{3}{5}$ su velocidad de marcha?
42. Treinta y cinco obreros pueden terminar una obra en 27 días. Al cabo de 6 días de trabajo se les une un cierto número de obreros de otro equipo, de modo que en 15 días terminen el trabajo. ¿Cuántos hombres se incorporaron?

43. Un contratista se compromete a entregar una obra en 18 días, para lo cual emplea 24 obreros que trabajan 8 horas diarias. Al cabo de 12 días de trabajo 3 obreros caen enfermos y faltan 3 días al trabajo. ¿Cuántas horas deberán trabajar en los días que faltan, los mismos obreros, para terminar el trabajo en la fecha fijada?
44. Si un estanque se llena en 30 días abriendo dos llaves de paso que arrojan cada una 100 litros por hora y están abiertas 12 horas por día, ¿cuánto tiempo tardará en llenarse el mismo depósito cuando se abren 4 llaves de paso que aportan 75 litros por hora cada una y permanecen abiertas 15 horas diarias?
45. En la construcción de un puente trabajaron 15 albañiles durante 12 días y, en ese tiempo, hicieron las $\frac{3}{4}$ partes de la obra; después se retiraron 9 de ellos. Dígase en cuánto tiempo lo concluyeron los restantes.

PORCENTAJE

Tema 3

1. CONCEPTO GENERAL

Se llama porcentaje de una cantidad con respecto a otra, a la razón entre la primera y la segunda, multiplicada por 100.

La regla de tanto por ciento, consiste en determinar la cantidad que corresponde a otra dada, conociendo la que corresponda a 100; siendo por lo tanto un caso particular de regla de tres.

Como la razón entre 3 y 4 es 0,75, diremos que el porcentaje de 3 con respecto a 4 es del 75%; o bien que 3 es el 75% de 4.

Ejemplo

En nuestro grupo hay 36 alumnos en lista, pero en el día de hoy faltan 9 de ellos. Queremos saber cuál es el porcentaje de inasistencia en la fecha.

El porcentaje de inasistencia buscado, o lo que es lo mismo que tanto por ciento es 9 de 36, equivale al número de alumnos que hubieran faltado hoy habiendo cien alumnos en lista. Razonaremos de la siguiente manera:

- sobre un total de 36 alumnos, faltan 9
- sobre un total de 100 alumnos, faltarían x

Por lo tanto y planteando la regla de tres:

$$\begin{array}{r} 36 \quad \quad 9 \\ \hline 100 \quad \quad x \end{array}$$

$$\text{O sea que: } \frac{36}{100} = \frac{9}{x}$$

$$\text{De donde: } x = \frac{100 \times 9}{36}$$


$$x = 25\%$$

Entonces concluimos que 9 es el 25% de 36 y por lo tanto el porcentaje de ausentismo a clase en el día de hoy, es del 25%.

b)	Precio de costo del comerciante	\$ 88
	Ganancia sobre costo (35%)	\$ 30,80
	Precio neto de venta	\$ 118,80
	IVA (23%)	\$ 27,32
	Precio de venta al consumidor	\$ 146,12

 El consumidor final pagará **\$ 146,12** (IVA incluido)

En este mismo ejemplo, podemos deducir la deuda que se genera al comerciante con la Dirección General Impositiva, por esta venta:

IVA ventas	\$ 27,32
IVA compras	\$ 20,24
DGI/IVA	\$ 7,08
 Deuda con la DGI por IVA:	\$ 7,08

3.2.2. Desglose del IVA

Ejemplo Un comerciante vende mercaderías por un total de \$ 3.936. El cliente es contribuyente y puede descontar IVA. Confeccione la boleta de contado.

Desarrollo	
Precio de la compra	\$ 3.200
IVA (23%)	\$ 736
Total	\$ 3.936

Conociendo el precio de venta al público de \$ 3.936, para calcular el precio de venta sin IVA, basta con dividir esta suma entre 1,23 con lo cual obtenemos el valor de \$ 3.200. El valor del IVA corresponde al 23% sobre \$ 3.200 o sea \$ 736.

3.2.3. Venta con descuento (con desglose de IVA)

Ejemplo Confeccionar la boleta de contado a un cliente contribuyente, por una venta de \$ 100, otorgándole un descuento del 10%.

Desarrollo:	
Precio neto de venta	\$ 100
Descuento (10%)	\$ 10
Precio de venta (con descuento)	\$ 90
IVA (23%)	\$ 20,70
Precio de venta final	\$ 110,70

3.2.4. Venta con descuento (IVA incluido)

Ejemplo Confeccionar la boleta de contado a un consumidor final, para la misma venta del ejemplo anterior.

Desarrollo:	
Precio de venta (IVA incluido)	\$ 123
Descuento (10%)	\$ 12,30
Precio de venta final	\$ 110,70

3.2.5. Venta con recargo (con desglose del IVA)

Ejemplo Confeccionar la boleta de contado a un cliente contribuyente, por una venta de \$ 100 con recargo del 15%.

Desarrollo:	
Precio de venta	\$ 100
Recargo (15%)	\$ 15
Precio de venta (con recargo)	\$ 115
IVA (23%)	\$ 26,45
Precio de venta final	\$ 141,45

3.2.6. Venta con recargo (IVA incluido)

Ejemplo En el mismo ejemplo anterior, confeccionar la boleta de contado para un consumidor final.

Desarrollo:	
Precio de venta (IVA incluido)	\$ 123
Recargo (15%)	\$ 18,45
Precio de venta final	\$ 141,45

4. TABLA PARA LA CONVERSIÓN DE PORCENTAJES

Para la conversión de los Porcentajes de Recargo sobre Costos (C %) a Porcentajes de Descuento sobre Precio de Venta (V %)

C %	V %	C %	V %	C %	V %	C %	V %	C %	V %	C %	V %	C %	V %	C %	V %
1.00	0.99	20.48	17.00	47.00	31.97	75.44	43.00	143.90	59.00						
1.01	1.00	21.00	17.36	47.06	32.00	76.00	43.18	150.90	60.00						
1.523	1.50	21.95	18.00	48.00	32.43	77.00	43.50	156.41	61.00						
1.73	1.70	22.00	18.03	49.00	32.89	78.00	43.82	163.16	62.00						
1.833	1.80	23.00	18.70	49.25	33.00	78.57	44.00	170.27	63.00						
2.00	1.96	23.46	19.00	50.00	33.333	79.00	44.13	177.78	64.00						
2.04	2.00	24.00	19.35	51.00	33.77	80.00	44.44	185.71	65.00						
3.00	2.91	25.00	20.00	51.52	34.00	81.00	44.55	194.12	66.00						
3.09	3.00	26.00	20.63	52.00	34.21	81.82	45.00	200.00	66.60						
4.00	3.85	26.58	21.00	53.00	34.64	82.00	45.06	203.03	67.00						
4.17	4.00	27.00	21.26	53.85	35.00	83.00	45.36	212.50	68.00						
5.00	4.76	28.00	21.87	54.00	35.06	84.00	45.65	222.58	69.00						
5.26	5.00	28.51	22.00	55.00	35.84	85.00	45.95	233.33	70.00						
5.541	5.25	29.00	22.48	56.00	36.00	85.19	46.00	244.83	71.00						
6.00	5.66	29.87	23.00	56.25	36.31	86.00	46.24	257.14	72.00						
6.38	6.00	30.00	23.08	57.00	36.31	87.00	46.52	270.37	73.00						
7.00	6.54	31.00	23.66	58.00	36.71	88.00	46.81	284.62	74.00						
7.53	7.00	31.58	24.00	58.73	37.00	88.68	47.00	300.00	75.00						
8.00	7.41	32.00	24.24	59.00	37.11	89.00	47.09	316.67	76.00						
8.70	8.00	33.00	24.81	60.00	37.50	90.00	47.37	334.78	77.00						
9.00	8.26	33.333	25.00	61.00	37.89	91.00	47.64	354.55	78.00						
9.89	9.00	34.00	25.37	61.29	38.00	92.00	47.92	376.19	79.00						
10.00	9.09	35.00	25.93	62.00	38.27	92.31	48.00	400.00	80.00						
11.00	9.91	35.14	26.00	63.00	38.65	93.00	48.19	426.32	81.00						
11.11	10.00	36.00	26.47	63.93	39.00	94.00	48.45	455.56	82.00						
12.00	10.71	36.99	27.00	64.00	39.02	95.00	48.72	488.24	83.00						
12.36	11.00	37.00	27.01	65.00	39.39	96.00	48.98	500.00	83.33						
13.00	11.50	38.00	27.54	66.00	39.76	96.08	49.00	525.00	84.00						
13.64	12.00	38.89	28.00	66.667	40.00	97.00	49.24	566.67	85.00						
14.00	12.28	39.00	28.06	67.00	40.12	98.00	49.49	600.00	85.71						
14.94	13.00	40.00	28.57	68.00	40.48	99.00	49.75	614.86	86.00						
15.00	13.04	40.85	29.00	69.00	40.83	100.00	50.00	669.23	87.00						
16.00	13.79	41.00	29.08	69.49	41.00	104.80	51.00	700.00	87.50						
16.28	14.00	42.00	29.58	70.00	41.18	108.33	52.00	733.33	88.00						
17.00	14.53	42.86	30.00	71.00	41.52	112.77	53.00	800.00	88.89						
17.65	15.00	43.00	30.07	72.00	41.86	117.39	54.00	809.09	89.00						
18.00	15.25	44.00	30.56	72.41	42.00	122.22	55.00	900.00	90.00						
19.00	15.97	44.93	31.00	73.00	42.20	127.27	56.00	1000.00	90.91						
19.05	16.00	45.00	31.03	74.00	42.53	132.56	57.00	1900.00	95.00						
20.00	16.67	46.00	31.51	75.00	42.86	138.10	58.00								

Ejemplos: Un recargo del 20% sobre costo (columna C %) significa una utilidad de 16.67% sobre el precio de venta (columna V %).

Un descuento o comisión del 20% sobre el precio de venta (columna V %) es absorbido por un recargo del 25% (columna C %) sobre el costo.

Práctico N° 3. PORCENTAJE

(Soluciones en la página 102)

- Calcular: a) el 25% de 128 b) el 3.5% de 40 c) el 0.14% de 3400
- Hallar las cantidades cuyo: a) 75% es 150 b) 4.38% es 1000 c) 0.5% es 20
- Qué tanto por ciento es: a) 25 de 100 b) 24 de 600 c) 100 de 150 d) 30 de 30 e) 80 de 50
- Compro una mercadería en \$ 145 y la vendo en \$ 174. Calcular el porcentaje de ganancia sobre costo y sobre venta.
- Completar los siguientes cuadros:

$C + G = V$		$C - P = V$	
a) 500	20% s/c	g) 400	10% s/c
b) 600	25% s/v	h) 600	20% s/v
c) 400	20% s/v	i) 700	30% s/v
d) 400	25% s/c	j) 300	25% s/c
e) 500	s/c	k) 900	s/c
f) 600	s/v	l) 700	s/v

- Compro una mercadería en \$ 180. ¿Qué es más conveniente: venderla ganando 20% sobre precio de venta o 25% sobre precio de costo?
- El precio de un artículo aumenta un 30% y luego un 15%. Expresar porcentualmente el aumento total.
- Un precio aumenta 20%, unos días después sufre un nuevo incremento de 12%. Si ahora es de \$ 800, ¿cuál era el precio original?
- Un precio es aumentado en un 40%; luego se rebaja un 15%, resultando un precio final de \$ 404.60. Calcular el precio original.
- Un comerciante vendió una mercadería con el 15% de ganancia sobre el costo, pagó una comisión del 4% sobre venta y la ganancia líquida fue de \$ 75. Calcular el precio de costo.
- Transformar un 20% de utilidad sobre costo en el correspondiente porcentaje de utilidad sobre venta. Verificar el resultado suponiendo una venta por \$ 5.000.
- Quiero vender con un 30% de ganancia s/c mercaderías de \$ 100 de costo, concediendo un descuento del 20% s/v. Calcular el precio en que debo marcar la mercadería.
- Transformar un 20% de utilidad sobre venta en el correspondiente porcentaje de utilidad sobre costo. Verificar el resultado suponiendo una venta por \$ 3.000.
- Una mercadería cuesta \$ 8.000. ¿En cuánto deberá venderse para ganar el 12% sobre el costo?
- Una mercadería cuesta \$ 34.000. ¿En qué suma deberá venderse para ganar un 15% sobre la venta?

16. Vendo una mercadería en \$ 4.400. ¿Cuánto me costó si en la transacción gané el 15% sobre la venta?
17. Vendo una partida en \$ 35.000. ¿Cuál fue el costo si obtuve una ganancia del 8% sobre la venta?
18. Una mercadería cuesta \$ 1.300. ¿En cuánto debe venderse para ganar el 16% sobre el costo?
19. Si se obtuvo una utilidad del 12% sobre el precio de venta, ¿cuál fue el costo de un artículo vendido en \$ 17.000?
20. Una mercadería me cuesta \$ 18.000, en cuánto se debe vender para:
a) ganar el 12% sobre el costo. b) perder el 15% sobre la venta.
c) perder el 10% sobre el costo. d) ganar el 18% sobre la venta.
21. Una mercadería se vende en \$ 7.000; calcular el costo suponiendo:
a) una pérdida del 12% sobre el costo. b) una ganancia del 14% sobre la venta.
c) una pérdida del 15% sobre la venta. d) una ganancia del 20% sobre el costo.
22. Si se gana el 25% sobre la venta, ¿cuál será el porcentaje de ganancia sobre el precio de costo?
23. Gano en una negociación 15% sobre costo de una mercadería. Si ganara \$ 300 más, el beneficio sería del 20% sobre venta. Calcular el costo de la mercadería y los dos posibles precios de venta.
24. Se obtiene una ganancia del 5% sobre el costo de un artículo. Si hubiera ganado \$ 800, el beneficio habría sido del 25% del precio de venta. Calcular el costo y los dos precios de venta.
25. Un comerciante vende sus mercaderías en los $\frac{7}{8}$ de su costo. ¿Qué porcentaje sobre venta gana o pierde en el negocio?
26. Una mercadería se vende en \$ 8.000 con una pérdida del 12% sobre el costo. Esa pérdida se compensa exactamente con la ganancia obtenida por otra mercadería, que es del 15% sobre venta. Determinar ambos precios de costo.
27. ¿Qué precio de venta debe fijarse a una mercadería que costó \$ 700, si se desea ganar $\frac{6}{5}$ del precio de costo?
28. Al venderse una mercadería en el 80% de su costo, se pierden \$ 400. ¿En cuánto se vendió y cuál hubiera sido la venta si se quisiera ganar sobre el costo, el mismo porcentaje que se perdió sobre la venta?
29. Una mercadería cuesta \$ 1.500. ¿En qué suma habrá que venderla si se desea ganar los $\frac{2}{7}$ del precio de venta y si hay gastos que se acumulan al costo, que ascienden a $\frac{1}{3}$ de ese costo?
30. Un comerciante concede un descuento del 20% sobre venta, pero previamente recarga los costos en un 20%. ¿Qué porcentaje real de descuento concede en sus ventas?
31. ¿Qué precio de venta debe fijarse a una mercadería que costó \$ 1.200, en la que se pretende ganar el 20% sobre el costo, pese a beneficiar al comprador con un descuento del 5%?
32. Se aumentan los costos en un 40% y se concede un descuento del 10% sobre la venta. ¿Cuál fue el costo de una mercadería, por la que se obtuvo un líquido de \$ 16.380 y qué descuento recibió el comprador?
33. Sobre el costo de una mercadería se hace un recargo del 12% y al venderla se concede un descuento del 5%. Si se recibe la suma líquida de \$ 3.680, ¿cuál era el costo de esa mercadería?
34. Un tendero quiere ganar el 20% sobre lo que compra. ¿En cuánto debe vender una partida por la cual pagó \$ 22.560, sabiendo que debe abonar a sus empleados un 6% de comisión sobre las ventas?
35. Una mercadería cuesta \$ 9.000. Se desea saber en cuánto ha de fijarse el precio de venta para que, pese a otorgarse un descuento del 10% en la venta, se gane el 12% sobre el costo.
36. Por la compra de dos prendas de vestir, con descuento, se abonó la suma de \$ 404. En una de las prendas se obtuvo un descuento del 10% y en la otra el 15%. Calcular el valor de cada compra, sabiendo que sin descuento, la primera excede a la segunda en \$ 60.
37. El precio en vitriera de un vestido es menor en \$ 600 que el de un tapado. Si por el vestido, la cliente obtuvo un descuento del 15% y por la otra prenda un 20% y pagó en total \$ 5.430, se desea conocer ambos precios de vitriera.
38. Calcular el precio de venta de una mercadería que produjo \$ 3.400 de ganancia, lo cual representa el 17% del costo.
39. Determinar el monto de pérdida en la venta de un bien que, habiendo costado 2.500 dólares, se vendió perdiendo 25% sobre el precio de venta.
40. Se compraron 4 vehículos usados en \$ 24.000 cada uno. Calcular cada precio de venta, si en cada uno de ellos respectivamente: a) se ganó el 20% sobre el costo, b) se ganó el 20% sobre la venta, c) se perdió el 20% sobre el costo, d) se perdió el 20% sobre la venta.
41. Un funcionario cobra en un mes, como sueldo líquido \$ 3.984. Calcular su sueldo nominal, sabiendo que el único descuento que se le efectuó fue del 17% por cargas sociales.
42. Transformar una ganancia del 36% sobre venta, en su equivalente porcentaje de ganancia sobre el costo.
43. Se compra un inmueble en \$ 200.000 y se vende en \$ 320.000. Determinar el porcentaje real de ganancia, si por trámites, reparaciones y demás gastos, el costo se vio incrementado en \$ 50.000.
44. Habiendo adquirido 15 artículos a \$ 120 la unidad, se recibe uno de regalo. ¿Cuál deberá ser el precio de venta unitario, si incluyendo el artículo de regalo, se quiere ganar 20% sobre el costo?
45. Un comerciante paga a sus empleados el 1% de comisión por las ventas que hagan. ¿Cuánto pagará el consumidor por un artículo que costó \$ 1.980, si el comerciante pretende una ganancia líquida del 20% sobre el costo?

REPARTIMIENTO PROPORCIONAL

Tema 4

La regla de reparto proporcional tiene por objeto repartir una cantidad en partes proporcionales a números dados. Esta regla es **simple**, cuando las partes son proporcionales a números simples y será **compuesta**, cuando las partes sean proporcionales a los productos de varios números.

1. REPARTO PROPORCIONAL SIMPLE

Se divide en directo e inverso según veremos.

1.1. DIFERENTES CASOS DE REPARTO SIMPLE

Caso 1. Cuando los números proporcionales son enteros.

Caso 2. Cuando los números proporcionales son fraccionarios.

Caso 3. Cuando el reparto se debe hacer en forma *inversamente proporcional* a los números dados.

Caso 4. Cuando los números proporcionales están representados por cantidades que expresan razones de unos con otros.

Caso 5. Cuando no están representados los números proporcionales

1.2. METODOLOGÍA DE RESOLUCIÓN PARA CADA CASO

1er. Caso

Se multiplica la cantidad a repartir, por cada uno de los números proporcionales y se divide cada producto obtenido por la suma de los números proporcionales.

Ejemplo

Repartir 600 en forma directamente proporcional a los números 3, 5 y 7.

Resolución: $3 + 5 + 7 = 15$

$$\frac{600 \times 3}{15} = 40 \times 3 = 120$$

$$\frac{600 \times 5}{15} = 40 \times 5 = 200$$

$$\frac{600 \times 7}{15} = 40 \times 7 = 280$$

2do. Caso Se reducen las fracciones a común denominador (m.c.m. de los denominadores) y se hace el reparto directamente proporcional a los numeradores resultantes.

Ejemplo Dividir 540 en partes directamente proporcionales a $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ y $\frac{5}{6}$.

Resolución: $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{5}{6} = \frac{3}{6} + \frac{4}{6} + \frac{5}{6} = \frac{12}{6}$

$$\frac{540 \times 3}{12} = 45 \times 3 = 135$$

$$\frac{540 \times 4}{12} = 45 \times 4 = 180$$

$$\frac{540 \times 5}{12} = 45 \times 5 = 225$$

3er. Caso Se determinan los inversos de los números dados (que resultan en racionales) y a continuación se procede como en alguno de los dos casos anteriores según corresponda.

Ejemplo 1 Tres personas que tienen 28, 24 y 14 años respectivamente, deben repartirse la suma de U\$S 3.960 en partes inversamente proporcionales a sus edades. ¿Cuánto corresponde a cada uno?

Resolución: $\frac{1}{28} + \frac{1}{24} + \frac{1}{14} = \frac{6}{168} + \frac{7}{168} + \frac{12}{168} = \frac{25}{168}$

$$\frac{3.960 \times 6}{25} = \text{U\$S } 950,40$$

$$\frac{3.960 \times 7}{25} = \text{U\$S } 1.108,80$$

$$\frac{3.960 \times 12}{25} = \text{U\$S } 1.900,80$$

Ejemplo 2 Repartir el número 160 en partes inversamente proporcionales a 3 y $\frac{1}{5}$.

Resolución: $\frac{1}{3} + 5 = \frac{1+15}{3} = \frac{16}{3}$

$$\frac{160 \times 1}{16} = 10$$

$$\frac{160 \times 15}{16} = 150$$

4to. Caso

Se da a los números proporcionales una razón común, representando cada uno de sus términos por una misma cantidad, para lo cual se multiplican las razones respectivamente por los números que expresan la diversidad de razones.

Ejemplo

Repártanse \$ 20.500 entre tres personas de modo que la parte de la primera sea a la de la segunda como 2 es a 3 y que la parte de la segunda sea a la de la tercera como 4 es a 7.

Resolución:	Decir que:	1ª persona	2ª persona	3ª persona
		2	3	
			4	7
Es igual que:	1ª persona	8	12	
			12	21

Hemos multiplicado la primera razón por 4 y la segunda por 3, obteniendo el número 12 en común.

$$8 + 12 + 21 = 41$$

$$\frac{20.500 \times 8}{41} = 500 \times 8 = 4.000$$

$$\frac{20.500 \times 12}{41} = 500 \times 12 = 6.000$$

$$\frac{20.500 \times 21}{41} = 500 \times 21 = 10.500$$

5to. Caso

Lo ilustraremos directamente por medio de un ejemplo y su resolución.

Ejemplo

Una persona deja al morir U\$S 14.884 y dispone en su testamento que dicha suma sea repartida entre: su madre, tres hermanos, dos hermanas y cuatro sobrinos, del siguiente modo: a los cuatro sobrinos, partes iguales a cada uno; a cada hermana, lo mismo que a un sobrino más $\frac{1}{4}$; a cada hermano, lo mismo que a una hermana más $\frac{1}{2}$ y a su madre, la suma de lo que recibe cada hermano y cada hermana. ¿Cuánto le corresponde a cada heredero?

Resolución:

Si recibiera:

Cada sobrino: 1 \longrightarrow 4 sobrinos: 4

Cada hermana: $1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4} \longrightarrow$ 2 hermanas: $\frac{5}{2}$

Cada hermano: $\frac{5}{4} + (\frac{5}{4} + \frac{1}{2}) = \frac{15}{8} \longrightarrow$ 3 hermanos: $\frac{45}{8}$

La madre recibirá: $\frac{5}{4} + \frac{15}{8} = \frac{25}{8}$

Entonces:

$$4 + \frac{5}{2} + \frac{45}{8} + \frac{25}{8} = \frac{32 + 20 + 45 + 25}{8} = \frac{122}{8}$$

De donde: 4 sobrinos: $\frac{14.884 \times 32}{122} = \text{US\$ } 3.904$

2 hermanas: $\frac{14.884 \times 20}{122} = \text{US\$ } 2.440$

3 hermanos: $\frac{14.884 \times 45}{122} = \text{US\$ } 5.490$

La madre: $\frac{14.884 \times 25}{122} = \text{US\$ } 3.050$

Resultando que: Cada sobrino recibe: $\text{US\$ } 976$

Cada hermana recibe: $\text{US\$ } 1.220$

Cada hermano recibe: $\text{US\$ } 1.830$

La madre recibe: $\text{US\$ } 3.050$

2. REPARTO PROPORCIONAL COMPUESTO

Su objeto es repartir una cantidad en partes directa o inversamente proporcionales a determinados números *a*, *b* y *c* y simultáneamente en partes directa o inversamente proporcionales a otros tantos números *m*, *n* y *p*.

2.1. DIFERENTES CASOS DE REPARTO COMPUESTO

1er. Caso *Que ambos repartos sean directamente proporcionales.*

Ejemplo Tres funcionarios deben repartirse una gratificación de \$ 36.800. El primero trabajó 3 días de 10 horas, el segundo 8 días de 8 horas y el tercero trabajó 10 días de 9 horas. ¿Cuánto recibe cada uno de ellos?

Resolución:

$$\left. \begin{array}{l} 3 \times 10 = 30 \\ 8 \times 8 = 64 \\ 10 \times 9 = 90 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 30 + 64 + 90 = 184 \end{array}$$

$$\frac{36.800 \times 30}{184} = 200 \times 30 = \$ 6.000$$

$$\frac{36.800 \times 64}{184} = 200 \times 64 = \$ 12.800$$

$$\frac{36.800 \times 90}{184} = 200 \times 90 = \$ 18.000$$

2do. Caso *Que los dos repartimientos sean inversos.*

Ejemplo Repartir 210 inversamente proporcional a $\frac{3}{2}$, 4 y $\frac{1}{2}$ y al mismo tiempo, inversamente proporcional también a $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$ y 2.

Resolución:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2}{3} \times 6 = 4 \\ \frac{1}{4} \times 8 = 2 \\ 2 \times \frac{1}{2} = 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 4 + 2 + 1 = 7 \end{array}$$

$$\frac{210 \times 4}{7} = 30 \times 4 = 120$$

$$\frac{210 \times 2}{7} = 30 \times 2 = 60$$

$$\frac{210 \times 1}{7} = 30 \times 1 = 30$$

3er. Caso *Que uno de los repartimientos sea directo y el otro inverso.*

Ejemplo Repartir 3.200 en partes inversamente proporcionales a $\frac{3}{2}$ y $\frac{1}{5}$ y al mismo tiempo, directamente proporcional a 9 y 2.

Resolución:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2}{3} \times 9 = 6 \\ 5 \times 2 = 10 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 6 + 10 = 16 \end{array}$$

$$\frac{3.200 \times 6}{16} = 200 \times 6 = 1.200$$

$$\frac{3.200 \times 10}{16} = 200 \times 10 = 2.000$$

3. REGLA DE SOCIEDADES O DE COMPAÑÍAS

Consiste en repartir entre varios socios, los beneficios obtenidos o las pérdidas sufridas en sus negocios en común.

Este reparto debe hacerse en forma directamente proporcional a los capitales aportados por cada socio y al tiempo por el cual fueron invertidos en el negocio.

3.1. DIFERENTES CASOS DE REGLA DE SOCIEDADES

Caso 1. Los socios aportan capitales iguales en tiempos iguales.

Caso 2. Se aportan diferentes capitales, en tiempos iguales.

Caso 3. Se aportan capitales iguales por diferentes tiempos.

Caso 4. Los capitales integrados y los tiempos de imposición son diferentes.

3.2. EJEMPLOS DE RESOLUCIÓN PARA CADA CASO

1er. Caso No merece mayor atención dado que se reduce a una simple división de ganancias o pérdidas, en partes iguales entre los socios.

2do. Caso El reparto se hará en forma directamente proporcional a los capitales invertidos, por lo tanto se trata de un reparto proporcional simple.

Ejemplo Tres personas han obtenido una ganancia de U\$S 21.500 en un negocio, en el cual habían invertido U\$S 20.000, U\$S 30.000 y U\$S 36.000 respectivamente. ¿Cuánto corresponde a cada uno de la utilidad?

Resolución:

$$20.000 + 30.000 + 36.000 = 86.000$$

$$\frac{21.500 \times 20.000}{86.000} = 250 \times 20 = \text{U\$S } 5.000$$

$$\frac{21.500 \times 30.000}{86.000} = 250 \times 30 = \text{U\$S } 7.500$$

$$\frac{21.500 \times 36.000}{86.000} = 250 \times 36 = \text{U\$S } 9.000$$

3er. Caso

El reparto se hará en forma directamente proporcional a los tiempos de imposición, por lo tanto se trata de un reparto proporcional simple.

Ejemplo

Para iniciar un negocio tres personas aportan el mismo capital. El socio "A" estuvo en el negocio dos años; el socio "B", veinte meses y el socio "C" permaneció un año y cuatro meses en la sociedad. La ganancia neta en los dos años fue de U\$S 15.000, se desea saber cuánto ha de cobrar cada socio.

Resolución:

Los tiempos deben ser transformados a meses.

$$24 + 20 + 16 = 60$$

$$\frac{15.000 \times 24}{60} = 250 \times 24 = \text{U\$S } 6.000$$

$$\frac{15.000 \times 20}{60} = 250 \times 20 = \text{U\$S } 5.000$$

$$\frac{15.000 \times 16}{60} = 250 \times 16 = \text{U\$S } 4.000$$

4to. Caso

El reparto se hará en forma proporcional a los productos de capital por tiempo; se trata por lo tanto de un repartimiento proporcional compuesto.

Ejemplo

En un comercio que cambiará de giro, se ha producido una ganancia de U\$S 36.000 y se decide repartirlas entre los propietarios. El primero de ellos colocó por tres años la suma de U\$S 4.000; el segundo U\$S 7.000 por dos años y el último de ellos, U\$S 4.500 durante cuatro años. Repartase el beneficio obtenido.

Resolución:

$$\text{Socio 1: } 4.000 \times 3 = 12.000$$

$$\text{Socio 2: } 7.000 \times 2 = 14.000$$

$$\text{Socio 3: } 4.500 \times 4 = 18.000$$

$$12.000 + 14.000 + 18.000 = 44.000$$

$$\frac{36.000 \times 12.000}{44.000} = \text{U\$S } 9.818,18$$

$$\frac{36.000 \times 14.000}{44.000} = \text{U\$S } 11.454,55$$

$$\frac{36.000 \times 18.000}{44.000} = \text{U\$S } 14.727,27$$

Práctico N° 4. REPARTO PROPORCIONAL Y REGLA DE COMPAÑÍAS

(Soluciones en la página 102)

1. Repartir en forma directamente proporcional:
a) 580 a 7; 10 y 12
b) 1.080 a 13; 19 y 22
c) 357 a 17; 20; 38 y 44
d) 900 a 7; 8; 9; 10 y 11
2. Repartir en forma directamente proporcional:
a) 46 a $\frac{3}{4}$ y $\frac{2}{5}$
b) 10 a $\frac{1}{4}$; $\frac{5}{6}$ y $\frac{7}{12}$
c) 183 a $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{7}$
d) 1.780 a $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{6}$ y $\frac{7}{10}$
3. Repartir en forma inversamente proporcional:
a) 33 a 1; 2 y 3
b) 123 a 3; 8 y 9
c) 424 a 18; 20 y 24
d) 1.016 a $\frac{9}{10}$; 3; $\frac{12}{7}$ y $\frac{8}{5}$
e) 3.786 a 0,375; $\frac{9}{7}$; 2,4; $\frac{24}{7}$ y $\frac{48}{11}$
4. Repartir 42 entre A, B y C, de modo que la parte de A sea el doble de la de B y la de C, sea la suma de las partes de A y B.
5. Repartir 95 entre A, B y C, de modo que la parte de A sea a la de B, como 4 es a 3 y la parte de B sea a la de C, como 6 es a 5.
6. Se ha repartido una cantidad entre A, B y C, de manera que las partes que reciben son proporcionales a los números 4, 5 y 6. Si la parte de A es 20, ¿cuáles son las partes de B y C y cuánto se repartió?
7. Un chacarero tiene 275 aves de corral entre gallinas, patos y pavos. El número de patos es al de gallinas como 7 es a 3 y el número de pavos es al de patos, como 5 es a 2. ¿Cuántas aves de cada especie tiene el chacarero?
8. En un colegio se repartirán 52 números de rifa entre tres grupos en proporción a las inasistencias en la última semana, que fueron 4,6 y 8 faltas respectivamente. ¿Cuántos números corresponderán a cada grupo de alumnos?
9. Una persona decide repartir su campo entre sus tres hijos en proporción directa a sus edades, que suman 66 años. ¿Qué edad tiene cada hijo, si en el reparto le han correspondido: 360 há, 390 há y 240 há respectivamente?
10. Un comerciante decide repartir a fin de año \$ 5.320, como estímulo entre sus tres empleados en proporción a las inasistencias de cada uno, que fueron 9, 3 y 5 a las llegadas tarde que totalizaron 2, 5 y 6 respectivamente. ¿Cuánto le corresponde a cada uno de la gratificación?
11. Se desea repartir \$ 4.550 entre cuatro personas en forma inversamente proporcional a sus edades que son 18, 15, 10 y 6 años respectivamente. ¿Cuánto corresponde a cada uno?
12. Cuatro obreros han empleado 6 días de 10 horas en cierto trabajo; otros tres, han empleado 5 días de 11 horas en el mismo trabajo. ¿Qué suma recibe cada grupo de obreros si por el trabajo se cobró \$ 9.315?
13. Una persona, cuando va a almorzar al restaurante y le sirven el dueño y su esposa, le da el doble de propina a la mujer que al hombre y si le sirven el dueño y su hijo, le da el doble de propina al hombre que al muchacho. Si un día es atendido por las tres personas y deja \$ 21 de propina, ¿cuánto recibe cada uno?

50

14. Un señor deja en su testamento una herencia de U\$S 84.000 a un hermano que vive en el extranjero y del cual no tiene noticias hace mucho tiempo, expresando en el documento: "Si mi hermano tiene una hija, dejo para ella $\frac{2}{3}$ de la herencia y el resto al padre; pero si tiene un hijo, a este le tocará $\frac{1}{3}$ de la herencia y el resto al padre". Pero sucede que el hermano del testador ha tenido un hijo y una hija. ¿Cómo se hará el reparto de la herencia?
15. Se ha repartido cierta cantidad de dinero entre tres personas, en partes proporcionales a los números 3, 4 y 5. Sabiendo que la tercera persona ha recibido \$ 600 más que la primera, ¿qué cantidad se repartió?
16. Tres socios han obtenido una ganancia de U\$S 21.500 en su negocio. Se desea saber cuánto corresponde a cada uno, si han invertido respectivamente U\$S 20.000, U\$S 30.000 y U\$S 36.000.
17. Dos personas se asocian para una empresa en la cual invierten \$ 45.000 y \$ 32.000; respectivamente. Al cabo de 9 meses se les asocia otra persona que aporta \$ 25.000. Si los trabajos duran 18 meses y el beneficio es de \$ 14.320, dígame: ¿qué parte del beneficio corresponde a cada uno, sabiendo que el primero de los socios toma para sí, en primer término, los $\frac{2}{5}$ de la ganancia como remuneración por la dirección de la empresa?
18. Tres socios iniciaron un negocio aportando el mismo capital; pero el primero estuvo en el negocio por 2 años, el segundo 20 meses y el tercero 1 año y 4 meses. ¿Cuánto recibe cada socio de una ganancia de U\$S 6.000?
19. Los Sres. "A", "B" y "C" aportan distintas cantidades de dinero para un negocio común. La imposición de "B" es $\frac{3}{4}$ de la de "A" y la suma que integró "C" es 0,50 de la de "B". Han obtenido un beneficio de U\$S 26.350, que representa el 20% del capital social. Hállese el capital total invertido y el beneficio de cada socio.
20. Una herencia se ha repartido entre tres herederos de la siguiente forma: al primero los $\frac{5}{9}$ de la herencia, al segundo los $\frac{2}{7}$ y el resto por partes iguales entre los tres. Hecha la distribución, colocaron lo que habían recibido en un negocio que les produjo U\$S 36.288 de utilidad en 4 años. Sabiendo que el segundo heredó U\$S 38.400, se desea saber: a) La herencia del primero y tercero de los herederos. b) La ganancia de cada uno y el porcentaje de utilidad anual.
21. Tres comerciantes dedican a su negocio U\$S 32.000 en total. Se pregunta la cantidad que ha impuesto cada uno, sabiendo que al primero han correspondido U\$S 3.000 de beneficio, al segundo U\$S 1.900 y al tercero U\$S 1.500.
22. Un industrial propuso a sus acreedores el pago del 30% de lo que les adeudaba y no aceptaron. Poco después se declara en quiebra dejando un activo de \$ 45.000. Se pregunta: a) ¿Cuánto recibirá cada acreedor sabiendo que les debía: \$ 23.500, \$ 32.000, \$ 39.500, \$ 40.000 y \$ 45.000? b) ¿Qué tanto por ciento ganaron o perdieron, no aceptando la oferta del industrial en quiebra?
23. Tres personas obtuvieron una ganancia de U\$S 3.600 en un negocio. El primero de ellos invirtió U\$S 4.000 durante tres meses, el segundo U\$S 7.000 por dos meses y el tercero U\$S 4.500 en cuatro meses. Repártase el beneficio obtenido.
24. Un comercio permanece abierto durante $4\frac{1}{2}$ años con un beneficio líquido de \$ 82.500. El propietario "M" inició el giro con \$ 80.000 y después de 18 meses aceptó como socio a "R" que se integró con un capital de \$ 110.000 y un año después de "R" se les une "T" con \$ 150.000. ¿Cuánto le corresponde de la ganancia a cada uno, si al Sr. "M" por administrar le corresponde 20% de la misma?

51

25. "A" y "B", a los siete meses de asociarse prorratan su ganancia de U\$S 14.000 considerando que: "A" comenzó con U\$S 3.000 y a los dos meses agregó U\$S 5.000 más; "B" se inició con U\$S 4.000 y a los tres meses retiró U\$S 1.000. ¿Cuánto corresponde a cada uno?
26. Pascual, Betty y Julián son integrantes de una empresa que reparte utilidades luego de tres años de trabajo. Pascual integró \$ 60.000 al inicio del trabajo, Betty \$ 100.000 a los cinco meses de firmado el contrato social y Julián aportó \$ 40.000 al medio año de iniciada la sociedad. ¿Cuánto recibió cada uno, sabiendo que la diferencia entre lo percibido por Pascual y Betty fue de \$ 28.200?
27. Ramón, Valentin y Nacho deben repartirse U\$S 21.000 de beneficio resultante por un negocio que duró seis años. Ramón había entregado U\$S 4.000 en documentos a la vista y mercadería tasada en U\$S 5.000. Valentin aportó U\$S 6.000 en efectos de comercio a doce meses de plazo. Mientras que Nacho, integró su capital con un vehículo tasado en U\$S 8.000 y cheques diferidos por U\$S 1.500 a cinco meses y que resultaron incobrables. Repartir proporcionalmente el beneficio obtenido.
28. "A", "B", "C" y "D" forman una sociedad que dura ocho meses. "A" comienza con \$ 4.000 y a los dos meses aporta \$ 3.000 más; "B" se inicia con \$ 9.000 y a los tres meses retira \$ 5.000; "C" comienza con \$ 7.000 y a los siete meses coloca \$ 2.000 más y "D" se integra a la sociedad a los tres meses de formada con \$ 5.000 y al mes coloca \$ 3.000 más. ¿Cuánto corresponde a cada socio de una ganancia de \$ 3.840?
29. Tres personas han contribuido por partes iguales a una empresa que les ha producido una ganancia de U\$S 2.400. El primero de los socios estuvo un año sólo, al fin del cual admitió al segundo socio quien le acompañó por dos años más y al terminar éstos, se les agregó el tercer socio durante un año. ¿Qué parte de la ganancia corresponde a cada uno?
30. Se debe repartir una ganancia líquida de \$ 30.000 entre tres personas en forma proporcional a los capitales invertidos y a los tiempos de permanencia en el negocio. Se desea saber cuánto corresponde a cada uno, si el capital del primero fue de \$ 50.000, el del segundo de \$ 25.000 y el del tercero \$ 80.000, habiendo permanecido en el negocio respectivamente seis, cuatro y cinco meses.
31. El Sr. "A" inicia un negocio con U\$S 40.000 y al término del quinto mes se le une "B" con U\$S 30.000; tres meses más tarde entra "C" en la sociedad con U\$S 60.000 pero dos meses después retira la mitad de lo que había integrado. Si al cabo de un año la ganancia es de U\$S 58.000, ¿qué parte corresponde a cada socio?
32. Tres individuos emprenden un negocio que ha de durar dos años. El primero de ellos empieza aportando U\$S 2.000 y al cabo de ocho meses duplica su capital, el segundo coloca al comienzo U\$S 3.000 y al año retira U\$S 800, mientras que el tercero aporta, por su parte, U\$S 2.800. Determinar cuánto corresponde a cada uno de una ganancia de U\$S 10.000.
33. Un capital social se integra según el siguiente detalle: García colocó \$ 7.200 al principio del año; Pérez colocó dos meses después \$ 9.000; González integró al principio del año \$ 800 y cuatro meses después colocó \$ 3.000 más. Repartir entre ellos una ganancia de \$ 88.920 en el año.
34. Los socios "A", "B" y "C" formaron una sociedad comercial. "A" aportó U\$S 4.000 por tres años, "B" colocó U\$S 6.000 durante cuatro años y "C" integró U\$S 8.000 por dos años. La ganancia obtenida fue de U\$S 6.000; el 10% se destinó al fondo de reserva y el resto se repartió entre los socios. ¿Cuánto recibió cada uno?
35. Repartir un beneficio de \$ 360.000, gratificando en primer término con un 7% a cada uno de los dos socios fundadores, quienes por tres años integraron \$ 10.000 y \$ 30.000 respectivamente. El resto de los socios aportaron: \$ 20.000 durante dos años y \$ 30.000 durante un año respectivamente.
36. La ganancia que se origina en una sociedad es de U\$S 8.250. Cuánto le corresponde de la misma a cada uno de tres socios que aportaron respectivamente: U\$S 15.000 durante dos años, U\$S 11.000 durante tres años y U\$S 8.000 por cuatro años y medio, teniendo en cuenta que al primero de los socios se le asignó un 20% como retribución por sus funciones de administración de la empresa.
37. Dos socios establecen un negocio aportando un total de U\$S 24.000, de los cuales el primero impone U\$S 14.000 y el segundo el resto. A los ocho meses el primero de los socios retira U\$S 2.000 y el segundo, siete meses después, retira U\$S 5.000. Sabiendo que la sociedad se mantiene por dos años y hay una ganancia de U\$S 45.900, ¿cuánto corresponde a cada uno?
38. Dos personas colocan para un negocio: el primero \$ 40.000 en efectivo y conformes a ocho meses de plazo por \$ 50.000, el segundo coloca \$ 100.000 en efectivo. A los dos años la ganancia fue de \$ 33.200, ¿cuánto corresponde a cada uno?
39. Rojo y Verde se asocian para una empresa, integrando el capital de la siguiente manera: Rojo aporta \$ 7.000 y a los tres meses retira \$ 2.000; Verde coloca \$ 4.000 y a los dos meses agrega \$ 2.000 más. Tres meses después de formada la sociedad, se integra Azul con \$ 5.000 de los cuales retira \$ 1.000 al mes. La sociedad duró un año y tuvo una ganancia de \$ 138.100. Se pregunta cuánto corresponde a cada socio.
40. En una sociedad Juan puso U\$S 3.000 durante dos años, Luis puso U\$S 5.000 por cuatro años y Esteban aportó U\$S 2.000. Se desea conocer el tiempo de imposición del capital de Esteban, si recibió U\$S 3.000 de una ganancia de U\$S 16.000.
41. Dos socios han colocado entre ambos \$ 32.000 en un negocio que originó \$ 6.000 de ganancia. Uno de ellos recibió en total \$ 22.800, ¿cuánto ganó cada uno y cuáles fueron sus capitales iniciales?
42. En una sociedad ponen: "A" U\$S 300 más que "C"; "B" U\$S 400 más que "D"; "C" U\$S 500 más que "B" y "D" pone U\$S 2.000. "A" estuvo un año y medio, "B" veintidós meses, "C" dos años y medio y "D" dos años y nueve meses. Sabiendo que se produjo una ganancia de U\$S 4.350, se desea saber cuánto ganó cada socio.
43. El Sr. "A" comienza un negocio con \$ 6.000. A los cinco meses se asocia el Sr. "B" con \$ 8.000; tres meses más tarde "C" coloca un 15% menos que "A" y medio año después "D" coloca un 20% más que "A". Un año después de la última colocación, la sociedad se disuelve con una ganancia de \$ 25.110. Hágase el reparto proporcionalmente.
44. Tres personas integran una sociedad en la que ganan U\$S 27.000 y habían aportado respectivamente: U\$S 3.600 por cinco años; U\$S 2.500 por tres años más que el anterior y U\$S 8.000 quince meses antes de disolverse la sociedad. ¿Cuánto corresponde a cada uno?
45. A los tres años de fundada una sociedad, se liquidan los beneficios entre sus dos integrantes correspondiéndole a Carlos U\$S 24.000 y a José U\$S 20.000. Carlos había aportado su capital al contado y José entregó documentos a doce meses de plazo. El capital social era de U\$S 99.000, se quiere saber cuánto había colocado cada socio.

1. DEFINICIONES

En su acepción más corriente, **cambio** es el trueque de una cosa por otra de diferente especie. Encuadrando el concepto en materia financiera, entendemos por cambio:

- En términos bancarios, es una operación que tiene por objeto la cesión que una persona hace a otra de fondos disponibles en otra plaza por medio de una **letra de cambio**; o también, la cesión de fondos o permuta de créditos en moneda de un país, por moneda de otro país, con intervención de instituciones bancarias.
- También en términos bancarios, llamamos cambio a la operación de permuta de moneda de un país, por su valor equivalente en moneda de otro país.

2. NEGOCIACIÓN DE MONEDA

Llámanse cotización (o tipo de cambio), a la cantidad de moneda nacional que, en un día determinado, equivale a la unidad de moneda extranjera considerada.

Por ejemplo: si decimos que la cotización del dólar "abrió a 6,85 / 7,03", en el día de hoy, queremos indicar que la comercialización de la moneda americana *se inicia hoy* comprando al público cada dólar en \$ 6,85 y vendiéndoselo a \$ 7,03. Estos valores son fijados por el Banco Central diariamente, en función de la oferta y la demanda existente en la plaza cambiaria.

Como no escapará al criterio del lector, la operación de conversión de monedas radica en una Regla de Tres Simple.

3. EJEMPLOS DE OPERACIONES DE CAMBIO

Ejemplo 1 Dispongo de \$ 420 para comprar dólares americanos. ¿Cuántos podré obtener a la cotización de 6,85 / 7,03?

Resolución:

$$\begin{array}{rcl} \$ 7,03 & \text{---} & \text{US\$ } 1 \\ \$ 420 & \text{---} & \text{US\$ } x \end{array} \quad \begin{array}{rcl} 7,03 & & 1 \\ 420 & = & x \end{array} \quad \begin{array}{rcl} x & = & \frac{420}{7,03} \end{array}$$

$$\text{☞ } x = \text{US\$ } 59,74$$

Ejemplo 2 ¿Qué suma en m/h debo disponer para la compra de U\$S 130, al tipo de cambio del Ejemplo 1?

Resolución:

$$\begin{array}{l} \text{U\$S } 1 \text{ ————— } \$ 7,03 \\ \text{U\$S } 130 \text{ ————— } \$ x \end{array}$$

$$\frac{1}{130} = \frac{7,03}{x}$$

$$x = 130 \times 7,03$$

$$\boxed{x = \$ 913,90}$$

Ejemplo 3 ¿Qué valor en m/h podré obtener por U\$S 95 con la misma cotización anterior?

Resolución:

$$\begin{array}{l} \text{U\$S } 1 \text{ ————— } \$ 6,85 \\ \text{U\$S } 95 \text{ ————— } \$ x \end{array}$$

$$\frac{1}{95} = \frac{6,85}{x}$$

$$x = 95 \times 6,85$$

$$\boxed{x = \$ 650,75}$$

Ejemplo 4 ¿De cuántos dólares debo disponer para saldar una deuda de \$ 1.250 con idéntica cotización que en los casos anteriores?

Resolución:

$$\begin{array}{l} \$ 7,03 \text{ ————— } \text{U\$S } 1 \\ \$ 1.250 \text{ ————— } \text{U\$S } x \end{array}$$

$$\frac{7,03}{1.250} = \frac{1}{x}$$

$$x = \frac{1.250}{7,03}$$

$$\boxed{x = \text{U\$S } 177,81}$$

Práctico Nº 5. TIPOS DE CAMBIO

(Soluciones en la página 103)

1. Si con \$ 18.216 compré 2.530 dólares, ¿a qué cotización opere?
2. Vendí 430 dólares al cambio de \$ 7,14 y con el efectivo, compré moneda argentina a \$ 7,10. ¿Qué suma obtuve?
3. Convertir \$ 2.360 a reales, al cambio de \$ 7,95.
4. Reducir \$ 20.000 a dólares, sabiendo que la cotización del dólar es de \$ 7,20.
5. Con \$ 14.480 compré 2.000 pesos argentinos. ¿Cuál era la cotización de la moneda argentina?
6. ¿Cuánto me cuestan 3.654 reales al cambio de \$ 7,95?
7. Si 3.800 dólares me costaron \$ 26.733, incluida una comisión del 0,5%, ¿cuál fue la cotización?
8. Vendí 60.000 pesos argentinos y recibí la suma líquida de \$ 425.148, habiendo pagado una comisión del 20/100 -dos por mil-. Hallar la cotización.
9. Transferí un capital a Nueva York al cambio de \$ 7,20 por dólar. Allí fue colocado al 3% de interés durante 6 meses y produjo un beneficio de 150 dólares. ¿Cuál fue el capital invertido en moneda nacional?
10. Compré 357 dólares a \$ 7,26 y de ellos vendí 150 a \$ 7,16. ¿A qué tipo de cambio debo vender el resto para ganar en el conjunto la suma de \$ 187,62?

1. SUCESIONES

Se entiende por tal, un conjunto cuyos elementos están ordenados y que, generalmente, se obtienen unos a partir de otros en virtud de una ley constante.

Los elementos del conjunto —o **términos** de la sucesión— suelen representarse por una misma letra afectada por un subíndice, que indica el número de orden de dicho término.

Por ejemplo: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ es una sucesión en la cual a_1 representa al primer término y a_n representa al **término n -simo** o **término general**.

Una sucesión que contenga n términos, o sea que contenga tanto un primer como un último término, se llamará **sucesión finita**; mientras que si, por el contrario, a cada término le sucede otro y así en forma indefinida, sin que se pueda determinar un último término, recibirá el nombre de **sucesión infinita**.

Se llama **serie de una sucesión** a la suma indicada de todos sus términos; por lo tanto, en toda sucesión finita, su serie estará representada por un polinomio.

2. PROGRESIONES ARITMÉTICAS

Una progresión aritmética (o por diferencia) es una sucesión cuyos términos son tales que cada uno de ellos —a partir del primero— es igual al término anterior aumentado en una cantidad constante, que llamaremos **razón** o **diferencia**.

Esta razón puede estar representada por un número positivo, en cuyo caso la progresión será **creciente**, o puede estar representada por un número negativo y, en este caso, será una progresión **decreciente**.

El valor cero no es considerado como razón, por tratarse del neutro aditivo.

2.1. TÉRMINO GENERAL

Siendo a_1 el primer término de una progresión aritmética y d la razón, los primeros n términos serán:

$$\div a_1 \cdot a_1 + d \cdot a_1 + 2d \cdot \dots \cdot a_1 + (n-1) \cdot d$$

$a_2 \quad a_3 \quad a_n$

Por lo tanto, esta última expresión nos permite calcular el valor de un término cualquiera, conociendo el primero $-a_1-$ y la razón $-d-$, con sólo sustituir n por el número de orden del término buscado:



$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

Ejemplo: Calcular el 18º término en la progresión:

$$\div 3 \cdot 11 \cdot 19 \cdot \dots$$

Resolución: Siendo: $a_1 = 3$; $d = 8$; $n = 18$

$$a_{18} = 3 + (18-1) \cdot 8$$

$$a_{18} = 139$$



La fórmula para a_n previamente determinada, la utilizaremos en el caso de calcular un término cualquiera de la progresión, habiéndose determinado o no que ésta sea finita o infinita.

Cuando se trate de una progresión finita y estemos frente al cálculo del valor del **último término**, la fórmula a emplear será la misma, pero a ese último término lo representaremos por la letra L .

Ejemplo: Siendo: $a_1 = 2$; $d = 3$; $n = 6$,

se pide: calcular el tercero y el último término.

Resolución: $a_3 = 2 + (3-1) \cdot 3$ $L = 2 + (6-1) \cdot 3$

$$a_3 = 8$$



$$L = 17$$

2.2. FÓRMULAS DERIVADAS.

1) Último término de una progresión finita:



$$L = a_1 + (n-1) \cdot d$$

2) Primer término:



$$a_1 = L - (n-1) \cdot d$$

3) Razón o diferencia:



$$d = \frac{L - a_1}{n-1}$$

4) Cantidad de términos:



$$n = \frac{L - a_1}{d} + 1$$

2.3. SUMA DE LOS TÉRMINOS CONSECUTIVOS EN LA PROGRESIÓN FINITA

Detallaremos paso a paso el procedimiento para determinar la fórmula correspondiente:

1º) Se escriben los términos de la progresión:

$$\div a_1 \cdot (a_1 + d) \cdot (a_1 + 2d) \cdot \dots \cdot (L-2d) \cdot (L-d) \cdot L$$

2º) Se expresa la suma de estos términos en su orden natural y en su orden inverso (por aplicación de la propiedad conmutativa de la suma):

$$S_n = a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) + \dots + (L-2d) + (L-d) + L$$

$$S_n = L + (L-d) + (L-2d) + \dots + (a_1 + 2d) + (a_1 + d) + a_1$$

3º) Sumando miembro a miembro ambas igualdades:

$$2 \cdot S_n = (a_1 + L) + (a_1 + L) + (a_1 + L) + \dots + (L + a_1) + (L + a_1) + (L + a_1)$$

$$2 \cdot S_n = n(a_1 + L)$$



$$S_n = \frac{n}{2} \cdot (a_1 + L)$$

2.4. SUMA DE LOS TÉRMINOS EQUIDISTANTES DE LOS EXTREMOS

En toda progresión aritmética, la suma de los términos equidistantes de los extremos es constante e igual a la suma de los términos extremos.

Sea la progresión: $\div a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_{n-2} \cdot a_{n-1} \cdot a_n$

Hacemos: $a_2 = h$ y su simétrico: $a_{n-1} = h'$

Sabemos por definición que: $a_2 = a_1 + d \rightarrow h = a_1 + d$

$$a_{n-1} = a_n - d \rightarrow h' = a_n - d$$

Sumamos miembro a miembro y obtenemos:

$$\begin{aligned} h &= a_1 + d \\ h' &= a_n - d \end{aligned}$$



$$h + h' = a_1 + a_n$$

(LQOD)

2.5. VALOR DEL TÉRMINO CENTRAL

Si la progresión consta de una cantidad impar de términos, habrá uno de ellos que ocupe la posición central y, por lo tanto, será equidistante

de los extremos. Su valor es igual a la semisuma de los términos extremos.
Aplicando la fórmula anterior y por ser $h = h'$, resultará:

$$h + h = a_1 + a_n$$

$$2h = a_1 + a_n$$

$$h = \frac{a_1 + a_n}{2}$$

(LQQD)

2.6. INTERPOLACIÓN DE MEDIOS DIFERENCIALES

Interpolar medios aritméticos o diferenciales entre dos números dados, es intercalar entre ellos una cierta cantidad de valores que, con los dados y teniéndolos como extremos, formen una progresión aritmética. Por lo tanto, para efectuar la interpolación, basta con calcular la razón o diferencia aplicando la fórmula correspondiente y organizar la progresión según su definición.

Ejemplo 1 Interpolar tres medios diferenciales entre 8 y 20.

Resolución: Siendo: $a_1 = 8$; $l = 20$; $n = 5$

$$d = \frac{20-8}{5-1}$$

$$d = 3$$

Por lo tanto: $\div 8 \cdot 11 \cdot 14 \cdot 17 \cdot 20$

Medios interpolados

Ejemplo 2 Interpolar tres medios aritméticos entre los términos consecutivos de la progresión $\div 1 \cdot 13 \cdot 25$

1º) Interpolación entre 1 y 13:

Siendo: $a_1 = 1$; $l = 13$; $n = 5$

$$d = \frac{13-1}{5-1}$$

$$d = 3$$

Por lo tanto: $\div 1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 10 \cdot 13$

Medios interpolados

2º) Interpolación entre 13 y 25:

Siendo: $a_1 = 13$; $l = 25$; $n = 5$

$$d = \frac{25-13}{5-1}$$

$$d = 3$$

Por lo tanto: $\div 13 \cdot 16 \cdot 19 \cdot 22 \cdot 25$

Medios interpolados

Resultando por lo tanto:

$$\div 1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 10 \cdot 13 \cdot 16 \cdot 19 \cdot 22 \cdot 25$$

Medios interpolados

3. PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

Una progresión geométrica —o por cociente— es una sucesión cuyos términos son tales que uno cualquiera de ellos —a partir del primero— se obtiene multiplicando al anterior por una cantidad constante que llamaremos **razón**.

Si esta razón está representada por un número positivo y mayor que 1, la progresión es **creciente**; si la razón tiene un valor positivo comprendido entre 0 y 1, la progresión es **decreciente**; mientras que, si la razón adopta valores negativos, la progresión estará compuesta por **términos positivos y negativos alternados**.

3.1. TÉRMINO GENERAL

Siendo a_1 el primer término de una progresión geométrica y q la razón, los primeros n términos son:

$$\div a_1 : a_1 \cdot q : a_1 \cdot q^2 : a_1 \cdot q^3 : \dots : a_1 \cdot q^{n-1}$$

$a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_n$

Esta última expresión nos permite calcular el valor de un término cualquiera, conociendo el primero a_1 y la razón q , con sólo sustituir n por el número de orden del término buscado.

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

Ejemplo: Calcular el quinto término en la progresión: $\div 2 : 6 : 18 : \dots$

Resolución: $a_1 = 2$; $q = 3$; $n = 5$

$$a_5 = 2 \cdot 3^{5-1}$$

$$a_5 = 162$$

de los extremos. Su valor es igual a la semisuma de los términos extremos.
Aplicando la fórmula anterior y por ser $h = h'$, resultará:

$$h + h = a_1 + a_n$$

$$2h = a_1 + a_n$$

$$h = \frac{a_1 + a_n}{2}$$



(LQOD)

2.6. INTERPOLACIÓN DE MEDIOS DIFERENCIALES

Interpolar medios aritméticos o diferenciales entre dos números dados, es intercalar entre ellos una cierta cantidad de valores que, con los dados y teniéndolos como extremos, formen una progresión aritmética. Por lo tanto, para efectuar la interpolación, basta con calcular la razón o diferencia aplicando la fórmula correspondiente y organizar la progresión según su definición.

Ejemplo 1 Interpolar tres medios diferenciales entre 8 y 20.

Resolución: Siendo: $a_1 = 8$; $d = 20$; $n = 5$

$$d = \frac{20 - 8}{5 - 1}$$

$$d = 3$$

Por lo tanto: $\div 8 \cdot 11 \cdot 14 \cdot 17 \cdot 20$

Medios interpolados

Ejemplo 2 Interpolar tres medios aritméticos entre los términos consecutivos de la progresión $\div 1 \cdot 13 \cdot 25$

1º) Interpolación entre 1 y 13:

Siendo: $a_1 = 1$; $d = 13$; $n = 5$

$$d = \frac{13 - 1}{5 - 1}$$

$$d = 3$$

Por lo tanto: $\div 1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 10 \cdot 13$

Medios interpolados

2º) Interpolación entre 13 y 25:

Siendo: $a_1 = 13$; $d = 25$; $n = 5$

$$d = \frac{25 - 13}{5 - 1}$$

$$d = 3$$

Por lo tanto: $\div 13 \cdot 16 \cdot 19 \cdot 22 \cdot 25$

Medios interpolados

Resultando por lo tanto:

$\div 1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 10 \cdot 13 \cdot 16 \cdot 19 \cdot 22 \cdot 25$

Medios interpolados

3. PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

Una progresión geométrica –o por cociente– es una sucesión cuyos términos son tales que uno cualquiera de ellos –a partir del primero– se obtiene multiplicando al anterior por una cantidad constante que llamaremos **razón**.

Si esta razón está representada por un número positivo y mayor que 1, la progresión es **creciente**; si la razón tiene un valor positivo comprendido entre 0 y 1, la progresión es **decreciente**; mientras que, si la razón adopta valores negativos, la progresión estará compuesta por **términos positivos y negativos alternados**.

3.1. TÉRMINO GENERAL

Siendo a_1 el primer término de una progresión geométrica y q la razón, los primeros n términos son:

$$\div a_1 : a_1 \cdot q : a_1 \cdot q^2 : a_1 \cdot q^3 : \dots : a_1 \cdot q^{n-1}$$

Esta última expresión nos permite calcular el valor de un término cualquiera, conociendo el primero a_1 y la razón q , con sólo sustituir n por el número de orden del término buscado.



$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

Ejemplo: Calcular el quinto término en la progresión: $\div 2 : 6 : 18 : \dots$

Resolución: $a_1 = 2$; $q = 3$; $n = 5$

$$a_5 = 2 \cdot 3^{5-1}$$

$$a_5 = 162$$

Tal como lo hemos expresado en las progresiones aritméticas, y para mantener el criterio, diremos que, para calcular un término cualquiera en la progresión, emplearemos la fórmula determinada anteriormente para a_n ; mientras que, cuando se trate de calcular el último término, si bien la fórmula de cálculo es la misma, a ese último término lo llamaremos L .

Ejemplo: Conociendo: $a_1 = 3$; $q = -2$; $n = 6$, calcular el cuarto y el último término.

Resolución: $a_4 = 3 \cdot (-2)^{4-1}$
 $a_4 = -24$

$L = 3 \cdot (-2)^{6-1}$
 $L = -96$

3.2. FÓRMULAS DERIVADAS

1) Último término en una progresión finita:

$$L = a_1 \cdot q^{n-1}$$

2) Primer término:

$$a_1 = \frac{L}{q^{n-1}}$$

3) Razón:

$$q = \sqrt[n-1]{\frac{L}{a_1}}$$

4) Cantidad de términos:

Si bien todas las fórmulas derivadas se deducen, en forma algebraica, a partir de la fórmula fundamental, detallaremos la que corresponde al cálculo de la cantidad de términos.

$$L = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$q^{n-1} = \frac{L}{a_1} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{En este punto} \\ \text{del desarrollo} \\ \text{se debe aplicar} \\ \text{logaritmos} \end{array} \right.$$

$$\log q^{n-1} = \log \frac{L}{a_1}$$

$$(n-1) \cdot \log q = \log L - \log a_1$$

$$n = \frac{\log L - \log a_1}{\log q} + 1$$

3.3. SUMA DE LOS TÉRMINOS CONSECUTIVOS DE UNA PROGRESIÓN GEOMÉTRICA FINITA

* Una fórmula de cálculo

1°) Se expresa la suma de los términos de la progresión:

$$S_n = a_1 + a_1 \cdot q + a_1 \cdot q^2 + \dots + a_1 \cdot q^{n-2} + a_1 \cdot q^{n-1}$$

2°) Se multiplican ambos miembros de la igualdad por la razón:

$$q \cdot S_n = a_1 \cdot q + a_1 \cdot q^2 + a_1 \cdot q^3 + \dots + a_1 \cdot q^{n-1} + a_1 \cdot q^n$$

3°) De esta última igualdad se resta la anterior:

$$\begin{array}{r} q \cdot S_n = a_1 \cdot q + a_1 \cdot q^2 + a_1 \cdot q^3 + \dots + a_1 \cdot q^{n-1} + a_1 \cdot q^n \\ - S_n = -a_1 - a_1 \cdot q - a_1 \cdot q^2 - \dots - a_1 \cdot q^{n-2} - a_1 \cdot q^{n-1} \\ \hline \end{array}$$

$$S_n (q-1) = a_1 \cdot q^n - a_1$$

$$S_n (q-1) = a_1 \cdot (q^n - 1)$$

$$S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

* Otra fórmula de cálculo

Sea la progresión geométrica: $\frac{a_1}{q} : a_1 : a_2 : a_3 : \dots : a_{n-1} : a_n$

1°) Se expresa la suma de sus términos:

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} + a_n \quad \{A\}$$

2°) Se multiplican ambos miembros de la igualdad por la razón:

$$q \cdot S_n = q \cdot a_1 + q \cdot a_2 + q \cdot a_3 + \dots + q \cdot a_{n-1} + q \cdot a_n$$

Pero como: $q \cdot a_1 = a_2$; $q \cdot a_2 = a_3$; \dots ; $q \cdot a_{n-1} = a_n$

Resulta entonces: $q \cdot S_n = a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_n + q \cdot a_n \quad \{B\}$

3°) Restando la igualdad $\{A\}$ de la $\{B\}$ y reduciendo:

$$q \cdot S_n - S_n = a_n \cdot q - a_1$$

$$S_n (q-1) = a_n \cdot q - a_1$$

$$S_n = \frac{a_n \cdot q - a_1}{q - 1}$$

Si en esta última fórmula sustituimos a_n por su expresión de cálculo, arriba-remos a la fórmula determinada en el primer procedimiento.

3.4. SUMA DE LOS TÉRMINOS DE UNA PROGRESIÓN GEOMÉTRICA DECRECIENTE INFINITA ($0 < q < 1$)

Siendo $q < 1$, la expresión q^n tiende hacia cero cuando n se hace indefinidamente grande y, por consiguiente, las expresiones del numerador y del denominador, en la fórmula de cálculo de la suma, serán ambas negativas. Entonces:

$$S_{\infty} = \frac{-1}{a_1 \cdot q - 1}$$

$$S_{\infty} = \frac{a_1}{1 - q}$$

Debe entenderse que el valor que se ha obtenido para S_{∞} no es un valor absoluto, sino el valor límite hacia el cual tiende S cuando n tiende a infinito (∞).

La aplicación principal de esta fórmula se da en el cálculo del valor aproximado de las fracciones decimales periódicas, las que se pueden considerar como la suma de los términos de una progresión geométrica ilimitada.

Ejemplo 1

Hallar la suma de los términos en: $\frac{2}{3} : \frac{4}{3} : 1 : \dots$

Resolución: $S_{\infty} = \frac{4}{1 - 1/2}$

$S_{\infty} = 8$

"Ocho" es el valor límite hacia el cual tiende la suma. Esta nunca llegará a ser igual a ocho pero, cuanto mayor sea el número de términos que se considere, más se aproximará a "ocho".

Ejemplo 2

Hallar el valor límite de $0.333\dots$
(Equivale a pedir que se determine la fracción generatriz del decimal periódico presentado).

Resolución:

$$0.333\dots = \frac{3}{10} + \frac{3}{100} + \frac{3}{1.000} + \dots$$

Suma de los términos de una progresión geométrica ilimitada donde:

$$a_1 = \frac{3}{10} \quad y \quad q = \frac{1}{10}$$

$$S = \frac{3/10}{1 - 1/10}$$

$S = 1/3$

Resultado fácilmente verificable dividiendo 1 entre 3.

Ejemplo 3

Hallar el valor límite de $0.31515\dots$

Resolución: $0.31515\dots = \frac{3}{10} + \frac{15}{1.000} + \frac{15}{100.000} + \dots$

A partir de $3/10$ tenemos la suma al infinito de una progresión geométrica donde:

$$a_1 = \frac{15}{1.000} \quad y \quad q = \frac{1}{100}$$

$$S = \frac{\frac{15}{1.000}}{1 - \frac{1}{100}}$$

$$S = \frac{1}{66}$$

Entonces: $\frac{3}{10} + \frac{1}{66} = \frac{52}{165}$

Este resultado corresponde a la fracción que genera el decimal periódico $0.31515\dots$

Ejemplo 4

Determinar la fracción ordinaria que genera el decimal periódico $25.4141\dots$

Resolución: $25.4141\dots = 25 + \frac{41}{100} + \frac{41}{10.000} + \dots$

$$a_1 = \frac{41}{100} \quad y \quad q = \frac{1}{100}$$

$$S = \frac{\frac{41}{100}}{1 - \frac{1}{100}}$$

$$S = \frac{41}{99}$$

Entonces: $25 + \frac{41}{99} = 25 \frac{41}{99}$

3.5. PRODUCTO DE LOS TÉRMINOS EQUIDISTANTES DE LOS EXTREMOS

El producto de dos términos equidistantes de los extremos es constante e igual al producto de dichos extremos.

Consideramos la progresión: $\frac{2}{3} : a_1 : a_2 : a_3 : \dots : a_{n-2} : a_{n-1} : a_n$

p
h
h
p

Sea h un término cualquiera de la progresión, que tiene p términos antes de él. Si consideramos una progresión parcial entre a_1 y h , tendremos:

$$a_n = \ell = h \quad y \quad p = n-1$$

Aplicando la fórmula para el cálculo del último término:

$$\ell = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$\Rightarrow h = a_1 \cdot q^p \quad \{A\}$$

A su vez, sea h' el término simétrico, que tiene p términos después de él. Si consideramos la progresión parcial entre h' y a_n , tendremos:

$$h' = a_1; a_n = \ell \quad y \quad p = n-1$$

Aplicando la fórmula de cálculo del primer término:

$$a_1 = \frac{\ell}{q^{n-1}}$$

$$h' = \frac{\ell}{q^p}$$

$$\Rightarrow h' = \ell \cdot q^{-p} \quad \{B\}$$

Multiplicando ordenadamente las igualdades $\{A\}$ y $\{B\}$, obtenemos:

$$h = a_1 \cdot q^p$$

$$h' = \ell \cdot q^{-p}$$

$$h \cdot h' = a_1 \cdot \ell \cdot \underbrace{q^p \cdot q^{-p}}_{q^0=1}$$

$$h \cdot h' = a_1 \cdot \ell$$

(LQPD)

3.6. VALOR DEL TÉRMINO CENTRAL

Cuando una progresión geométrica limitada tiene una cantidad impar de términos, existe uno de ellos que ocupa la posición central y, por lo tanto, equidista de los extremos.

Por lo cual si en la fórmula de cálculo del producto de términos equidistantes de los extremos, hacemos $h = h'$ al considerar el término central:

$$h \cdot h' = a_1 \cdot \ell$$

$$h^2 = a_1 \cdot \ell$$

$$h = \sqrt{a_1 \cdot \ell}$$

3.7. PRODUCTO DE LOS TÉRMINOS CONSECUTIVOS EN UNA PROGRESIÓN GEOMÉTRICA LIMITADA

El producto de los términos consecutivos, en una progresión geométrica finita, es igual a la raíz cuadrada del producto de los extremos elevada a una potencia que tiene por exponente el número de términos de la progresión.

Sea la progresión geométrica: $\frac{a_1}{a_1} : \frac{a_2}{a_2} : \frac{a_3}{a_3} : \dots : \frac{a_{n-2}}{a_{n-2}} : \frac{a_{n-1}}{a_{n-1}} : \frac{a_n}{a_n}$

1º) Expresaremos el producto de sus términos:

$$M = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_{n-2} \cdot a_{n-1} \cdot a_n$$

2º) Aplicando la propiedad conmutativa del producto:

$$M = a_n \cdot a_{n-1} \cdot a_{n-2} \cdot \dots \cdot a_3 \cdot a_2 \cdot a_1$$

3º) Multiplicando ordenadamente ambas igualdades obtendremos:

$$M^2 = (a_1 \cdot a_n) \cdot (a_2 \cdot a_{n-1}) \cdot (a_3 \cdot a_{n-2}) \cdot \dots \cdot (a_{n-2} \cdot a_3) \cdot (a_{n-1} \cdot a_2) \cdot (a_n \cdot a_1)$$

En el segundo miembro de la igualdad, se presenta un producto de n factores iguales en valor –por tratarse de términos simétricos–, por lo cual:

$$M^2 = (a_1 \cdot a_n)^n$$

$$M = (\sqrt{a_1 \cdot a_n})^n$$

(LQPD)

3.8. INTERPOLACIÓN DE MEDIOS GEOMÉTRICOS O PROPORCIONALES

Interpolamos medios geométricos o proporcionales entre dos números dados es intercalar entre ellos una cierta cantidad de valores que, con los dados como extremos, formen una progresión geométrica.

Por lo tanto, para efectuar la interpolación, bastará con calcular la razón y organizar la progresión de acuerdo con su definición.

Ejemplo 1

Interpolamos cuatro medios geométricos entre 2 y 64.

Resolución:

Sabemos que: $a_1 = 2$; $\ell = 64$ y $n = 6$

$$q = \sqrt[6-1]{\frac{64}{2}}$$

$$q = 2$$

Por lo tanto: $\frac{2}{2} : \frac{4}{4} : \frac{8}{8} : \frac{16}{16} : \frac{32}{32} : \frac{64}{64}$

Medios interpolados

Interpolar dos medios proporcionales entre los términos consecutivos de: $\frac{1}{2} : 4 : 32$

Resolución:

1º) Interpolación entre $\frac{1}{2}$ y 4

$$q = \sqrt[3]{\frac{4}{\frac{1}{2}}}$$

$$q = 2$$

Entonces: $\frac{1}{2} : 1 : 2 : 4$
Medios interpolados

2º) Interpolación entre 4 y 32

$$q = \sqrt[3]{\frac{32}{4}}$$

$$q = 2$$

Entonces: $\frac{1}{2} : 1 : 2 : 4 : 8 : 16 : 32$
Medios interpolados

Resulta por lo tanto:

$$\frac{1}{2} : 1 : 2 : 4 : 8 : 16 : 32$$

Medios interpolados

Práctico N° 6. PROGRESIONES ARITMÉTICAS Y GEOMÉTRICAS

(Soluciones en la página 104)

1. Calcular: a) a_9 en $\frac{7}{2} \cdot 10 \cdot 13 \cdot \dots$ b) a_{12} en $\frac{5}{2} \cdot 10 \cdot 15 \cdot \dots$
c) a_{13} en $\frac{3}{2} \cdot -1 \cdot -5 \cdot \dots$ d) a_{19} en $\frac{1}{3} \cdot \frac{7}{8} \cdot \dots$
e) a_{26} en $\frac{2}{3} \cdot -\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{10} \cdot \dots$ f) a_{19} en $\frac{2}{3} \cdot -4 \cdot -\frac{2}{3} \cdot \dots$

2. Completar los espacios en blanco en el cuadro:

	a_1	ℓ	d	n	S_n
a)	1		3	13	
b)	-7		-4	10	
c)		$-\frac{13}{5}$	-0,2	16	
d)		0	$-\frac{9}{2}$	23	
e)	3	5		13	
f)	-2	7		4	
g)	7	31	2		
h)	5	-3	-1		
i)	-3	9	2		
j)	5		3	10	

3. Interpolar: a) Siete medios aritméticos entre 5 y 25.

b) Dos medios diferenciales entre los términos consecutivos $7 \cdot 13 \cdot 19 \cdot 25 \cdot \dots$

4. Hallar la suma de: a) los 20 primeros múltiplos de 7 distintos de cero.

b) los 80 primeros múltiplos de 5 distintos de cero.

c) los 43 primeros números naturales terminados en 8.

d) los 100 primeros números pares positivos.

e) los 100 primeros números impares positivos mayores que 7.

5. Indicar si los siguientes conjuntos numéricos constituyen progresiones aritméticas:

a) 4; 9; 14; 19 b) 6; 4; 2; 0 c) $\frac{3}{2}$; 2; $\frac{5}{2}$; 3

6. Calcular el primer término de una progresión aritmética, sabiendo que: $a_5 = 6$ y $d = 2$.

7. Calcular la cantidad de términos de una progresión aritmética, sabiendo que el primer término vale 8, el último 62 y que $S_n = 560$.

8. En una progresión aritmética se conocen: $a_1 = \frac{1}{2}$ y $a_5 = \frac{3}{2}$. Calcular la razón.

9. Calcular el primer término de una progresión aritmética, sabiendo que el último término es 28 y que $S_{12} = 72$.

10. Calcular el décimo término de una progresión aritmética que tiene por segundo y cuarto término a $\frac{2}{5}$ y 1 respectivamente.
11. En una progresión aritmética, el octavo término es $\frac{5}{2}$ y el doceavo es $\frac{1}{2}$. Se pide: **a)** calcular la diferencia **b)** calcular la suma de los 19 primeros términos.
12. De una progresión aritmética se sabe que: $n=24$; $d=3$ y $S_n=924$. Se piden los valores del primero y último término.
13. En una progresión aritmética se conoce: $n=33$; $a_n=-2$ y $S_n=198$. Se desea conocer el primer término y la razón.
14. Conociendo: $n=31$; $a_1=-45$ y $S_n=0$, calcular: a_n y d .
15. Determinar a_n y S_n en una progresión aritmética, sabiendo que $a_1=0$; $n=13$ y $d=-2$.
16. Intercalar nueve números entre -10 y 10 para que queden en progresión aritmética.
17. Un viajero se propone llegar a una localidad en 19 días. Para ello recorre cada día 250 metros más que el anterior y el último día su recorrido fue de $14\frac{1}{2}$ km. ¿Cuántos km viajó el primer día?
18. Un hombre avanza 6 metros en el primer segundo de su carrera y, en cada segundo posterior, avanza 25 cm más que en el anterior. Se desea saber cuánto avanzó en el octavo segundo y qué distancia lleva recorrida en ese tiempo.
19. Los ahorros de tres años de una persona están en progresión aritmética. Si en total pudo acumular U\$S 2.400 y se sabe que en el primer año ahorró la mitad de lo que ahorró en el segundo año, indicar cuánto ahorró cada año.
20. Una piedra dejada caer libremente desde la azotea de un edificio recorre 16,1 pies en el primer segundo y, en cada segundo siguiente, recorre 32,2 pies más que en el anterior. Se sabe que demoró 5 segundos en llegar al suelo y se desea saber la altura del edificio. ($1 \text{ pie} = 30,48 \text{ cm}$).
21. Una deuda puede ser saldada en 32 cuotas, pagando U\$S 5 por la primera, U\$S 8 por la segunda, U\$S 11 por la tercera y así sucesivamente. Hallar el importe de la deuda y el valor de la última cuota.
22. Cierta persona ha hecho donaciones a una campaña de beneficencia durante siete días. El primer día entregó \$ 50 y el último \$ 230. Sabiendo que cada día aumentó su donación en una cantidad constante, hállese cuál fue ese incremento y cuánto donó cada día.
23. En una fábrica de extintores hay 120 unidades que se quiere colocar en exposición, en forma de triángulo, de manera que en la primera fila haya 1, en la segunda 2, en la tercera 3 y así sucesivamente. ¿Cuántas filas se formarán?
24. Determinar una progresión aritmética cuyo primer término sea 1 y tal que la suma de los cinco primeros términos sea la cuarta parte de la suma de los cinco términos siguientes.
25. Un comercio mal administrado sufre pérdidas que están en progresión aritmética. El quinto mes perdió \$ 3.000 y la pérdida de cada mes fue \$ 300 menor que la del mes anterior. Se desea saber cuánto se perdió en el primer mes.
26. **a)** Escribir los cinco primeros términos de la progresión geométrica que tiene:
 $a_1 = -4$ y $q = -2$
b) Escribir los siete primeros términos de la progresión geométrica en que:
 $a_1 = 12$ y $q = \frac{1}{2}$
c) Calcular la razón de una progresión geométrica en la cual: $a_1 = \frac{3}{5}$ y $a_2 = 6$.
d) Calcular la razón de una progresión geométrica en que: $a_3 = -4$ y $a_5 = -1$.

27. Completar los espacios en blanco en el cuadro:

	a_1	q	L	n	S_n
a)		0.5	25	6	
b)		0.3	0.36	3	
c)	-4	-2		5	
d)	15	-1		7	
e)	-1		-36	3	
f)	2		54	4	
g)	2	3	162		
h)	5	2	160		
i)	81		16	5	
j)	-8	$\frac{1}{2}$		6	

28. **a)** Interpoliar dos medios proporcionales entre 5 y 625.
b) Hallar la suma de los siete primeros términos en la progresión geométrica $\frac{4}{3}$; 4; 28;
c) Intercalar tres medios geométricos entre los términos consecutivos de la progresión geométrica $\frac{2}{3}$; 2; 162; 13.122;
29. Indicar si los siguientes conjuntos numéricos son términos consecutivos de una progresión geométrica y justificar la respuesta: **a)** 1; 3; 9; 27 **b)** 1; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{9}$; $\frac{1}{27}$
c) 1; -1; 1; -1
30. Escribir los cuatro primeros términos de una progresión geométrica con los siguientes datos: **a)** $a_1 = 1$; $q = 3$ **b)** $a_1 = -4$; $q = -2$
c) $a_1 = \frac{3}{4}$; $q = \frac{1}{2}$ **d)** $a_1 = -3$; $q = -\frac{1}{3}$
31. Calcular el quinto término de una progresión geométrica cuyo primer término es -3 y la razón $-\frac{1}{2}$.
32. Calcular el primer término de una progresión geométrica sabiendo que el quinto término vale 90 y que la razón es 3.
33. Calcular la razón de una progresión geométrica sabiendo que $a_1 = \frac{3}{5}$ y que el segundo término vale 6.
34. El tercer término de una progresión geométrica es 9 y la razón es 3. Calcular a_1 y a_8 .
35. Indicar el último término de una progresión geométrica donde:
 $a_1 = -\frac{1}{4}$; $q = 2$ y $n = 9$.
36. Calcular la suma de los ocho primeros términos de una progresión geométrica sabiendo que: $a_1 = 3$ y $q = 2$.
37. Hallar la suma de los primeros n términos consecutivos de una progresión geométrica conociendo: **a)** $n = 6$; $a_1 = 2$; $q = 3$ **b)** $n = 7$; $a_1 = 4$; $q = 2$

38. Una persona contó un secreto a tres amigos. Seis minutos después cada uno de ellos lo compartió con otros tres. Cada uno de éstos lo comunicó, a su vez, a otros tres a los seis minutos, y así sucesivamente. ¿Cuántas personas tomaron conocimiento del secreto a los treinta minutos?

39. Hallar la suma de los primeros n términos consecutivos de una progresión geométrica, sabiendo que: a) $a_n = 162$; $q = 3$ y $a_1 = 2$ b) $a_n = -81$; $q = 3$ y $a_1 = -1$

40. De dos progresiones geométricas se sabe que:

a) $n = 6$; $q = 1/2$ y $S_n = 630$ b) $n = 6$; $q = -2$ y $S_n = -147$

Calcular, en ambos casos, a_1 y a_n .

41. De una progresión geométrica se conoce: $a_1 = -3$; $q = -2$ y $a_n = 24$. Se pide: calcular el número de términos y la suma de todos los términos de la sucesión.

42. A una persona se le impusieron seis multas consecutivas, triplicándose en cada una de ellas la cuantía. Si por la última pagó \$ 1.458, ¿cuánto pagó por cada multa y cuánto pagó en total?

43. Un jugador perdió US\$ 5 en la primera mano y jugó todavía cinco manos más, triplicando cada vez la apuesta. Perdió todas las jugadas menos la última, por la cual le pagaron el doble de lo apostado en ella. Se pregunta: ¿ganó o perdió?; ¿cuánto?

44. Calcular cuatro números en progresión geométrica creciente tales que, la suma de los dos primeros sea 28 y la suma de los otros dos sea 175.

45. Los ángulos de un cuadrilátero están en progresión geométrica. Si se los ordena en sucesión creciente, el cuarto ángulo es igual al cuádruplo del segundo. Calcular el valor de todos los ángulos.

46. Existen dos progresiones —una aritmética y otra geométrica— y se cumple que: a) en ambas: $a_1 = 4$ y b) en la progresión geométrica, el segundo término tiene dos unidades menos que el correspondiente en la progresión aritmética. Se pide: calcular a_4 y S_4 en ambas sucesiones, sabiendo que la razón aritmética es el doble de la razón geométrica.

47. Determine la fracción generatriz de los decimales periódicos:

a) 0,666... b) 0,1212... c) 0,3232... d) 0,3555... e) 2,1818...

48. En una progresión geométrica de cinco términos se quiere conocer el primer término sabiendo que: $(a_3)^2 = 4/81$ y $a_5 = 8/81$.

49. En una progresión geométrica creciente, la razón es igual a la cuarta parte del primer término y la suma de los dos primeros términos es 24. Calcular los cinco primeros términos de la progresión.

50. Determinar siete números naturales en progresión geométrica, sabiendo que la suma de los tres primeros es 26 y la de los tres últimos es 2.106.

INTERÉS SIMPLE

Tema 7

1. ALGUNAS DEFINICIONES DE DIFERENTES AUTORES

- Se llama interés a la ganancia que se obtiene mediante el préstamo o depósito, en Bancos o Instituciones Financieras, de una determinada suma de dinero. (Buño)
- La regla de interés tiene por objeto calcular el beneficio que produce una cantidad de dinero prestada durante cierto tiempo, según una tasa determinada. (Buño)
- Simple es el interés producido en todo momento por el capital primitivo; compuesto, es el interés producido por el capital primitivo unido a los intereses que se acumulan al final de cada período. (Buño)
- Regla de interés es aquella que nos enseña a resolver todas las cuestiones a que puede dar lugar la colocación de capitales. (Floriani)
- El interés es simple, cuando la ganancia que produce el capital en cierto tiempo, no entra a formar parte de ese capital inicial. Es compuesto, cuando el interés que ha producido el capital en cierto tiempo, se acumula al capital primitivo y a su vez genera también un cierto interés. (Floriani)
- Se llama interés a la retribución que se paga por usar un capital ajeno. Podría decirse que es el alquiler de una suma de dinero; por lo tanto se entiende que está subordinado no sólo a la importancia del capital, sino también al tiempo en que permanece impuesto. (Monteverde)
- En una operación financiera, se denomina interés, al beneficio que recibe una de las partes por haber dado en préstamo a la otra, una suma de dinero por cierto tiempo. (D. Vincenzo)

2. CONCEPTO Y CARACTERÍSTICAS DEL RÉGIMEN DE INTERÉS SIMPLE

Las colocaciones de dinero a interés simple tienen como característica fundamental que el importe de los intereses periódicos es **constante**, debido a que el cálculo se hace **siempre** sobre el capital inicial.

Para mejor ilustración podríamos decir que es la situación en que, una vez generados los intereses, éstos son retirados de la cuenta, permaneciendo en ella únicamente el capital colocado inicialmente.

3. ELEMENTOS INTERVINIENTES EN LAS CUESTIONES DE INTERÉS SIMPLE

- Interés (I).** Resumiendo un tanto las definiciones de diferentes autores, presentadas inicialmente, diremos que el interés es una suma de dinero que representa un beneficio o ganancia para quien presta un capital y un costo para quien recibe el préstamo de ese capital.
- Tasa de Interés (t).** Normalmente representada en tanto por ciento, es el interés que generan \$ 100 en la unidad de tiempo. Si consideramos el interés producido por \$ 1, la tasa se denomina tanto por uno (i).
- Tiempo de colocación (n).** Se refiere al tiempo que dura la inversión, o sea el lapso transcurrido entre la colocación y el retiro total del dinero. Se interpreta también como *cantidad de períodos*.
- Capital (C).** Es la suma de dinero que se coloca o se da en préstamo con la finalidad de obtener una ganancia.
- Monto (M).** Es la suma de dinero integrada por el capital más los intereses generados durante el tiempo de colocación.

4. DEDUCCIÓN DE LAS FÓRMULAS DE CÁLCULO

4.1. FÓRMULA PARA EL CÁLCULO DEL INTERÉS

Los problemas de interés simple son, en definitiva, problemas de Regla de Tres Compuesta, dado que el interés es directamente proporcional al capital invertido, al tiempo que abarca la operación y a la tasa de colocación.

Por lo tanto, haremos la deducción de la fórmula, partiendo de un caso particular que se resolverá por Regla de Tres.

Ejemplo ¿Qué interés producen \$ 3.200 colocados al 6% anual durante cuatro años?

Resolución:

Planteo:

\$ 100	—	1 año	—	\$ 6 de interés
\$ 3.200	—	4 años	—	\$ x de interés
100	—	1	—	6
1	—	1	—	$\frac{6}{100}$
3.200	—	1	—	$\frac{3.200 \times 6}{100}$
3.200	—	4	—	$\frac{3.200 \times 4 \times 6}{100}$

$$I = \$ 768$$

Sobre la base del ejemplo anterior y adoptando la notación convencional, tendremos:

Planteo:

\$ 100	—	1 período	—	\$ t
\$ C	—	n períodos	—	\$ x

Desarrollo:

100	—	1	—	t
1	—	1	—	$\frac{t}{100}$
C	—	1	—	$\frac{C \cdot t}{100}$
C	—	n	—	$\frac{C \cdot t \cdot n}{100}$

$$I = \frac{C \cdot t \cdot n}{100}$$

Se debe tener en cuenta que, para la aplicación de esta fórmula, tanto **n** como **t** deben estar expresados en la misma unidad de tiempo. Es decir que, si el enunciado del problema aporta como dato el tiempo en meses, debemos emplear una tasa mensual. En caso de no existir esa coordinación, debemos hacer las transformaciones posibles y necesarias para obtenerla.

No obstante, existen otras fórmulas, derivadas de la fundamental, que serán de permanente aplicación.

1) Tasa anual y tiempo expresado en meses:

$$I = \frac{C \cdot t \cdot n}{1.200}$$

2) Tasa anual y tiempo expresado en días:

$$I = \frac{C \cdot t \cdot n}{36.000}$$

4.2. FÓRMULAS DERIVADAS

1) Cálculo del capital inicial:

$$C = \frac{100 \cdot I}{t \cdot n}$$

2) Cálculo del tiempo:

$$n = \frac{100 \cdot I}{C \cdot t}$$

3) Cálculo de la tasa de interés:

$$t = \frac{100 \cdot I}{C \cdot n}$$

4.3. CÁLCULO DEL CAPITAL INICIAL EN FUNCIÓN DEL MONTO

Hemos definido el monto como la suma del capital inicial y los intereses generados:

$$M = C + I$$

Partiendo de esta definición y la fórmula de cálculo de interés, haremos la siguiente deducción:

$$M = C + I \quad \downarrow \quad \left. \begin{array}{l} M = C + \frac{C \cdot t \cdot n}{100} \\ I = \frac{C \cdot t \cdot n}{100} \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} M = C + \frac{C \cdot t \cdot n}{100} \\ M = C \left(1 + \frac{t \cdot n}{100} \right) \end{array}$$

Esta expresión permite calcular directamente el monto, sin necesidad de calcular intereses.

Si de ella despejamos la variable (C), obtenemos el valor del capital inicial en función del monto.

$$C = \frac{M}{1 + \frac{t \cdot n}{100}} \quad \text{O bien:} \quad C = \frac{100 \cdot M}{100 + t \cdot n}$$

Considerando tasas anuales y períodos no anuales, las respectivas fórmulas serán:

$$C = \frac{M}{1 + \frac{t \cdot n}{1.200}} \quad \text{O bien:} \quad C = \frac{1.200 \cdot M}{1.200 + t \cdot n}$$

$$C = \frac{M}{1 + \frac{t \cdot n}{36.000}} \quad \text{O bien:} \quad C = \frac{36.000 \cdot M}{36.000 + t \cdot n}$$

4.4. MÉTODO ABREVIADO PARA EL CÁLCULO DE INTERESES

El método de cálculo abreviado más utilizado es el llamado **Método de los Divisores Fijos**, que se emplea para el cálculo del interés total generado por distintas partidas de dinero, en distintos tiempos y con una misma tasa de interés. El caso más concreto de aplicación en nuestro curso será en el cierre de Cuentas Corrientes Comerciales.

El divisor fijo —que representaremos por la letra griega Delta mayúscula (Δ)— surge de la simplificación señalada en la siguiente fórmula:

$$I = \frac{C \times t \times n}{36.000} \rightarrow 36.000 : t = \Delta$$

De donde:

$$I = \frac{C \cdot n}{\Delta}$$

De esta expresión podemos deducir algebraicamente las fórmulas que corresponden al cálculo de capital inicial y tiempo de colocación.

$$C = \frac{I \cdot \Delta}{n} \quad n = \frac{I \cdot \Delta}{C}$$

4.5. EL EMPLEO DE TASAS PROPORCIONALES

Dada una tasa anual — t —, se llama tasa proporcional semestral, trimestral, mensual, etc. al cociente resultante de dividir esa tasa anual entre la cantidad de semestres, trimestres, meses, etc. que hay en un año.

Presentamos, como ejemplo, una Tabla de Tasas Proporcionales. El alumno puede construir otras similares, de acuerdo con sus necesidades de empleo.

TASA NOMINAL ANUAL	TASAS PROPORCIONALES			
	Semestral	Cuatrimestral	Trimestral	Mensual
72%	36%	24%	18%	6%
60%	30%	20%	15%	5%
24%	12%	8%	6%	2%
12%	6%	4%	3%	1%

Ejemplo

¿Cuál es el interés que producen \$ 72.000 que se colocan al 30% anual durante un año y medio?

Resolución:

$$C = \$ 72.000$$

$$t = 30\% \text{ anual} = 2,5\% \text{ mensual}$$

$$n = 1,5 \text{ año} = 18 \text{ meses}$$

Considerando el tiempo en años:

$$I = \frac{72.000 \times 30 \times 1,5}{100}$$

$$I = \$ 32.400$$

Considerando el tiempo en meses
(con tasa proporcional):

$$I = \frac{72.000 \times 2,5 \times 18}{100}$$

$$I = \$ 32.400$$

Considerando el tiempo en meses
(con tasa anual):

$$I = \frac{72.000 \times 30 \times 18}{1.200}$$

$$I = \$ 32.400$$

Práctico N° 7. INTERÉS SIMPLE

(Soluciones en la página 105)

1. Completar el cuadro:

	C	n	t (anual)	I
a)	52.950	5 años	15%	
b)		3 años	12%	20.000
c)	50.000		14%	17.500
d)	35.000	4 años		21.000
e)	50.000	4 meses	15%	
f)	40.000	6 meses	30%	
g)		4a.3m, 12d	18%	4.780,20
h)	2.700	128 días		172,80
i)	3.000		16%	104

- Calcular interés y monto que en tres años produce un capital de \$ 1.358 al 15% anual.
- ¿Qué capital se ha de imponer al 36% anual para cobrar un interés de \$ 3.600 al año?
- ¿A qué tasa deben imponerse \$ 2.700 para que produzcan un interés de \$ 283,50 en 140 días?
- ¿En cuánto tiempo un capital de \$ 3.000, impuesto al 40% anual, producirá \$ 1.200 de interés?
- ¿Cuál es el capital que, impuesto al 8% trimestral durante tres años, ha producido un monto de \$ 980?

- Calcular el interés que producen \$ 70.000 colocados por seis meses: a) al 12% semestral b) al 6% trimestral c) al 24% anual.
- Calcular el monto producido por \$ 20.000 colocados al 46% anual durante cuatro meses.
- Calcular el valor de un capital que, en nueve meses, colocado al 20% anual, produce un monto de \$ 40.250.
- Determinar cuánto tiempo tarda un capital de \$ 38.500 en convertirse en \$ 57.750, al 2% mensual.
- Calcular la tasa anual de colocación para que, en cinco cuatrimestres, \$ 38.650 asciendan a \$ 54.110.
- Se colocan \$ 12.000 durante cinco meses y medio -parte al 48% anual y parte al 42%-y se obtiene un interés de \$ 2.438,70. Indicar las cantidades colocadas a cada tasa.
- ¿Qué capital hay que colocar al 40% anual durante cinco meses y medio, para retirar al cabo de dicho tiempo un total de \$ 12.158,75?
- Una persona impuso en un banco una cierta suma de dinero y, al cabo de 16 meses, el capital con sus intereses sumaba \$ 4.128. ¿Cuál fue el monto retirado a los tres años de colocación, si la tasa fue del 4 1/2% mensual?
- ¿Durante cuántos meses ha de quedar impuesto un capital, al 60% anual, para que los intereses producidos sean 3/4 del capital colocado?
- Se ha colocado un capital durante ocho meses al 42% anual y entonces se recibió un monto de \$ 20.224. Dígame: a) ¿Cuál es el capital impuesto? b) ¿Cuál sería la tasa si se hubieran recibido, al cabo del mismo tiempo, \$ 20.540?
- Una persona posee \$ 45.000. Coloca parte al 60% y parte al 50% durante un año. Si las condiciones a que están impuestas ambas partes se aplicaran en sentido inverso, los intereses disminuirían en \$ 500. Se pregunta cuál es el valor de cada colocación.
- Una persona impone \$ 4.000 a interés: una parte al 40% anual y la otra al 30%. La primera parte le produce \$ 500 menos de interés anual que el resto. Calcular el valor de ambas colocaciones.
- Un capital de \$ 7.500 se coloca por 90 días a una cierta tasa anual y otro de \$ 3.000 se coloca por seis meses a una tasa doble de la anterior. ¿Cuáles son esas tasas si ambos capitales producen, en total, \$ 780 de intereses?
- El 10 de marzo se depositan \$ 25.000 al 72% anual. Determinar cuánto se retira el 10 de enero del año siguiente.
- Calcular la tasa de interés mensual que, en 47 días, permitió transformar un capital de \$ 20.000 en \$ 21.880.
- Habiendo depositado una cierta suma de dinero por 45 días, al 36% de interés anual, retiré un total de \$ 9.927,50. ¿Cuál fue mi depósito?
- Deposité \$ 5.200 al 40% anual y, el 15 de setiembre, disponía de un total de \$ 5.460. ¿En qué fecha había hecho mi depósito?
- Un capital colocado al 21,5% semestral produce, en nueve meses, \$ 438,75 más de monto que si se lo coloca al 45% durante 180 días. ¿Cuál es ese capital?
- Se colocan 3/5 de un capital al 45% anual durante cuatro meses y el resto al 40% por seis meses. La diferencia entre los intereses es de \$ 50. Se pregunta cuál es el capital.

26. Una persona coloca su dinero durante 180 días, por mitades, en dos instituciones que pagan respectivamente 42% y 48% anual. Obtuvo de esta manera \$ 562,50 por concepto de intereses. ¿Cuál era su capital?

27. La relación entre dos capitales es de 3 a 5. El menor de ellos se coloca por cuatro años al 48% y el otro al 42% por seis años. Se desea saber cuáles son esos capitales si la diferencia entre los montos obtenidos es de \$ 8,840.

28. El 20 de diciembre cerré dos cuentas bancarias, retirando un total de \$ 9,220 por dos depósitos a plazo fijo de \$ 3,000 al 23% y de \$ 5,000 al 35% respectivamente. ¿En qué fecha había hecho los depósitos?

29. Dos capitales iguales se colocan respectivamente al 42% y al 53%, ambos por 10 meses. Sabiendo que los intereses generados suman \$ 3,635,33, se quiere averiguar cuáles son esos capitales.

30. Dos funcionarios de un banco tienen que calcular el interés producido por un cierto capital colocado al 5% mensual durante 75 días. Uno de ellos considera el año civil y el otro el año comercial, resultando una diferencia de \$ 6,25 en los cálculos. ¿Cuál es el capital considerado?

31. Dos capitales suman \$ 12,500. Uno fue impuesto durante 4 meses y 16 días y otro por 3 meses y 10 días, ambos al 45%. Calcular cada capital sabiendo que la suma de los intereses asciende a \$ 1,787,50.

32. Un capital más los intereses de 18 meses asciende a \$ 17,680. El mismo capital, en 10 meses, produce un monto de \$ 13,600. Calcular: capital y tasa anual.

33. Dos capitales suman \$ 9,400. El primero de ellos se coloca al 57% durante 18 meses y el segundo por 9 meses a la misma tasa. ¿Cuáles son esos capitales si, en conjunto, generan \$ 5,856,75 de intereses?

34. El monto producido por un capital en 12 meses es de \$ 10,721,53. Si restamos al capital el interés producido en ese tiempo, la diferencia es de \$ 2,936,47. Se desea saber el importe del capital y la tasa de colocación.

35. Un capital impuesto durante 177 días genera un monto de \$ 2,295,70 y, en cuatro meses a la misma tasa, origina \$ 2,152,17 de monto. Calcular capital y tasa.

36. El monto de un capital, en 8 meses, es de \$ 6,400 y el mismo capital disminuido en los intereses producidos en 10 meses es de \$ 3,250. Calcular el capital y la tasa mensual de colocación.

37. La colocación de un capital produce en 15 meses \$ 4,200 de interés y otra colocación, en 10 meses, produce \$ 2,250. Sabiendo que la tasa de la primera colocación es $\frac{4}{5}$ de la tasa de la segunda y que la diferencia de las inversiones es \$ 2,500, se pide determinar las tasas de interés y los capitales colocados.

38. Cierta suma de dinero produce \$ 2,280 de interés en un año y tres meses. Otro capital, menor que el anterior en \$ 250, produce \$ 3,834 en dos años y tres meses. Siendo la tasa de interés igual en ambas colocaciones, se pide calcular su valor y el importe de las inversiones.

39. Un capital, colocado por dos años y cuatro meses, produjo \$ 5,292 de interés; otro capital, mayor que el anterior en \$ 1,500, colocado durante el mismo tiempo y a una tasa equivalente a $\frac{3}{4}$ de la anterior, produce \$ 4,914 de interés. Se desea saber el valor de cada inversión y de las respectivas tasas.

40. Una suma de dinero, colocada al 6% mensual durante cierto tiempo, produce \$ 848 de interés. Otra suma, \$ 10,000 mayor que la anterior, colocada a la misma tasa pero en un tiempo que equivale a $\frac{5}{4}$ del tiempo de la primera colocación, genera \$ 3,060 de interés. Determinar el valor de los capitales y los días de ambas colocaciones.

20 PROBLEMAS DE EXAMEN RESUELTOS DETALLADAMENTE

1. Ocho artesanos hacen 40 unidades de un artículo, trabajando 10 días en jornadas de 6 horas diarias. Se enferman dos de ellos y los que quedan, trabajando una hora más por día, deben preparar un pedido de 70 unidades. ¿Cuántos días de trabajo serán necesarios para cumplir la tarea?

Planteo: 8 artesanos — 40 unidades — 6 horas — 10 días
6 artesanos — 70 unidades — 7 horas — x días

Resolución por el método de reducción a la unidad:

$$8 \text{ --- } 40 \text{ --- } 6 \text{ --- } 10$$

$$1 \text{ --- } 40 \text{ --- } 6 \text{ --- } 10 \times 8$$

$$6 \text{ --- } 40 \text{ --- } 6 \text{ --- } \frac{10 \times 8}{6}$$

$$6 \text{ --- } 1 \text{ --- } 6 \text{ --- } \frac{10 \times 8}{40 \times 6}$$

$$6 \text{ --- } 70 \text{ --- } 6 \text{ --- } \frac{10 \times 8 \times 70}{40 \times 6}$$

$$6 \text{ --- } 70 \text{ --- } 1 \text{ --- } \frac{10 \times 8 \times 70 \times 6}{40 \times 6}$$

$$6 \text{ --- } 70 \text{ --- } 7 \text{ --- } \frac{10 \times 8 \times 70 \times 6}{40 \times 6 \times 7}$$

$$\square x = 20 \text{ días}$$

Resolución por el método de las proporciones:

$$1 \quad D \quad 1$$

$$8 \text{ --- } 40 \text{ --- } 6 \text{ --- } 10$$

$$6 \text{ --- } 70 \text{ --- } 7 \text{ --- } x$$

$$x = 10 \times \frac{8}{6} \times \frac{70}{40} \times \frac{6}{7}$$

$$\square x = 20 \text{ días}$$

2. Un comerciante vende un artículo en \$ 688,80 (IVA incluido) ganando \$ 168 líquidos por cada unidad. Al producirse un aumento de \$ 45 en el precio de costo, determinar: a) ¿Cuál será el nuevo precio de venta al público para obtener la misma ganancia? b) ¿Cuál es el nuevo porcentaje de ganancia sobre el precio de costo y sobre el precio de venta?

Resolución: Precio de venta sin IVA

$$688,80 : 1,23 = \$ 560$$

Precio de costo

$$560 - 168 = \$ 392$$

Nuevo precio de costo

$$392 + 45 = \$ 437$$

Precio de venta sin IVA

$$437 + 168 = \$ 605$$

Precio de venta al público

$$605 \times 1,23 = \$ 744,15$$

Ganancia sobre costo:

$C + G = V$		
437	168	605
100	x	

$$\frac{437}{100} = \frac{168}{x}$$

$$x = \frac{168 \times 100}{437}$$

$$x = 38,44\% \text{ sobre costo}$$

Ganancia sobre venta:

$C + G = V$		
437	168	605
	x	100

$$\frac{168}{x} = \frac{605}{100}$$

$$x = \frac{168 \times 100}{605}$$

$$x = 27,77\% \text{ sobre venta}$$

- Respuestas:** a) El nuevo precio de venta al público (IVA incluido) será de \$ 744,15.
b) Porcentaje de ganancia sobre costo: 38,44%.
Porcentaje de ganancia sobre venta: 27,77%.

3. Calcular el capital que deberá colocarse al 50% anual durante siete meses para obtener el mismo monto que colocando \$ 60.000 al 58% durante cinco meses y diez días.

Resolución: Datos proporcionados:

$$\begin{aligned} t_1 &= 50\% \text{ anual} & t_2 &= 58\% \\ n_1 &= 7 \text{ meses} & n_2 &= 160 \text{ días} \\ C_1 &= x & C_2 &= \$ 60.000 \end{aligned}$$

$$M_1 = M_2$$

$$M = C \left(1 + \frac{t \cdot n}{100} \right)$$

$$C_1 \left(1 + \frac{50 \times 7}{1.200} \right) = 60.000 \left(1 + \frac{58 \times 160}{36.000} \right)$$

$$C_1 \left(\frac{1.200 + 350}{1.200} \right) = 60.000 \left(\frac{36.000 + 9.280}{36.000} \right)$$

$$C_1 \frac{1.550}{1.200} = \frac{60.000 \times 45.280}{36.000}$$

Simpleando: $C_1 \frac{31}{24} = \frac{5 \times 45.280}{3}$

$$C_1 = \frac{5 \times 45.280 \times 24}{31 \times 3}$$

$$C_1 = \$ 58.425,81$$

Respuesta: Se deberá colocar un capital de \$ 58.425,81

4. Diez camiones transportan 80 toneladas de arena en 12 horas de trabajo. El camión que tenía el triple de capacidad que cualquiera de los otros, se rompió. Se quiere saber cuántas horas emplearán los restantes camiones para transportar 90 toneladas de arena.

Planteo: Capacidad: 12 — 80 ton — 12 horas

Capacidad: 9 — 90 ton — x horas

Resolución por el método de reducción a la unidad:

$$12 \text{ — } 80 \text{ — } 12$$

$$1 \text{ — } 80 \text{ — } 12 \times 12$$

$$9 \text{ — } 80 \text{ — } \frac{12 \times 12}{9}$$

$$9 \text{ — } 1 \text{ — } \frac{12 \times 12}{9 \times 80}$$

$$9 \text{ — } 90 \text{ — } \frac{12 \times 12 \times 90}{9 \times 80}$$

$$x = 18 \text{ horas}$$

Resolución por el método de las proporciones:

$$\frac{1}{12} \text{ — } \frac{D}{80} \text{ — } 12$$

$$9 \text{ — } 90 \text{ — } x$$

$$x = 12 \times \frac{12}{9} \times \frac{90}{80}$$

$$x = 18 \text{ horas}$$

Respuesta: Los restantes camiones emplearán 18 horas de trabajo.

5. Un comerciante hace una compra y la vende ganando el 20% sobre el costo; con ese dinero hace otra compra y la vende en \$ 2.460, IVA incluido. Si en esta oportunidad perdió el 12% sobre el precio de venta, ¿cuánto pagó la primera compra con IVA incluido?

Resolución: Segunda mercadería:

$$\text{Precio de venta sin IVA: } 2.460 : 1,23 = \$ 2.000$$

Precio de costo:

$C - P = V$	
112	12
x	2.000
$x = \frac{112}{2.000} \times 100$	
$x = 5,6\%$	

Primera mercadería:

$$\text{Precio de venta: } \$ 2.240$$

Precio de costo:

$C + G = V$	
100	20
x	2.240
$x = \frac{100}{2.240} \times 100$	
$x = 4,46\%$	

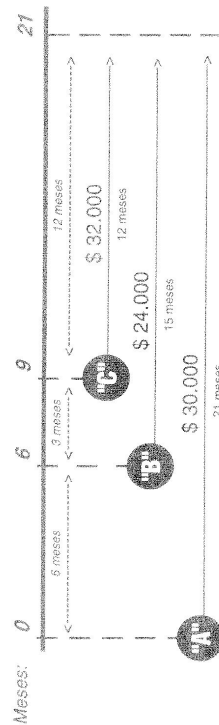
Precio de costo

$$(\text{IVA incluido}): 1.866,67 \times 1,23 = \$ 2.296$$

Respuesta: El precio de costo de la primera mercadería con IVA incluido fue de \$ 2.296

6. El Sr. "A" comienza un negocio con \$ 30.000. A los seis meses se asocia el Sr. "B" con \$ 24.000 y, tres meses más tarde, el Sr. "C" coloca \$ 32.000. Cuando se disuelve la sociedad, al año de la última colocación, las ganancias ascienden a \$ 41.220. ¿Cuánto le corresponde a cada socio?

Resolución: Tiempos de colocación:



Desarrollo:

$$\begin{aligned} \text{"A"} &\longrightarrow 30.000 \times 21 = 630.000 \\ \text{"B"} &\longrightarrow 24.000 \times 15 = 360.000 \\ \text{"C"} &\longrightarrow 32.000 \times 12 = 384.000 \\ &\quad 1.374.000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{"A"} &\longrightarrow \frac{41.220 \times 630}{1.374} = 30 \times 630 = \$ 18.900 \\ \text{"B"} &\longrightarrow \frac{41.220 \times 360}{1.374} = 30 \times 360 = \$ 10.800 \\ \text{"C"} &\longrightarrow \frac{41.220 \times 384}{1.374} = 30 \times 384 = \$ 11.520 \end{aligned}$$

Respuesta: A cada socio le corresponde: \$ 18.900; \$ 10.800 y \$ 11.520 respectivamente.

7. Se han invertido \$ 15.000 durante 40 días a una tasa del 15% anual. Al vencimiento del plazo, se retira el monto obtenido y se deposita nuevamente por 30 días, al cabo de los cuales el monto asciende a \$ 15.466,04. Deseo conocer el valor de la tasa anual de interés a la cual se efectuó la segunda colocación.

Resolución: Datos proporcionados:

1) Para la primera colocación: 2) Para la segunda colocación:

$$\begin{aligned} C_1 &= \$ 15.000 & C_2 &= M_1 \\ t_1 &= 15\% \text{ anual} & n_2 &= 30 \text{ días} = 1 \text{ mes} \\ n_1 &= 40 \text{ días} & M_2 &= \$ 15.466,04 \\ & & t_2 &= x\% \text{ anual} \end{aligned}$$

Fórmulas a emplear:

$$M = C \left(1 + \frac{t \cdot n}{1.200} \right) \quad M = C \left(1 + \frac{t \cdot n}{36.000} \right)$$

Desarrollo:

1) Cálculo del monto generado en la primera colocación:

$$\begin{aligned} M_1 &= 15.000 \left(1 + \frac{15 \times 40}{36.000} \right) \\ M_1 &= \$ 15.250 \end{aligned}$$

2) Cálculo de la tasa en la segunda colocación:

$$\begin{aligned} 15.466,04 &= 15.250 \left(1 + \frac{t}{1.200} \right) \\ 1.200 \cdot \left(\frac{15.466,04}{15.250} - 1 \right) &= t \end{aligned}$$

$$t = 17\% \text{ anual}$$

Respuesta: La segunda colocación se efectuó al 17% anual.

8. Con 12 kg de hilo se ha tejido una tela de 27 m de largo y 75 cm de ancho. ¿Qué longitud tendrá una tela de 0,80 m de ancho, tejida con 15 kg del mismo hilo?

Planteo: $\frac{12 \text{ kg}}{15 \text{ kg}} = \frac{75 \text{ cm}}{80 \text{ cm}} = \frac{27 \text{ m}}{x \text{ m}}$

Resolución por el método de reducción a la unidad:

$$\begin{array}{l} 12 \text{ — } 75 \text{ — } 27 \\ 1 \text{ — } 75 \text{ — } \frac{27}{12} \\ 15 \text{ — } 75 \text{ — } \frac{27 \times 15}{12} \\ 15 \text{ — } 1 \text{ — } \frac{27 \times 15 \times 75}{12} \\ 15 \text{ — } 80 \text{ — } \frac{27 \times 15 \times 75}{12 \times 89} \end{array} \quad \Rightarrow \quad x = 31,64 \text{ m}$$

Resolución por el método de las proporciones:

$$\begin{array}{l} D \quad I \\ 12 \text{ — } 75 \text{ — } 27 \\ 15 \text{ — } 80 \text{ — } x \\ x = 27 \times \frac{15}{12} \times \frac{75}{80} \\ \Rightarrow x = 31,64 \text{ m} \end{array}$$

Respuesta: La tela tendrá una longitud de 31,64 metros.

9. Un comercio compra dos bicicletas en \$ 8.250 cada una. Al vender la primera de ellas, gana el 35% sobre el precio de costo y, por la segunda, gana el 15% sobre el precio de venta. ¿En cuánto fue vendida cada bicicleta?

Resolución:

Primera bicicleta:

$C + G = V$		
100	35	135
8.250		x

$$\frac{100}{8.250} = \frac{135}{x} \quad x = \frac{8.250 \times 135}{100}$$

$$\Rightarrow x = \$ 12.137,50$$

Segunda bicicleta:

$C + G = V$		
85	15	100
8.250		x

$$\frac{85}{8.250} = \frac{100}{x} \quad x = \frac{8.250 \times 100}{85}$$

$$\Rightarrow x = \$ 9.705,88$$

Respuesta: Las bicicletas fueron vendidas en \$ 12.137,50 y \$ 9.705,88 respectivamente.

10. Tres finalistas de un concurso superan la última prueba correctamente, pero en diferentes tiempos. "A" lo hace en 6 segundos; "B" en 8 segundos y "C" en 18 segundos. El jurado decide repartir el premio de \$ 10.000 según los tiempos empleados. ¿Cuánto recibe cada concursante?

Resolución: $\frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{18} = \frac{12 + 9 + 4}{72} = \frac{25}{72}$

"A" $\rightarrow \frac{10.000 \times 12}{25} = 400 \times 12 = \$ 4.800$ \Rightarrow

"B" $\rightarrow \frac{10.000 \times 9}{25} = 400 \times 9 = \$ 3.600$ \Rightarrow

"C" $\rightarrow \frac{10.000 \times 4}{25} = 400 \times 4 = \$ 1.600$ \Rightarrow

Respuesta: Reciben respectivamente \$ 4.800; \$ 3.600 y \$ 1.600.

11. A los 48 días de haber efectuado una inversión, cuya tasa anual de interés fue del 18%, puede retirar un total acumulado de \$ 8.704. ¿Cuál fue el valor inicial de la inversión?

Resolución: Datos proporcionados: $M = \$ 8.704$
 $t = 18\% \text{ anual}$
 $n = 48 \text{ días}$
 $C = x$

Fórmula a emplear: $C = \frac{36.000 \cdot M}{36.000 + t \cdot n}$

Desarrollo: $C = \frac{36.000 \times 8.704}{36.000 + 48 \times 18}$
 $\Rightarrow C = \$ 8.500$ \Rightarrow

Respuesta: El capital inicialmente invertido fue de \$ 8.500

12. Al finalizar una obra, tres obreros reciben \$ 41.200. Calcular qué suma corresponde a cada uno si el primero trabajó 8 días de 6 horas; el segundo 5 días de 8 horas y el tercero 9 días de 5 horas.

Resolución: $\left. \begin{array}{l} 8 \times 6 = 48 \\ 5 \times 8 = 40 \\ 9 \times 5 = 45 \end{array} \right\} \quad 48 + 40 + 45 = 133$

$$\begin{aligned}\text{Primer obrero: } & \frac{41.200 \times 48}{133} = \$ 14.869,17 \\ \text{Segundo obrero: } & \frac{41.200 \times 40}{133} = \$ 12.390,98 \\ \text{Tercer obrero: } & \frac{41.200 \times 45}{133} = \$ 13.939,85\end{aligned}$$

Respuesta: Los tres obreros reciben respectivamente: \$ 14.869,17; \$ 12.390,98 y \$ 13.939,85.

13. Doce empleados, trabajando 18 días de 6 horas diarias, dieron a una empresa una ganancia de \$ 120.750. ¿Cuántas horas por día deberán trabajar durante 32 días para duplicar las ganancias, si se enferman tres empleados?

Planteo:

1 de ganancia	12 empleados	18 días	6 horas
2 de ganancia	9 empleados	32 días	x horas

Resolución por el método de reducción a la unidad:

$$\begin{array}{rcll} 1 & - & 12 & - & 18 & - & 6 \\ 2 & - & 12 & - & 18 & - & 6 \times 2 \\ 2 & - & 1 & - & 18 & - & 6 \times 2 \times 12 \\ 2 & - & 9 & - & 18 & - & 6 \times 2 \times 12 \\ & & & & & & 9 \\ 2 & - & 9 & - & 1 & - & 6 \times 2 \times 12 \times 18 \\ & & & & & & 9 \\ 2 & - & 9 & - & 32 & - & 6 \times 2 \times 12 \times 18 \\ & & & & & & 9 \times 32 \\ & & & & & & x = 9 \text{ horas} \end{array}$$

Resolución por el método de las proporciones:

$$\begin{array}{rcll} D & 1 & 1 \\ 1 & - & 12 & - & 18 & - & 6 \\ 2 & - & 9 & - & 32 & - & x \\ & & & & & & x = 6 \times 2 \times \frac{12}{9} \times \frac{18}{32} \\ & & & & & & x = 9 \text{ horas} \end{array}$$

Respuesta: Deberán trabajar nueve horas por día.

14. Un comercio importó mil cámaras fotográficas que vende al público en \$ 811,80 cada una (IVA incluido), ganando el 25% sobre el precio de costo. Cuando le quedan 340 cámaras, decide liquidar el stock, por lo que rebaja su precio con una pérdida del 10% sobre el costo. Determinar: a) ¿Cuál fue el precio de venta al público en la liquidación? b) ¿Cuál fue el importe de la ganancia que obtuvo el comercio? c) ¿Qué importe se debió pagar a la DGI por concepto de IVA?

Resolución: Precio de venta sin IVA: $811,80 : 1,23 = \$ 660$

Precio de costo:

$C + G = V$	
100	25
x	125
	660

$$\begin{aligned}\frac{100}{x} &= \frac{125}{660} \\ x &= \frac{660 \times 100}{125} \\ x &= \$ 528\end{aligned}$$

Cámaras vendidas: $1.000 - 340 = 660$ cámaras
Ganancia por cámara: $660 - 528 = \$ 132$
Ganancia total: $660 \times 132 = \$ 87.120$

Precio de venta en la liquidación:

$C - P = V$	
100	90
528	10
x	x

$$\begin{aligned}\frac{100}{528} &= \frac{90}{x} \\ x &= \frac{528 \times 90}{100} \\ x &= \$ 475,20\end{aligned}$$

Pérdida por cámara:

$$528 - 475,20 = \$ 52,80$$

Pérdida total por liquidación: $340 \times 52,80 = \$ 17.952$

Parte a): Precio de venta al público

$$\text{en la liquidación: } 475,20 \times 1,23 = \$ 584,50$$

Parte b): Ganancia líquida: $87.120 - 17.952 = \$ 69.168$

Parte c): Primera venta: $660 \times 660 = \$ 435.600$

$$\text{Segunda venta: } 340 \times 475,20 = \$ 161.568$$

$$\text{Venta total: } 435.600 - 161.568 = \$ 597.168$$

$$\text{IVA de ventas: } 597.168 \times 0,23 = \$ 137.348,64$$

$$\text{IVA de la compra: } 528.000 \times 0,23 = \$ 121.440$$

$$\text{DGI/IVA: } 137.348,64 - 121.440 = \$ 15.908,64$$

Respuestas: a) Precio de venta al público en liquidación: \$ 584,50 c/u

b) Ganancia obtenida por el comercio: \$ 69.168

c) Suma a pagar en DGI: \$ 15.908,64

15. De un capital se invierten las $2/3$ partes al 12% semestral durante dos años y el resto al 18% anual durante seis meses. Sabiendo que los intereses totales son U\$S 3.500, decir cuál era el capital invertido.

Resolución: Datos proporcionados: $C_1 = \frac{2 \cdot C}{3}$ $C_2 = \frac{C}{3}$ $C = C_1 + C_2$
 $t_1 = 12\%$ semestral
 $n_1 = 2$ años = 4 semestres
 $t_2 = 18\%$ anual
 $n_2 = 6$ meses = 0,5 año
 $I = I_1 + I_2 = \text{U\$S } 3.500$

Fórmula a emplear: $\frac{C \cdot t \cdot n}{100}$

Desarrollo: $\frac{2 \cdot C}{3} \times \frac{12 \times 4}{100} + \frac{\frac{C}{3} \times 18 \times 0,5}{100} = 3.500$
 $I_1 + I_2 = I$
 $\frac{32 \cdot C}{100} + \frac{3 \cdot C}{100} = 3.500$
 $35 \cdot C = 3.500 \times 100$
 $C = \frac{3.500 \times 100}{35}$
 $C = \text{U\$S } 10.000$

Respuesta: El capital invertido era de U\$S 10.000.

16. Una librería compra 1.400 calculadoras a \$ 200 cada una. Vende las $3/4$ partes ganando el 25% sobre el costo y el resto con una ganancia sobre venta del 30%. Calcular: a) Precio de venta al público en ambos casos. b) Ganancia neta obtenida por el comercio.

Resolución: Importe de la compra: $1.400 \times 200 = \$ 280.000$

Primera venta:

$1.400 \times \frac{3}{4} = 1.050$ calculadoras $1.400 : 4 = 350$ calculadoras

Segunda venta:

Precios de venta:

$C + G = V$	
100	25
200	x

$C + G = V$	
70	30
200	x

Primera venta:
 $\frac{100}{200} = \frac{125}{x}$
 $x = \frac{200 \times 125}{100}$
 $x = \$ 250$

Segunda venta:
 $\frac{70}{200} = \frac{100}{x}$
 $x = \frac{200 \times 100}{70}$
 $x = \$ 285,71$

Venta total:

$1.050 \times 250 = \$ 262.500$ $350 \times 285,71 = \$ 99.998,50$
 $262.500 + 99.998,50 = \$ 362.498,50$

Precios de venta al público:

$250 \times 1,23 = \$ 307,50$ $285,71 \times 1,23 = \$ 351,42$

Ganancia neta obtenida:

$362.498,50 - 280.000 = \$ 82.498,50$

Respuestas: a) Precios de venta al público: \$ 307,50 y \$ 351,42, respectivamente.
b) Ganancia neta obtenida: \$ 82.498,50

17. a) En la venta de un artículo se ganan \$ 182 y el IVA incluido en la boleta es de \$ 161. Calcular el porcentaje de ganancia sobre precio de costo y sobre precio de venta.
b) Si se produce un aumento del 25% en el costo, calcular el precio al consumidor, manteniéndose el porcentaje de ganancia.

Resolución:

Parte a): Precio de venta sin IVA: $161 : 0,23 = \$ 700$

Precio de costo: $700 - 182 = \$ 518$

Porcentajes de ganancia:

Sobre costo:

$C + G = V$	
518	182
100	x

Sobre venta:

$C + G = V$	
518	182
x	700

$\frac{518}{100} = \frac{182}{x}$
 $x = \frac{182 \times 100}{518}$
 $x = 35,14\%$

$\frac{182}{x} = \frac{700}{100}$
 $x = \frac{182 \times 100}{700}$
 $x = 26\%$

Parte b): Nuevo precio de costo: $518 \times 1,25 = \$ 647,50$
 Nuevo precio de venta: $647,50 \times 1,3514 = \$ 875,03$
 Nuevo precio final: $875,03 \times 1,23 = \$ 1.076,29$ ☞

Respuestas: a) Ganancia sobre costo: 35,14%; ganancia sobre venta: 26%
 b) Precio de venta al público: \$ 1.076,29

18. Cuatro personas se asociaron para un negocio que reeditó \$ 36.000, aportando los siguientes capitales: "A" U\$S 2.000; "B" Pesos Argentinos 4.000; "C" \$ 42.500 y "D" Reales 5.000. ¿Cuánto corresponde a cada socio en moneda nacional si el tipo de cambio, el día del reparto, es: Dólar: 6,90/7,05; Peso argentino: 6,90/7,05; Real: 6,60/7,60.

Resolución:

"A" —>	U\$S 2.000 × 6,90 = \$ 13.800
"B" —>	\$A 4.000 × 6,90 = \$ 27.600
"C" —>	\$ 42.500
"D" —>	R 5.000 × 6,60 = \$ 33.000

Capital social: \$ 116.900

"A" —> $\frac{36.000 \times 13.800}{116.900} = \$ 4.249,79$ ☞
 "B" —> $\frac{36.000 \times 27.600}{116.900} = \$ 8.499,57$ ☞
 "C" —> $\frac{36.000 \times 42.500}{116.900} = \$ 13.088,11$ ☞
 "D" —> $\frac{36.000 \times 33.000}{116.900} = \$ 10.162,53$ ☞

Respuesta: A cada socio corresponde respectivamente: \$ 4.249,79; \$ 8.499,57; \$ 13.088,11 y \$ 10.162,53

19. El 15 de junio se colocaron \$ 15.000 al 70% anual durante seis meses. Transcurridos éstos se retira el total producido y se lo deposita en otra cuenta al 78% anual. Calcular el saldo de la cuenta al 15 de abril del año siguiente.

Resolución: Datos proporcionados:

$C_1 = \$ 15.000$	$C_2 = M_1$
$t_1 = 70\% \text{ anual}$	$t_2 = 78\% \text{ anual} = 6 \frac{1}{2} \% \text{ mensual}$
$n_1 = 6 \text{ meses} = \frac{1}{2} \text{ año}$	$n_2 = 4 \text{ meses}$
	$M_2 = x$

Fórmula a emplear: $M = C \left(1 + \frac{t \cdot n}{100} \right)$

Desarrollo:

$$M_1 = 15.000 \left(1 + \frac{70 \times 0,5}{100} \right)$$

$$\Rightarrow M_1 = \$ 20.250$$

$$M_2 = 20.250 \left(1 + \frac{6,5 \times 4}{100} \right)$$

$$\Rightarrow M_2 = \$ 25.515$$

Respuesta: El saldo, al 15 de abril, será de \$ 25.515.

20. Un inversionista coloca su capital de la siguiente forma: una parte durante cuatro meses al 15% trimestral y los 3/5 restantes al 24% semestral durante cinco meses. ¿Cuál es el capital total invertido si las cantidades originan un monto final de \$ 150.000?

Resolución: Datos proporcionados:

$C_1 = \frac{2 \cdot C}{5}$	$C_2 = \frac{3 \cdot C}{5}$
$n_1 = 4 \text{ meses}$	$n_2 = 5 \text{ meses}$
$t_1 = 15\% \text{ trim.} = 5\% \text{ mens.}$	$t_2 = 24\% \text{ trim.} = 4\% \text{ mens.}$
$C = C_1 + C_2$	
$M = M_1 + M_2 = \$ 150.000$	

Fórmula a emplear: $M = C \left(1 + \frac{t \cdot n}{100} \right)$

Desarrollo:

$$\frac{2 \cdot C}{5} \left(1 + \frac{4 \times 5}{100} \right) + \frac{3 \cdot C}{5} \left(1 + \frac{5 \times 4}{100} \right) = 150.000$$

$$1,20 \left(\frac{2 \cdot C}{5} + \frac{3 \cdot C}{5} \right) = 150.000$$

$$C \cdot 1,20 = 150.000$$

$$C = \frac{150.000}{1,20}$$

$$\Rightarrow C = \$ 125.000$$

Respuesta: El capital invertido fue de \$ 125.000.

50 PROBLEMAS PROPUESTOS EN EXÁMENES

(Soluciones en la página 105)

1. "A" invierte U\$S 5.000 en un negocio, en el cual "B" coloca U\$S 7.500. La ganancia, durante el año, fue de U\$S 3.200. El 12 $\frac{1}{2}$ % de esa ganancia se destina al pago de incentivos y U\$S 30 a la compra de papelería; a la vez convienen que "A" reciba un 8% y "B" un 4% por pago de administración y que el resto se reparta proporcionalmente a los capitales invertidos. ¿Cuánto recibe cada socio al fin del año?
2. El Señor "A" comienza un negocio con \$ 60.000; a los cinco meses se asocia "B" con \$ 80.000; tres meses más tarde "C" coloca un 15% menos que "A" y, medio año después, el Señor "D" integra un capital 20% mayor que el de "A". Al cabo de un año de consolidada la sociedad, las ganancias líquidas ascienden a \$ 251.100. ¿Cuánto corresponde a cada socio?
3. Un capital colocado al 3,75% mensual durante 8 meses, produce \$ 630 más de intereses que si se colocara al 3,25% mensual durante un semestre. ¿Cuál es ese capital?
4. Un artista calcula que tardará 15 horas en restaurar un cuadro y pide U\$S 100 por hora de trabajo; su cliente encuentra muy alto el precio. Entonces el restaurador le propone cobrar U\$S 0,05 en la primera hora, U\$S 0,10 en la segunda y así sucesivamente, doblando, hasta la 15ª hora. El cliente acepta esta propuesta y se desea saber si ganó o perdió al no haber aceptado el primer precio.
5. Un jardinero tiene que regar 48 rosales que distan uno de otro 10 m y lleva una regadera de agua cada uno. Calcúlese la distancia que debe caminar este jardinero sabiendo que el primer rosal está a 8 m de la canilla.
6. Una sociedad ha emitido 1.000 acciones de U\$S 100 cada una, obteniendo una ganancia de U\$S 7.500. Destina el 20% de esa suma al fondo de reserva y reparte el resto entre sus accionistas. ¿Cuánto recibirán éstos si "A" tiene 100 acciones, "B" tiene 80, "C" tiene 54, "D" tiene 336, "E" tiene 210 y el resto de las acciones pertenecen a "L & Cía."?
7. Compré mercaderías que me costaron \$ 800, y las vendí en \$ 960. Calcular el porcentaje de ganancia referido al costo y a la venta.
8. Una persona, trabajando 7 horas diarias, realizó en 17 días los $\frac{7}{9}$ de una obra. ¿En cuántos días la terminará si trabaja una hora más por día?
9. Un inversionista compró un terreno por U\$S 3.775. Pagó $\frac{1}{3}$ de dólar por el primer m²; $\frac{2}{3}$ de dólar por el segundo m², un dólar por el tercer m², y así sucesivamente. ¿Cuál es la superficie del terreno?
10. Vendí dos casas, una en \$ 27.500 ganando un 25% sobre su costo, y otra en \$ 31.500 perdiendo el 21% sobre la venta. Se pide: a) ¿Gané o perdí en total? ¿Cuánto?
b) ¿Esta ganancia o pérdida, qué porcentaje representa del total?
11. Un capital de \$ 2.550.000 fue depositado el 3 de junio y retirado el 18 de octubre. Calcular el monto retirado, sabiendo que la colocación se hizo de la siguiente manera: $\frac{1}{4}$ del capital al 6% mensual; $\frac{2}{5}$ de lo que resta al 18% bimestral y el resto al 14% trimestral.

12. Si doce bombas levantan 1.300 toneladas de agua en 20 días funcionando 5 horas diarias. ¿En cuántos días diez bombas levantarán 1.430 toneladas, trabajando 6 horas diarias?
13. Una mercadería se vende al público en \$ 350.000 (IVA incluido). Averiguar: a) Cuánto se está pagando por IVA b) El precio de costo, si el comercio marca un 20% de utilidad sobre el costo c) El porcentaje de ganancia sobre el precio de venta.
14. Averiguar la cantidad que habrá que imponer al 5,20% anual de interés, para que la diferencia entre dicha cantidad y los intereses devengados en 4 años y dos meses sea de \$ 646.250.
15. Se compran 30 pantalones a \$ 50 cada uno. El 30% de ellos se vende con una ganancia del 20% sobre el precio de venta y el resto con una ganancia del 26% sobre el precio de costo. Calcular la ganancia total obtenida.
16. La construcción de una pequeña represa demandó un gasto de \$ 139.800 que deben pagar las intendencias de tres ciudades que serán beneficiadas por la obra. La deuda se reparte en razón directa a las poblaciones (40.000, 16.000 y 30.000 habitantes respectivamente) y en razón inversa a la distancia que las separa de la obra (6 km, 7.800 m y 10 km respectivamente). ¿Cuánto paga cada Municipio?
17. Un comerciante debe pagar una deuda en 10 cuotas, que se aumentan mes a mes en una cantidad constante. Si la deuda asciende a \$ 13.000 y la última cuota fue de \$ 2.200, ¿Cuánto pagó por la primera cuota y cuál es la cantidad mensual de aumento?
18. Se liquida una sociedad dedicada a la venta de automóviles, luego de dos años de instalada, con una ganancia total de \$ 25.200. De la liquidación resultó que a cada socio le correspondió retirar \$ 60.500 y \$ 84.700 respectivamente. Se pide: a) Determinar qué capital impuso cada socio b) ¿Qué porcentaje anual de ganancia obtuvo cada uno?
19. Una suma de \$ 10.000 se colocó a interés simple; si hubiera estado 30 días más, el interés habría aumentado en \$ 50, y si la tasa se hubiera disminuido en 0,80% los intereses habrían disminuido en \$ 150. Dígase la tasa y el tiempo de imposición.
20. Se tiene un cuadrado de 12 cm de lado. Se determina el cuadrado que tiene por vértices los puntos medios de los lados del primero; se determina un tercer cuadrado que tiene por vértices los puntos medios de los lados del segundo, y así sucesivamente se repite la operación cinco veces. Calcular la suma de las superficies de los cinco cuadrados.
21. Sobre el costo de una mercadería se hace un recargo del 24% y, al venderla, se concede un descuento del 10%. Si se recibe la suma líquida de \$ 840, ¿cuál es el valor de costo de la mercadería?
22. A qué tanto por ciento deberá colocar en Nueva York un capital de \$ 22.700 girado al cambio de \$ 4,25 por dólar para que en un año, cuatro meses y diez días produzca un monto de U\$S 5.881,90?
23. El 5º término de una progresión aritmética es 14 y el 12º término vale 49. a) Calcular el 9º término b) Calcular la suma de los veinte primeros términos.
24. Sobre el costo de una mercadería se obtiene una ganancia del 15%. Si en la venta se hubiera ganado el 20% sobre el precio de venta, la utilidad hubiera sido de \$ 600. ¿Cuál es el precio de costo y el precio de venta real de la mercadería?
25. Un comerciante vende mercadería ganando \$ 852, que le representan un 30% sobre el precio de venta. Calcular: a) El precio de costo b) Porcentaje de ganancia sobre el costo c) Precio de venta con IVA d) Precio de costo con IVA e) IVA que debe pagar el comerciante.

26. He invertido \$ 15.000 durante 40 días y obtuve un 17% anual de interés. Al vencimiento del plazo retiré el monto y lo deposité nuevamente durante 30 días, al cabo de los cuales retiré la suma de \$ 15.589. Calcular la tasa anual de interés de la segunda colocación.
27. Se vendieron 300 unidades de tela a \$ 7.200 cada una, de la siguiente manera: el 30% con el 25% de ganancia sobre el precio de venta y el resto con el 60% de ganancia sobre el precio de costo. ¿Cuánto se ganó en la venta?
28. Se vende un artículo y en la boleta el IVA asciende a \$ 319. Sabiendo que en la venta se ganan \$ 250, calcular el precio de venta sin IVA, el precio de costo, el porcentaje de ganancia sobre el costo y el porcentaje de ganancia sobre venta.
29. Se venden dos lavarropas a \$ 2.800 cada uno, con IVA incluido. Hallar cuál es la ganancia en cada uno si se sabe que en una se ganó el 24% sobre el precio de costo y en otra el 18% sobre el precio de venta.
30. Un turista regresa de un viaje con U\$S 380; Pesetas 1.800, y D.M 480. Se presenta a una casa de cambio donde le pagan: Ptas. 106 por dólar; D.M 1,60 por dólar y, por cada dólar, \$ 4. Se convierte todo a pesos uruguayos: ¿cuánto recibe el turista?
31. Un grupo de 9 confiteros decoran 60 tortas en dos horas. ¿Cuántos confiteros son necesarios para decorar 80 tortas en tres horas si tienen 1/4 más de dificultades?
32. Una cámara fotográfica se vende al público a \$ 366, IVA incluido. Averiguar: a) El valor del IVA b) El precio de costo si el comercio marca las ventas con un 20% de utilidad sobre el precio de costo c) El porcentaje de ganancia sobre el precio de venta d) El precio de venta al público, IVA incluido, de una multiprocesadora que, en el mismo comercio, tuvo un costo de \$ 500.
33. Tres electricistas hicieron un trabajo juntos por el que se les abonó \$ 25.200. El primero trabajó 12 días de 8 horas; el segundo trabajó 8 días de 7 horas, y el tercero 9 días de 8 horas. ¿Cuánto recibirá cada uno?
34. Hace 8 meses, coloqué a interés simple \$ 4.000 en una institución que brinda el 42% anual de interés. Hoy retiré el total y coloqué el 40% en otra institución cuya tasa de interés es del 46% anual. ¿Cuántos meses deberá estar depositada dicha cantidad para retirar un total de \$ 2.519?
35. He depositado \$ 2.000 al 42% de interés anual y, luego de cinco meses, la tasa se eleva al 4% mensual, razón por la cual deposito \$ 650 más. Luego de cierto tiempo verifiqué que tengo \$ 3.600. ¿Cuánto tiempo ha transcurrido desde que efectué el primer depósito?
36. Finalizado el año, el dueño de una tienda desea repartir \$ 4.500 entre sus tres vendedores, en proporción a su antigüedad y al número de asistencias. Rodrigo tiene 6 años como vendedor y faltó 8 días; Carlos, 5 años como vendedor y faltó 10 días; Laura tiene 10 años de antigüedad y faltó 4 días. ¿Cuánto recibió cada uno?
37. Una automotora recibe un auto que valúa en U\$S 4.410. Se realiza reparación de chapa por U\$S 500 y pintura por un valor del 75% del gasto de chapa. Se desea vender ahora el auto y obtener una ganancia del 30% del precio de venta. Calcular dicho precio sin IVA.
38. El sueldo nominal de un empleado es de \$ 1.500. Los aportes personales son: BPS 13%; DISSE 3%; Impuesto a los sueldos 1,50%. Calcular el importe que cobrará este empleado sabiendo que la semana anterior recibió por adelantado \$ 417 que se descuentan del sueldo.

39. Una cuadrilla de 24 obreros ha realizado $\frac{1}{3}$ de un trabajo en 30 días. Si se despiden los $\frac{3}{4}$ del personal, ¿cuánto tiempo se empleó para realizar el trabajo?

40. Una chacra se vendió en \$ 80.000 sin IVA, siendo su costo los $\frac{4}{5}$ del precio de venta. Se desea saber cuál fue el porcentaje de ganancia sobre el costo y cuál sobre el precio de venta.

41. De un capital se invirtieron las $\frac{2}{3}$ partes al 12% semestral durante dos años, y el resto al 18% anual durante 6 meses. Si los intereses totales son \$ 3.500, ¿cuál era el capital inicial?

42. Un capital de \$ 60.000 fue depositado a interés simple el 9 de julio, de la siguiente forma:
a) $\frac{1}{2}$ del capital al 6% mensual b) $\frac{3}{5}$ de lo que resta al 15% bimestral c) el resto al 21% trimestral. Calcular el monto que se retirará el 23 de noviembre.

43. Para un negocio tres socios han colocado: el primero U\$S 6.000 más que el segundo; el segundo U\$S 3.000 más que el tercero, y éste U\$S 8.000. El primero permaneció en el negocio un año; el segundo un año y medio, y el tercero dos años y medio. ¿Cuánto le corresponde a cada uno si hubo una ganancia de U\$S 5.885?

44. Sabiendo que las $\frac{3}{5}$ partes de un capital han producido \$ 2.493,75 de interés en 5 meses y 25 días, colocados al 9% semestral, se quiere conocer el valor del mencionado capital.

45. Con cierta cantidad de baldosas se pavimentó una sala rectangular de 4,20 m de ancho por 5 m de largo. Si con $\frac{3}{5}$ de esa cantidad de baldosas se pavimentó otra habitación también rectangular, calcúlese su ancho sabiendo que mide 3,60 m de largo.

46. Una persona colocó \$ 14.000 al 15% anual durante 3 meses. Después de un cierto tiempo la tasa anual de interés aumenta tres puntos, por lo cual la persona agrega \$ 10.000 en su cuenta. Sabiendo que a los tres meses de la primera inversión los intereses de ambas colocaciones ascienden en total a \$ 825, se desea saber cuántos días después de la primera se hizo la segunda inversión.

47. Un comerciante vende un equipamiento para el hogar, recaudando en la venta \$ 6.106,50 por concepto de IVA. Se sabe que la mercadería estaba marcada con un 50% de ganancia sobre el costo. a) Calcular el precio de costo del equipamiento y cuánto pagó en total el cliente por su compra. b) El comerciante coloca su ganancia a interés simple, obteniendo un monto de \$ 10.738 en 80 días. Calcular la tasa de interés de la colocación.

48. Un capital, aumentado en los intereses que produce en dos años, asciende a \$ 6.880. El mismo capital disminuido en los intereses que produce en 6 meses es de \$ 3.280. Calcular el capital y la tasa de interés.

49. Tres socios aportan en total \$ 560.000. Al final del ejercicio reparten la ganancia obtenida correspondiéndoles respectivamente: \$ 20.000; \$ 50.000, y \$ 70.000. Se pregunta:
a) ¿Qué capital integró cada socio? b) ¿Qué porcentaje de lo invertido por el primer socio representa su ganancia? c) El primero de los socios desea colocar su beneficio a interés simple. Un banco le ofrece una tasa del 12% trimestral durante tres meses y 15 días. En otro banco obtendría el mismo interés pero en dos meses. ¿Qué tasa de interés mensual paga este último banco?

50. Hice un depósito de \$ 25.000 ganando el 60% anual de interés. Después de cierto lapso retiré el total de mi dinero y lo deposité en otro banco que pagaba tres puntos más de interés mensual, dejándolo un tiempo dos meses mayor que en el primer depósito. Queremos saber cuántos meses estubo colocada la primera suma, si al final del plazo de la última colocación retiré un monto de \$ 40.250.

SOLUCIONES PARA LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

Práctico N° 1. RAZONES Y PROPORCIONES

- | | | | |
|---|--|--|---|
| 1. a) $\frac{1}{4}$
c) $\frac{1}{25}$
e) 200 | b) -10
d) 8
f) $\frac{3}{5}$ | 6. x = 4
y = 6 | 16. A = 1.800
B = 1.500 |
| 2. a) $\frac{1}{81}$
c) 10
e) $\frac{9}{5}$ | b) 0,35
d) $\frac{1}{4}$
f) $-\frac{6}{5}$ | 7. a = 105
b = 75 | 17. a = 4
b = 3 |
| 3. a) 54
c) -4,86
e) 18 | b) 2
d) 1,575 | 8. n = $\frac{40}{9}$
9. m = 8 | 18. a = 42
b = 12 |
| 4. a) $\pm \frac{1}{2}$
c) $\pm \frac{3}{2}$
e) $\pm \frac{8}{9}$ | b) $\pm \frac{9}{10}$
d) $\pm \frac{9}{50}$ | 10. (c - d) = $\frac{75}{2}$
11. (x + m) = 15 | 19. a = 100
b = 12,5
c = 625
d = 1,4 |
| 5. a) 2
c) $\frac{3}{13}$ | b) $\frac{2}{9}$
d) $\frac{6}{5}$ | 12. a = 12
13. n = 10 | 20. a = 12
b = 16 |
| | | 14. a = 48
c = 120 | 21. a = 32
b = 20 |
| | | 15. x = 42
y = 10 | 22. a = $\frac{7}{2}$
b = $\frac{7}{3}$ |
| | | | 23. a = 23
b = 24 |
| | | | 24. a = 33
b = 24 |
| | | | 25. m = $\frac{7}{5}$
n = $\frac{14}{5}$
y = $\frac{28}{5}$ |

Práctico N° 2. REGLA DE TRES

- | | |
|--------------------------|---------------------------------|
| 15. 581,33 mm | 31. 18 caballos |
| 16. \$ 76,50 | 32. 44 conejos |
| 17. 15 días | 33. 1.000 ladrillos |
| 18. 4 rollos | 34. 276 km |
| 19. 1.140 kg | 35. 16 días |
| 20. $\frac{2}{5}$ | 36. 48 días más de lo previsto |
| 21. 3 días | 37. 21 días menos de lo pensado |
| 22. 4 horas y 12 minutos | 38. 600 kg |
| 23. 1.800 tablas | 39. 180 obreros |
| 24. 4 jornadas | 40. 64 hombres |
| 25. 10 días | 41. 6 horas 15 minutos |
| 26. 375 g | 42. Se incorporan 14 |
| 27. 2.640 m ³ | 43. 9 horas |
| 28. 20 días | 44. 16 días |
| 29. 15 obreros | 45. 10 días |
| 30. 3,6 km | |

Práctico N° 3. PORCENTAJE

1. a) 32 b) 1,4 c) 4,76	15. \$ 40.000	30. 4%
2. a) 200 b) 22.831,05 c) 4.000	16. \$ 3.740	31. \$ 1.515,79
3. a) 25% b) 4%; c) 66,67% d) 100% e) 160%	17. \$ 32.200	32. Costo: \$ 13.000 Descuento: \$ 1.820
4. 20% s/costo y 16,67% s/venta	18. \$ 1.508	33. \$ 3.458,65
5. a) 600 b) 800 c) 320 d) 320 e) 20% f) 16,67% g) 360 h) 500 i) 910 j) 400 k) 22,22% l) 28,57%	19. \$ 14.960	34. \$ 28.800
6. Gana lo mismo	20. a) \$ 20.160 b) \$ 15.652,17 c) \$ 16.200 d) \$ 21.951,22	35. \$ 11.200
7. 49,50%	21. a) \$ 7.954,55 b) \$ 6.020 c) \$ 8.050 d) \$ 5.833,33	36. \$ 260 y \$ 200
8. \$ 595,24	22. 33,33% s/costo	37. Vestido: \$ 3.000 Tapado: \$ 3.600
9. \$ 340	23. Costo: \$ 3.000 Venta: \$ 3.450 y \$ 3.750	38. \$ 23.400
10. \$ 721,15	24. Costo: \$ 2.400 Venta: \$ 3.200 y \$ 2.520	39. U\$S 500
11. 16,67% s/venta	25. Pierde 14,29%	40. a) \$ 28.800 b) \$ 30.000 c) \$ 19.200 d) \$ 20.000
12. \$ 162,50	26. \$ 9.090,91 y \$ 6.181,82	41. \$ 4.800
13. 25% s/costo	27. \$ 1.540	42. 56,25% s/costo
14. \$ 8.960	28. \$ 1.600 y \$ 2.400	43. 28%
	29. \$ 2.800	44. \$ 135
		45. \$ 2.400

Práctico N° 4. REPARTIMIENTO PROPORCIONAL

1. a) 140; 200; 240 b) 260; 380; 440 c) 51; 60; 114; 132 d) 140; 160; 180; 200; 220 e) 48; 72; 120; 234; 186	2. a) 30; 16 b) $3\frac{1}{2}$; 5; $7\frac{1}{2}$ c) 84; 63; 36 d) 600; 480; 400; 300 e) 10; 21; $5\frac{1}{2}$; $49\frac{1}{2}$	6. B = 25; C = 30 Se repartió 75
3. a) 18; 9; 6 b) 72; 27; 24 c) 160; 144; 120 d) 128; 192; 336; 360 e) 2.304; 672; 360; 252; 198	7. 70 patos; 30 gallinas; 175 pavos	
4. A = 14; B = 7; C = 21	8. 24; 16; 12	
5. A = 40; B = 30; C = 25	9. 24; 26; 16	
	10. \$ 1.900; \$ 2.280; \$ 1.140	
	11. \$ 650; \$ 780; \$ 1.170; \$ 1.950	

13. Hombre: \$ 6 Mujer: \$ 12 Hijo: \$ 3	15. \$ 3.600	25. A = U\$S 9.200 B = U\$S 4.800
14. Padre: U\$S 24.000 Hijo: U\$S 12.000 Hija: U\$S 48.000	16. U\$S 5.000; U\$S 7.500; U\$S 9.000	26. Pascual: \$ 64.800 Betty: \$ 93.000 Julian: \$ 36.000
15. \$ 3.600	17. \$ 10.048; \$ 3.072; \$ 1.200	27. Ramón: U\$S 8.590,91 Valentín: U\$S 4.772,73 Nacho: U\$S 7.636,36
18. U\$S 2.400; U\$S 2.000; U\$S 1.600	19. Capital: U\$S 131.750A = U\$S 12.400 B = U\$S 9.300 C = U\$S 4.650	28. A = \$ 1.000 B = \$ 940 C = \$ 1.160 D = \$ 740
20. a) Primero: U\$S 69.000 Tercero: U\$S 6.000 b) Primero: U\$S 22.080 Segundo: U\$S 12.288 Tercero: U\$S 1.920 Utilidad: 8% anual	21. Primero: U\$S 15.000 Segundo: U\$S 9.500 Tercero: U\$S 7.500	29. A = U\$S 1.200 B = U\$S 900 C = U\$S 300
22. a) \$ 5.875; \$ 8.000; \$ 9.875; \$ 10.000; \$ 11.250 b) Perdieron un 16,67%	23. U\$S 981,82; U\$S 1.145,45; U\$S 1.472,73	30. A = \$ 11.250 B = \$ 3.750 C = \$ 15.000
24. M = \$ 40.500 R = \$ 22.000 T = \$ 20.000		31. A = U\$S 32.000 B = U\$S 14.000 C = U\$S 12.000
		32. A = U\$S 3.816,79 B = U\$S 2.977,10 C = U\$S 3.206,11
		33. García: \$ 36.584,23 Pérez: \$ 38.108,57 González: \$ 14.227,20
		34. A = U\$S 1.246,15 B = U\$S 2.492,31 C = U\$S 1.661,54
		35. A = \$ 74.084,21 B = \$ 171.852,63 C = \$ 65.178,95 D = \$ 48.884,21

Práctico N° 5. TIPOS DE CAMBIO

1. \$ 7,20	4. Dólares 2.777,78	8. \$ 7,10
2. Pesos argentinos 432,42	5. \$ 7,24	9. \$ 72.000
3. Reales 296,86	6. \$ 29.049,30	10. \$ 8,24
	7. \$ 7	

Práctico N° 6. PROGRESIONES

1. a) $a_9 = 31$
b) $a_{12} = 60$
c) $a_{13} = -45$
d) $a_{19} = 121/12$
e) $a_{26} = 219/10$
f) $a_{19} = 56$
2. a) $L = 37$
b) $L = -43$
c) $a_1 = 2/5$
d) $a_1 = 99$
e) $d = 1/6$
f) $d = 3$
g) $n = 13$
h) $n = 9$
i) $S_n = 21$
j) $S_n = 185$
3. a) $15/2; 10; 25/2; 15; 35/2; 20; 45/2$
b) $9; 11; 15; 17; 21; 23$
4. a) $S_{20} = 1470$
b) $S_{80} = 16200$
c) $S_{43} = 9374$
d) $S_{100} = 10100$
e) $S_{100} = 10800$
5. Los tres son p.a.
6. $a_1 = -2$
7. $n = 16$
8. $d = 1/4$
9. $a_1 = -16$
10. $a_{10} = 14/5$
11. a) $d = -1/2$
b) $S_{19} = 57/2$
12. $a_1 = 4; L = 73$
13. $a_1 = 14; d = -1/2$
14. $L = 45; d = 3$
15. $L = -24; S_{13} = -156$

104

16. $-8; -6; -4; -2;$
0; 2; 4; 6; 8
17. 10 km
18. 7,75 m; 55 m
19. US\$ 400; US\$ 800;
US\$ 1.200
20. 122.682 m
21. US\$ 1.648; US\$ 98
22. Incremento: \$ 30
Donó: \$ 80; \$ 110;
\$ 140; \$ 170; \$ 200
23. Se forman 15 filas
24. $\div 1; -2; -5; -8; -11;$
 $-14; -17; -20; -23;$
 -26
25. Perdió \$ 4.200
26. a) $\div 4; 8; -16;$
 $32; -64$
b) $\div 12; 6; 3; 3/2; 3/4;$
 $3/8; 3/16$
c) $q = 10$
d) $q = 1/2$
27. a) $a_1 = 800$
b) $a_1 = 4; S_3 = 5,56$
c) $L = -64; S_5 = -44$
d) $L = 15$
e) $q = 6; S_3 = -43$
f) $q = 3$
g) $n = 5$
h) $n = 6$
i) $q = 2/3; S_5 = 211$
j) $L = -1/4; S_6 = -63/4$
28. a) 25; 125
b) $S_7 = 549,028$
c) 6; 18; 54
486; 1.458; 4.374
29. Los tres son p.g.
30. a) $\div 1; 3; 9; 27$
b) $\div -4; 8; -16; 32$
c) $\div 3/4; 3/8; 3/16; 3/32$
d) $\div -3; 1; -1/3; 1/9$

Práctico N° 7. INTERÉS SIMPLE

1. a) \$ 39.712,50
b) \$ 55.555,56
c) $2 1/2$ años
d) 15% anual
e) \$ 2.500
f) \$ 6.000
g) \$ 6.200
h) 18% anual
i) 78 días
2. \$ 611,10 y \$ 1.969,10
3. \$ 10.000
4. 27% anual
5. Un año
6. \$ 500
7. a) \$ 8.400
b) \$ 8.400
c) \$ 8.400
8. \$ 23.066,67
9. \$ 35.000
10. 25 meses

11. 24% anual
12. \$ 4.680 y \$ 7.320
13. \$ 10.275
14. \$ 6.288
15. 15 meses
16. a) \$ 15.800
b) 45% anual
17. \$ 25.000 y \$ 20.000
18. \$ 1.000 y \$ 3.000
19. 16% y 32% anuales
20. \$ 40.000
21. 6% mensual
22. \$ 9.500
23. 30 de julio
24. \$ 4.500
25. \$ 5.000
26. \$ 2.500
27. \$ 3.000 y \$ 5.000
28. 20 de junio
29. \$ 4.592
30. \$ 3.650
31. \$ 5.000 y \$ 7.500
32. \$ 8.500 y 72% anual
33. \$ 4.300 y \$ 5.100
34. \$ 6.829 y 57% anual
35. \$ 1.850 y 49% anual
36. \$ 5.000 y $3 1/2\%$ mensual
37. 60% y 48% anuales
\$ 4.500 y \$ 7.000
38. \$ 3.800; \$ 3.550 y 48% anual
39. 36% y 27% anuales
\$ 6.300 y \$ 7.800
40. \$ 5.300 y \$ 15.300
80 días y 100 días

PROBLEMAS PROPUESTOS EN EXÁMENES

1. US\$ 1.210,40
US\$ 1.559,60
2. \$ 78.000 \$ 84.000
\$ 45.900 \$ 43.200
3. \$ 6.000
4. Perdió US\$ 138,35
5. 23.328 metros
6. A: US\$ 600
B: US\$ 480
C: US\$ 324
D: US\$ 2.016
E: US\$ 1.260
L & Cia.: US\$ 1.320
7. 20% s/costo
16,67 s/venta

8. 4 $1/2$ días
9. 150 m²
10. a) Perdió \$ 1.115
b) 1,85% s/costo;
11. \$ 3.272,925
12. 22 días
13. a) \$ 65.447,16
b) \$ 237.127,38
c) 16,67% s/venta
14. \$ 825.000
15. \$ 385,50
16. \$ 79.536,10;
\$ 24.472,65;
\$ 35.791,25
17. $a_1 = x_1 = \$ 400$
 $d = \$ 200$
18. a) \$ 50.000 y \$ 70.000
b) 10,5%
19. 6% anual y 22,5 meses
20. 279 cm²
21. \$ 752,69
22. 7,44%
23. $a_9 = x_9 = 34$
 $S_{20} = 830$
24. Precio de costo:
\$ 2.608,70
Precio de venta:
\$ 3.000

105

25. a) \$ 1.988
b) 42,86%
c) \$ 3.493,20
d) \$ 2.445,24
e) \$ 195,96
26. 24%
27. \$ 729.000
28. Precio de venta s/IVA:
\$ 1.386,96
Precio de costo:
\$ 1.136,96
Ganancia sobre costo:
21,99%
Ganancia sobre venta:
18,03%
29. \$ 440,60 y \$ 409,76
30. \$ 2.787,92
31. 10 confiteros
32. a) \$ 68,43 b) \$ 247,97
c) 16,67% s/venta
d) \$ 738
33. \$ 10.800 \$ 6.300
\$ 8.100
34. Tiempo aproximado:
6 meses
35. 10 meses
36. \$ 900; \$ 600; \$ 3.000
37. U\$S 7.550
38. \$ 820,50
39. 270 días
40. 25% sobre costo
20% sobre venta
41. \$ 10.000
42. \$ 77.822
43. U\$S 1.870; U\$S 1.815;
U\$S 2.200
44. \$ 47.500
45. 3,50 m
46. 30 días
47. a) \$ 32.656,50
b) 96% anual
48. \$ 4.000 y 36% anual
49. a) \$ 80.000; \$ 200.000;
\$ 280.000
b) 25% c) 7% mensual
50. 3 meses

CONTABILIDAD DEL TRABAJO DEL PUEBLO
EJERCICIO 1985

UTU PERU BLANCO VALL